

# Modelo de Planeación de la Producción para una Empresa Agroindustrial

Ivailo Peña, René Santa Cruz

Departamento de Ingeniería Industrial  
Universidad Católica Boliviana, Regional Cochabamba  
e-mail: [santacruz@ucbcba.edu.bo](mailto:santacruz@ucbcba.edu.bo)

## Resumen

Para alcanzar los objetivos de producción y utilizar de forma adecuada sus recursos, las organizaciones requieren planificar y controlar adecuadamente sus actividades productivas. El presente artículo describe un modelo de planeación de la producción desarrollado para una empresa agroindustrial dedicada a la producción de frutas deshidratadas, harinas y mazamorras para el mercado nacional y de exportación. El modelo utiliza programación matemática para determinar las variables de decisión que minimizan una función de costos incurridos en las correspondientes actividades establecidas en el plan de producción. El artículo termina mostrando los resultados del modelo, requerimientos y niveles de utilización de planta.

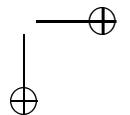
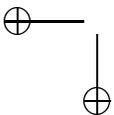
**Palabras Clave:** Planeación de la Producción, Productividad, Programación Matemática.

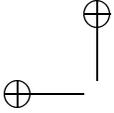
## 1 Introducción

El nuevo escenario económico en el que vive el país como consecuencia de la globalización, caracterizado por la apertura de los mercados nacionales de bienes, servicios y financiero a inversiones extranjeras, trae aparejado una serie de repercusiones en la economía nacional.

Las implicaciones para el sector productivo regional son múltiples. La participación en mercados abiertos, altamente competitivos, muy exigentes y dinámicos, requiere un gran esfuerzo de los productores en el mejoramiento de la infraestructura, la aplicación de mecanismos mucho más eficientes de gestión y varios otros elementos que son necesarios para crear condiciones suficientes de competitividad.

En ese contexto la profunda revisión y optimización de la propia práctica industrial, en términos generales la gestión integral de la producción, constituye una etapa prácticamente obligatoria para alcanzar niveles mínimos de competitividad.





El sector productivo se depara con la necesidad y el reto de utilizar recursos limitados de producción (equipos, materiales, materia prima, etc.) para ofrecer al mercado productos con calidad adecuada, en el plazo previsto, en la cantidad requerida y a un precio competitivo.

Eso pone de manifiesto la importancia de la Gestión de la Producción en la adecuada planeación y control de las operaciones de transformación, de materiales, tecnología, recursos humanos y económicos.

Consecuentemente, la Planeación y Control de la Producción son factores determinantes de la productividad industrial, toda vez que las organizaciones productivas requieren adaptarse constantemente a las condiciones dinámicas y fluctuantes de los mercados globales.

## 2 La función planeación y control de la producción

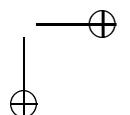
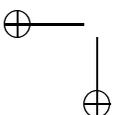
La Planeación de la Producción tiene como objetivo prever y movilizar todos los recursos necesarios para la producción de un bien, o para la prestación de un servicio, en el plazo adecuado y en las cantidades correctas. Eso implica la determinación y cálculo de todos los recursos necesarios a la ejecución de las órdenes de producción [5].

Un conjunto reducido de factores, denominados internos, son los que pueden ser modificados para obtener un plan de producción, y otro grupo mayor de factores, denominados externos, están fuera de control directo de quienes planifican la producción (ver Figura 1) [1].

La planeación de la producción presenta tres procesos básicos: planeación agregada, programa maestro de producción y planeación de los requerimientos de materiales. El proceso normal de la planeación consiste en desarrollar planes agregados con el objetivo de equilibrar la demanda con los niveles de capacidad e inventario disponibles. Por su parte el programa maestro de producción toma las demandas previstas y determina un programa de actividades de producción que se utiliza como insumo para la planeación de requerimiento de materiales, que proporciona los requerimientos de las partidas de materiales y materias primas.

Se recurre a métodos cualitativos y cuantitativos para formular planes, programas y controles de producción [5]. Los métodos cualitativos comprenden el consenso entre los grupos y las razones de inventario; los métodos cuantitativos incluyen técnicas gráficas, diagramación, programación matemática, estrategias específicas de prueba y error, simulación, reglas de decisión, y un conjunto de métodos heurísticos [4].

