

# **ANÁLISIS DEL CRECIMIENTO Y CICLOS ECONÓMICOS: UNA APLICACIÓN GENERAL PARA BOLIVIA**

José P. Mauricio Vargas\*

---

\* Los comentarios son bienvenidos a: [jpargas@fen.uchile.cl](mailto:jpargas@fen.uchile.cl).

Agradezco las valiosas sugerencias y observaciones de Rómulo Chumacero así como de un árbitro anónimo.

El contenido del presente documento es de responsabilidad del autor y no compromete la opinión del Banco Central de Bolivia.

## RESUMEN

La presente investigación caracteriza el comportamiento macroeconómico de la economía boliviana y prueba el desempeño de un modelo de Equilibrio General Dinámico (EGD) que extiende la especificación neoclásica básica incluyendo el sector gobierno y cuatro tipos de *shocks* estocásticos para considerar variables nominales y de política fiscal. Se encuentra que Bolivia tiene una volatilidad del producto baja y un crecimiento explicado en casi un 50% por el aporte del factor trabajo. En general se pudieron replicar satisfactoriamente los hechos estilizados de la economía boliviana lo cual respalda la popularidad de este tipo de modelos. En particular, la simulación de variables reales y nominales pudo reproducir la volatilidad y la correlación con el producto observados en los datos, sin embargo se debe tener cuidado en su uso ya que no todos los resultados son robustos con la metodología de medición del componente cíclico de las variables.

**Clasificación JEL:** C61, C63, E13, E17, E32

**Palabras Clave:** Crecimiento Económico, Ciclos Económicos.

## I. Introducción

Los Modelos de Equilibrio General Dinámicos (EGD) se han convertido en los últimos 25 años en una de las principales herramientas para realizar macroeconomía empírica moderna. A través de ellos se pueden explicar aspectos relevantes para entender el fenómeno del crecimiento económico tales como: i) el análisis de la dinámica transicional de las economías, ii) los generadores de las fluctuaciones o ciclos económicos, y iii) el comportamiento de economías con agentes heterogéneos.<sup>1</sup>

La principal referencia teórica-empírica en modelos de EGD estocásticos se remonta al laureado trabajo de Kydland y Prescott (1982). En aquel trabajo, los autores plantean una economía neoclásica simple donde los agentes toman sus decisiones optimizando intertemporalmente su elección entre consumo y ocio ante *shocks* tecnológicos en la producción y un proceso de acumulación de capital en el cual la inversión solo es efectiva luego de múltiples periodos. Luego de calcular las reglas de decisión de esta economía mediante una aproximación Lineal-Cuadrática<sup>2</sup>, Kydland y Prescott encontraron que un modelo neoclásico de este tipo es útil para explicar las autocovarianzas del producto real y las covarianzas del componente cíclico del producto con otras series económicas agregadas para la economía de EEUU (con series posteriores a la Segunda Guerra Mundial).

Sin embargo, el trabajo de Kydland y Prescott es sólo el punto de partida para poder responder preguntas más específicas. Así por ejemplo, una extensión directa puede ser alcanzada incluyendo al sector gobierno y por tanto el efecto de políticas fiscales. Dentro de los modelos de EGD con política fiscal se encuentran principalmente: i) modelos que analizan el efecto del gasto e inversión pública sobre la generación del producto, y ii) modelos que analizan el efecto distorsionante de los impuestos sobre el equilibrio de largo plazo.

---

1 Una recopilación sobre Modelos de Equilibrio General puede encontrarse en Chumacero y Schmidt-Hebbel (2005).

2 La aproximación Lineal-Cuadrática es un método numérico ampliamente utilizado entre economistas para generar las reglas de decisión de política alrededor del estado estacionario del modelo dinámico. En general, en este tipo de modelos no es posible obtener una solución analítica. Una introducción intuitiva a los métodos de resolución de este tipo de problemas puede encontrarse en Adda *et al.* (2003). Por otra parte, un tratamiento riguroso se encuentra en Stokey *et al.* (1989).