La programación lineal es un método de optimización matemático que permite obtener un adecuado plan de producción que minimiza un conjunto de costos (mano de obra, materiales, inventarios, mantenimiento, producción, etc.) sujeto a restricciones de capacidad de planta y disponibilidad de recursos de producción.



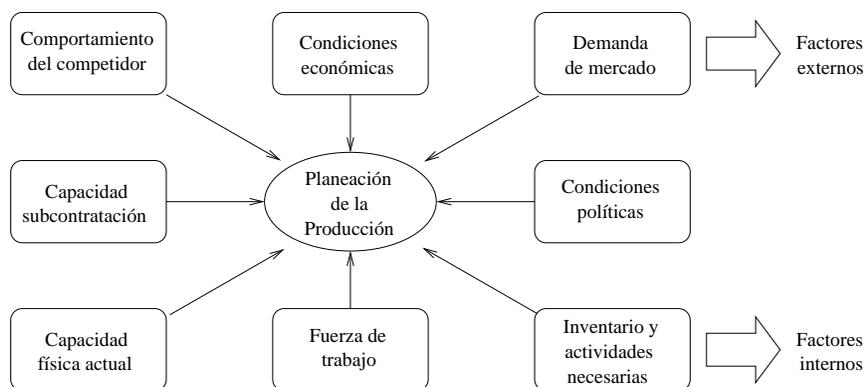


Figura 1: Entorno de la planeación de la producción.

### 3 Modelo de planeación de la producción

La formulación de la planeación de la producción como un problema de programación lineal (P.L.)<sup>1</sup> constituye un procedimiento efectivo para elaborar un óptimo plan de producción.

Un modelo de programación lineal consta de tres elementos básicos: una función objetivo a optimizar, un conjunto de restricciones denominadas estructurales o funcionales y las restricciones de no negatividad [6].

Para describir el problema de planeación de la producción se utiliza un modelo matemático bajo la suposición que todas las funciones matemáticas son lineales [3]. La función objetivo en este caso es la minimización del costo total del plan caracterizado por costos unitarios asociados a cada variable considerada en el modelo; las variables utilizadas representan aspectos como la capacidad de planta, los materiales, la mano de obra, los niveles de inventario, los tiempos de preparación, los plazos de entrega, etc.; y las restricciones están formadas por las disponibilidades de los recursos de producción.

La solución del problema correspondiente de P.L. posibilita evaluar un gran número de estrategias de producción al encontrar la alternativa con el costo menor, permite realizar análisis de sensibilidad y proporciona amplia información adicional a partir de las variables duales del problema.

Debido a esas características particulares, el modelo de planeación de la producción descrito a seguir fue desarrollado utilizando P.L. para una empresa agroindustrial de Cochabamba, de origen campesino, dedicada a la elaboración de productos orgánicos deshidratados como banano, piña, papaya, kiwi y manzana, y de harinas y mazamorras como api, tojorí, avena, refresco de quinua, refresco de willkaparo, harinas de frutas (manzana, piña, limón, naranja y babano) y harina de zanahoria.

La principal demanda de la empresa actualmente está constituida por desayunos

<sup>1</sup>Uno de los primeros trabajos en este área fue desarrollado por Hanssmann en 1960 [2].

escolares en los municipios rurales de Tiquipaya y Cliza, los mercados regionales y nacionales y la exportación al mercado europeo.

Un aspecto importante a ser destacado en el proceso de producción es la utilización de secadores solares tipo invernadero, caracterizados por un sistema de convección natural que permite alcanzar temperaturas en el interior de alrededor 40 a 50 °C. El sistema de producción utilizado por la empresa es de tipo modular y su entorno producto - mercado puede ser considerado como de “ensamble por pedido”.

El modelo de planeación se basa en los siguientes parámetros:

- $i$  = índice de módulos,  $i = 1, \dots, N$
- $j$  = índice de tipo de proceso,  $j = 1, \dots, M$
- $T$  = índice de periodos,  $t = 1, 2, \dots, T$
- $M$  = número de procesos diferentes disponibles para hacer el módulo  $i$  ( $M = 3$ )
- $N$  = número de módulos ( $N = 5$ )
- $T$  = longitud del horizonte de planeación, en periodos ( $T = 12$ )
- $A_{jt}$  = capacidad del proceso  $j$  durante el periodo  $t$  ( $m^2/\text{mes}$ )
- $C_j^P$  = costo de secado usando el proceso  $j$ ,  $C_1^P, C_2^P$  (\$us./Kg de agua evaporada),  $C_3^P$  (\$us./día)
- $C_{it}^M$  = costo del modulo  $i$  en el periodo  $t$  (\$us./Kg de fruta)
- $C^F$  = costo de un trabajador fijo (\$us./mes-hombre)
- $C^D$  = costo de un trabajador a destajo (\$us./mes-hombre)
- $C^S$  = costo de contratar un trabajador a destajo (\$us./hombre)
- $C_i^I$  = costo de mantener en inventario un kilogramo del módulo  $i$  (\$us./Kg)
- $C^A$  = costo de viáticos (\$us./día-hombre)
- $D_{it}$  = cantidad demandada del módulo  $i$  en el periodo  $t$  (Kg de fruta deshidratada)
- $F_{ijt}$  = duración del secado del módulo  $i$  en el proceso  $j$  durante el periodo  $t$  (días)
- $I^U$  = capacidad máxima de almacenamiento (Kg de fruta deshidratada /mes)
- $n_{it}$  = kilogramos procesados del módulo  $i$  por un trabajador en el periodo  $t$  (Kg de fruta /hombre)
- $o_{it}$  = kilogramos envasados del módulo  $i$  por un trabajador en el periodo  $t$  (Kg de fruta deshidratada /hombre)
- $W_{max}$  = número máximo de trabajadores
- $W_{min}$  = número mínimo de trabajadores
- $W_F$  = número de trabajadores fijos
- $\alpha_i$  = porcentaje de desechos del módulo  $i$
- $\beta_{ij}$  = porcentaje de desperdicios del módulo  $i$  en el proceso  $j$
- $\delta_i$  = índice de reducción del módulo  $i$  (Kg de fruta procesada /Kg fruta deshidratada)
- $\rho_i$  = densidad de carga del módulo  $i$  (Kg de fruta procesada / $m^2$ )

Las variables de decisión utilizadas son las siguientes:

$I_{it}$  = kilogramos del módulo  $i$  en inventario al final del periodo  $t$  (Kg de fruta deshidratada)

$P_{ijt}$  = kilogramos del módulo  $i$  procesados en tiempo normal por el proceso  $j$  en el periodo  $t$  (Kg de fruta)

$S_t$  = número de trabajadores a destajo contratados en el periodo  $t$

$V_t$  = número de trabajadores a destajo despedidos en el periodo  $t$

$W_t$  = número de trabajadores disponibles en el periodo  $t$

La formulación del modelo de P.L. es la siguiente:

Minimizar la siguiente función objetivo:

$$Z = \sum_{t=1}^T (C^F W_F + C^D (W_t - W_F) + C^S S_t) + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N (C_i^I I_{it}) + \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^N C_{it}^M P_{ijt} + \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^2 \sum_{i=1}^N C_j^P \frac{P_{ijt}}{\delta_i} (\delta_i - 1)(1 - \alpha_i) + f(P_{i3t}) \times C_3^P + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N \left( \frac{P_{i3t}}{tsp_i} \right) \times C^A$$

donde  $f(P_{i3t})$  es una función que permite estimar el tiempo de permanencia del módulo  $i$  en el proceso 3 durante el periodo  $t$ ; sujeto al siguiente conjunto de restricciones:

Restricciones de capacidad de producción:

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \left( \frac{P_{ijt}}{n_{it}} + \frac{D_{it}}{n_{it}} \right) \leq W_t \quad t = 1, 2, \dots, T \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^N \frac{(1 - \alpha_i) \times P_{ijt}}{\rho_i} \times F_{ijt} \leq A_{jt} \quad t = 1, 2, \dots, T; \quad j = 1, 2, \dots, M \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^N I_{it} \leq I^U \quad t = 1, 2, \dots, T \quad (3)$$

Restricciones de fuerza de trabajo:

$$W_t = W_F + S_t - V_t \quad t = 1, 2, \dots, T \quad (4)$$

$$W_{min} \leq W_t \leq W_{max} \quad t = 1, 2, \dots, T \quad (5)$$

Restricciones de inventario-balance:

$$I_{it} = i_{it-1} + \sum_{j=1}^M \frac{(1 - \alpha_i)(1 - \beta_{ij}) \times P + ijt}{\delta_i} - D_{it} \quad t = 1, 2, \dots, T; \quad (6)$$

$$i = 1, 2, \dots, T \quad (7)$$

Mes	Módulo 1		Módulo 2		Módulo 3		Módulo 4		Módulo 5	
	Proc. 1	Proc. 2								
Ene	-	-	-	-	2.006	254	-	-	-	1.150
Feb	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Mar	3.274	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Abr	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
May	-	-	-	-	761	-	-	-	-	-
Jun	-	-	3.041	2.321	-	-	-	-	-	-
Jul	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Ago	2.840	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Sep	-	-	-	-	1.337	-	-	-	746	-
Oct	-	-	-	-	-	-	5.913	-	-	-
Nov	-	-	-	-	-	-	5.279	-	-	-
Dic	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