Dentro del primer grupo, una manera sencilla de verificar si es que la inversión pública es determinante para el crecimiento económico puede obtenerse introduciendo el gasto en inversión del gobierno como factor productivo dentro de la función de producción de la economía tal como se desarrolla en Milbourne (2003), o Barro y Sala-i-Martin (2003), donde se plantean varias especificaciones en las que el gasto de gobierno puede afectar el producto bajo modelos de crecimiento endógeno. La literatura relacionada al segundo grupo de modelos, que analiza los factores distorsionantes de los impuestos, es muy fructífera, por ejemplo Benigno y Woodford (2004) analizan la política tributaria óptima en modelos estocásticos dinámicos con impuestos distorsionantes sobre el ingreso del capital y del trabajo. Otras investigaciones como Milesi-Ferreti & Roubini (1998) analizan los efectos de los impuestos sobre el crecimiento económico en modelos determinísticos que consideran la acumulación de capital físico y capital humano. Un interesante compendio de los efectos de distintos impuestos sobre la economía y el crecimiento se puede encontrar en Baylor (2005). En esta línea, tres documentos relevantes para la presente investigación son McGrattan (1991), Cooley y Hansen (1991) y Bergoeing y Soto (2005), en ellos se introducen modelos de EGD que requieren la resolución de equilibrios competitivos, ya que las distorsiones impositivas planteadas generan escenarios en los que el equilibrio del planificador central no puede ser alcanzado en un equilibrio descentralizado.

Los modelos de EGD no solamente permiten analizar el equilibrio de largo plazo sino también las fluctuaciones en el corto plazo de la economía. Al incluir términos estocásticos se pueden analizar los ciclos económicos cuyos resultados se centran en los principales agregados de una economía. Sin embargo, existen distintas consideraciones que deben ser tomadas en cuenta en lo referente a la metodología utilizada para descomponer las variables entre su componente cíclico y su componente tendencial ya que no existe un consenso absoluto entre la superioridad de alguno de los métodos. El uso de una tendencia lineal fue un método popular hasta que Nelson y Kang (1981) mostraron que el cálculo del ciclo mediante esa técnica implicaría la generación de un ciclo espurio en una serie que tenga características de un camino aleatorio. Otra técnica ampliamente usada se basa en la metodología construida por Hodrick y Prescott, 1997 (HP), la cual aísla el componente cíclico utilizando un filtro que

extrae una tendencia estocástica. Un problema de este método es que se debe definir el parámetro de la suavidad de la tendencia *a priori*, pudiendo generar ciclos económicos aún cuando estos no estén presentes en las series originales. Finalmente, dos alternativas al filtro HP son aquellas desarrolladas por Baxter y King (1999) y Christiano y Fitzgerald (2003); en ambos casos se propone un filtro de banda. La diferencia principal está en que se aísla el componente cíclico especificando un rango para su duración. Ante estas alternativas, Canova (1998) y Gregory y Smith (1996) encuentran que la mayoría de los hechos estilizados son sensibles al filtro aplicado. Estos resultados son confirmados en trabajos como Bjørnland (2000) y Schenk-Hoppé (2001).

Bajo este contexto la presente investigación está dirigida a contextualizar determinantes simples del crecimiento y actualizar los hechos estilizados de la economía boliviana, probando posteriormente el desempeño de un modelo neoclásico que considera shocks estocásticos en la tecnología de producción, la tasa de crecimiento del dinero, los impuestos y el gasto de gobierno, en la generación de los ciclos económicos observados en los datos. Considerando los párrafos anteriores se presentan resultados calculados con tres distintas metodologías para filtrar las series y obtener el componente cíclico de variables macroeconómicas.

Los resultados muestran que la tasa de crecimiento del Producto Interno Bruto (PIB) de Bolivia es explicada casi en un 1/3 por el *residuo de Solow* y que el capital humano, cuya tendencia de crecimiento es mucho menor que en países de la región, explica a lo sumo el 10% del proceso de crecimiento. Por otra parte se encontró que el crecimiento del producto se distribuye, según tipo de gasto, fuertemente en consumo privado y que la inversión es baja y volátil.