**Tabla 1:** Nivel de producción (kilogramos de fruta).

Mes	Módulo 1	Módulo 2	Módulo 3	Módulo 4	Módulo 5
Inv. Inicial	169	176	-	448	138
Ene	164	175	222	446	264
Feb	60	174	121	70	261
Mar	451	170	118	67	252
Abr	442	168	115	65	246
May	328	160	167	57	185
Jun	214	403	144	49	123
Jul	-	395	22	42	62
Ago	237	18	-	28	-
Sep	119	14	106	15	12
Oct	109	12	103	337	6
Nov	-	9	-	-	-
Dic	-	8	-	-	-

**Tabla 2:** Nivel de inventario (kilogramos de fruta deshidratada).

Restricciones de estacionalidad:

$$\sum_{j=1}^M P_{2jt} = 0 \quad t = 1, 2, 3, 4, 8, 9, 10, 11, 12 \quad (8)$$

$$\sum_{j=1}^M P_{4jt} = 0 \quad t = 2, 3, 4, 5 \quad (9)$$

Restricciones de no negatividad:

$$P_{ijt}, I_{it}, S_t, V_t \geq 0 \quad t = 1, 2, \dots, T; \quad i = 1, 2, \dots, N; \quad j = 1, 2, \dots, M \quad (10)$$

Los resultados obtenidos por el modelo de P.L. se muestran en las Tablas 1, 2 y 3.

Mes	Disponibles	Requeridos	Contratados	Despedidos
Ene	12	6	-	-
Feb	12	7	-	-
Mar	12	4	-	-
Abr	12	1	-	-
May	12	4	-	-
Jun	12	24	12	-
Jul	12	4	-	12
Ago	12	8	-	-
Sep	12	5	-	-
Oct	12	8	-	-
Nov	12	16	4	-
Dic	12	2	-	4

**Tabla 3:** Nivel de fuerza de trabajo.

La Tabla 1 detalla el nivel de producción mensual en kilogramos de fruta deshidratada. Así por ejemplo, para el módulo 1 se debe producir 3274 kgr. el mes de marzo utilizando el proceso 1 y 2840 kgr. el mes de agosto utilizando el proceso 2.

Para esos niveles de producción establecidos, la Tabla 2 muestra el correspondiente nivel de inventario de fruta deshidratada en kilogramos. Por ejemplo, el mes de noviembre y diciembre se registran inventarios únicamente del módulo 2. Por el contrario, para el mes de enero se observa niveles elevados de inventario de todos los módulos. La solución considera un valor de inventario inicial.

La Tabla 3 muestra el nivel de fuerza de trabajo mensual correspondiente al plan de producción. Como se observa en la tabla, la disponibilidad actual de 12 trabajadores es insuficiente los meses de junio y noviembre. Eso indica que se deben contratar 12 y 4 trabajadores respectivamente.

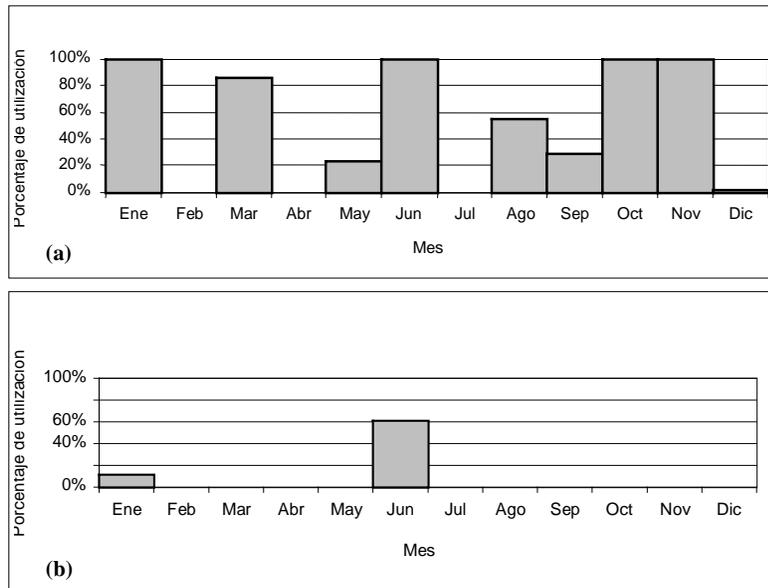
El costo mínimo determinado por el plan de producción asciende a 30.345 \$us.