La calibración del modelo de equilibrio general dinámico planteado permitió reproducir en estado estacionario los elementos de la economía boliviana antes descritos. Adicionalmente se compararon los ciclos económicos simulados contra los actuales en dos dimensiones: i) la volatilidad y ii) la correlación con el producto de los principales agregados económicos. En la primera, las series simuladas pudieron reproducir con significancia estadística los valores observados, en tanto en la segunda, los resultados sugieren conclusiones diversas de

acuerdo al tipo de filtro empleado.

En líneas generales, el modelo explica adecuadamente las variables reales de la economía de Bolivia y en esa dimensión podría ser un instrumento útil, actualizable, verificable y cuantitativo para definir reglas de decisión que en la realidad se transforman en política económica.

La estructura del trabajo es como sigue: en la segunda parte se analiza el desempeño del crecimiento económico en Bolivia y el comportamiento cíclico de los principales agregados de la economía; en la sección III se desarrollan los principales supuestos de un modelo de equilibrio general dinámico que incluye el sector gobierno y variables nominales. En la sección IV se calibran los parámetros profundos y se obtienen las reglas de decisión de la economía de Bolivia mediante métodos numéricos. En la quinta sección se simula la economía teórica generada y se determina su ajuste con el comportamiento de las variables actuales de la economía. Finalmente, en la sección VI se plantean las conclusiones del trabajo y se sugieren extensiones teóricas y empíricas.

## II. Descripción de la economía boliviana

La validez de los modelos de EGD estocásticos en economías en desarrollo como la economía de Bolivia no ha sido probada con amplitud. En la literatura revisada existen pocos estudios específicos para Bolivia. Por ejemplo, Quiroz *et al.* (1991, p. 94) analizando el comportamiento de modelos calibrados para Bolivia, Perú y Chile encuentran que “...*los modelos considerados fueron capaces de producir predicciones relativamente razonables...*”. Por otra parte Machicado (2006) especifica, calibra y simula un modelo para medir el efecto de la dolarización sobre el bienestar a través de la determinación de políticas fiscal y monetaria óptimas. Investigaciones como las de Bergoing *et al.* (2005) y Chumacero y Fuentes (2005) demuestran que los modelos de EGD estocásticos también son aplicables a economías pequeñas y pueden ser útiles para responder preguntas específicas de política monetaria, fiscal o comercial.

Bajo este contexto ésta sección desarrolla dos elementos para la

especificación de un modelo de ciclos económicos: i) una primera aproximación a los determinantes del crecimiento y ii) la cuantificación de la sensibilidad de los ciclos económicos del PIB a su metodología de cálculo. El primer elemento descompone la incidencia de los factores productivos en el crecimiento del producto, y a su vez como el crecimiento es distribuido en las cuentas del gasto. El segundo elemento cuantifica los ciclos económicos del PIB y otros agregados económicos mediante distintos enfoques con el fin de obtener descripciones robustas a la metodología empleada. A continuación se describen ambos.

### *II.1 Determinantes del crecimiento.*

Una aproximación aceptada para medir los determinantes del crecimiento se basa en su descomposición según el aporte de los factores productivos que lo generan. Específicamente este enfoque calcula lo que se conoce como el *residuo de Solow* y la contribución de otros factores productivos al crecimiento.<sup>3</sup>

En primer lugar se asume una función de producción del tipo:

$$Y_t = F(A_t, K_t, L_t) \quad (1)$$

Donde  $Y$  representa el producto,  $A$  el factor tecnológico conceptualizado de manera amplia,  $K$  el stock de capital de la economía y  $L$  el stock de trabajo.

La ecuación (1) implica que la tasa de crecimiento del producto puede expresarse como:

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = \hat{g} + \left(\frac{F_k K}{Y}\right) \cdot \left(\frac{\dot{K}}{K}\right) + \left(\frac{F_L L}{Y}\right) \cdot \left(\frac{\dot{L}}{L}\right) \quad (2)$$

---

3 Una explicación teórica y aplicación empírica extensa se puede encontrar en Barro y Sala-i-Martin (2004, Cap. 10).

Donde  $\hat{g} \equiv \left(\frac{F_A A}{Y}\right) \cdot \left(\frac{\dot{A}}{A}\right)$ . Si todo el ingreso asociado al producto es atribuido al capital y al trabajo, el cálculo del residuo  $\hat{g}$  se reduce a:

$$\hat{g} = \frac{\dot{Y}}{Y} - s_K \cdot \left(\frac{\dot{K}}{K}\right) - (1-s_K) \cdot \left(\frac{\dot{L}}{L}\right) \quad (3)$$