En las Figuras 2(a), 2(b), 3(a) y 3(b) se muestra la utilización porcentual de los secadores solar y convencional así como la utilización de la mano de obra correspondientes a las Tablas 1, 2 y 3.

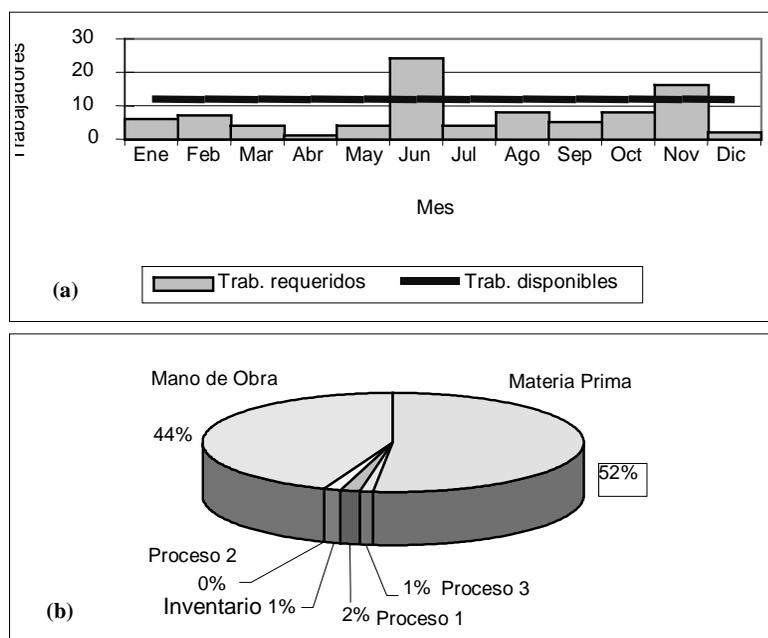
#### 4 Conclusión

La determinación y cálculo de los recursos necesarios a la ejecución de las órdenes de producción es una de las tareas decisivas de la Planeación de la Producción. La administración de los recursos necesarios para la producción de un bien en el plazo adecuado y en las cantidades correctas y con las características deseadas son factores determinantes de la productividad, más aún cuando el sector productivo requiere asignar recursos limitados (equipos, materiales, materia prima, etc.).

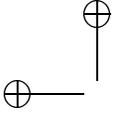
La elaboración de un plan de producción basado en un enfoque de optimización (programación lineal) permite obtener la combinación óptima de niveles de producción,



**Figura 2:** (a) Utilización mensual del proceso 1. (b) Utilización mensual de la mano de obra necesaria para satisfacer el plan de producción.



**Figura 3:** (a) Utilización mensual de la mano de obra necesaria para satisfacer el plan de producción. (b) Distribución porcentual de los costos presentes en el plan de producción.



inventario, fuerza de trabajo, recursos de producción, etc., que minimizan los costos relacionados con las actividades de producción. La flexibilidad del modelo permite actualizaciones constantes de los parámetros utilizados, lo que facilita un análisis a profundidad de cada una de las variables consideradas. El análisis de sensibilidad y de los precios sombra permite también obtener suficientes elementos de juicio para tomar decisiones estratégicas en la Gestión de la Producción.

## Referencias

- [1] R. Chase y N. Aquilano. *Dirección y Administración de la Producción y de las Operaciones*. Irwin, 1994.
- [2] F. Hanssmann y W. Hess. *A Linear Programming Approach to Production Employment Scheduling*, Vol. 1. Management Technology, 1960.
- [3] F. Hillier y G. Lieberman. *Introducción a la Investigación de Operaciones*. McGraw Hill, México, 1982.
- [4] R. Schroeder. *Administración de Operaciones*. McGraw Hill, México, 1992.
- [5] D. Sipper y R. Bulfin. *Planeación y Control de la Producción*. McGraw Hill, México, 1998.
- [6] H. Taha. *Investigación de Operaciones*. Alfaomega, México, 1994.