En caso de que (1) tome la forma de una función Cobb-Douglas con rendimientos constantes a escala, los términos  $s_K$  y  $(1-s_K)$  representarán el término exponencial del capital y del trabajo respectivamente. El término  $\hat{g}$  representa una colección de factores que podrían afectar la eficiencia de la economía, a saber: la tecnología, la calidad del gobierno, la fortaleza de las instituciones y/o factores culturales. Muchos estudios enfatizan que uno de estos factores no considerados explícitamente, y que debiera ser incluido pues afecta la descomposición de los ingresos generados por el producto, es el capital humano. En este contexto se puede reescribir la ecuación (3) de la siguiente forma:

$$\hat{g}_H = \frac{\dot{Y}}{Y} - s_K \cdot \left(\frac{\dot{K}}{K}\right) - (1-s_K) \cdot \left(\frac{\dot{L}}{L}\right) - (1-s_K) \cdot \left(\frac{\dot{H}}{H}\right) \quad (4)$$

Donde H es una medida del capital humano. El cálculo de las ecuaciones (3) y (4) para la economía de Bolivia utilizó la siguiente información anual para el periodo 1990-2005: se consideró a  $Y$  como el PIB medido a precios constantes de 1990; el *stock* de capital  $K$  fue calculado extendiendo la serie de Cupé *et al.*(1995) para Bolivia por el método de inventario perpetuo; debido a que no existe para Bolivia una serie larga anual de empleo, el factor trabajo  $L$  se aproximó por la Población Económicamente Activa (PEA)<sup>4</sup>; y para el capital humano  $H$  se consideraron dos aproximaciones, la primera, los años promedio de escolaridad para la población mayor a 19 años, y la segunda, un índice como el propuesto en Collins (1996) donde para grupos con distinto nivel de escolaridad se pondera el efecto por el salario recibido.<sup>5</sup> Adicionalmente se consideró un valor de  $s_K = 1/3$  constante

4 Una justificación para usar esta variable en economías en desarrollo se encuentra en Nehru y Dharehwar (1993).

5 Se utilizó información a nivel de Encuestas de Hogares para el periodo 1986- 2002. El efecto de un año adicional de escolaridad sobre el salario fue tomado de Psacharopoulos y Patrinos (2002).

en el tiempo, lo cual sería consistente con la evidencia encontrada por Gollin (2002) y con literatura relacionada con el tema.

Los resultados de las estimaciones de  $\hat{g}$  y  $\hat{g}_H$  (Tablas 1 y 2) indican que cerca de la mitad del crecimiento del producto es explicado por el crecimiento en el factor trabajo. La acumulación del *stock* de capital físico solamente explicaría un 15% del crecimiento promedio de la economía. En los casos en que se consideran medidas alternativas de capital humano, éstas no consiguen reducir el *residuo de Solow* de manera convincente lo cual sugiere que se debería tomar en cuenta explícitamente otros factores que afecten el crecimiento.

**Tabla 1: CÁLCULO DEL RESIDUO DE SOLOW (Promedio 1990-2005)**

Crecimiento PIB	$\hat{g}$	$\hat{g}_{H1}$	$\hat{g}_{H2}$
3,53%	1,34%	1,01%	1,26%

**Tabla 2: INCIDENCIA DE LOS FACTORES DE PRODUCCIÓN EN EL CRECIMIENTO DEL PRODUCTO (1990-2005)**

Especificación	<i>K</i>	<i>L</i>	<i>H</i> <sub>1</sub>	<i>H</i> <sub>2</sub>	Residuo
$\hat{g}$	15,0%	46,9%			38,0%
$\hat{g}_{H1}$	15,0%	46,9%	9,5%		28,5%
$\hat{g}_{H2}$	15,0%	46,9%		2,2%	35,8%

Los resultados de las Tablas 1 y 2 son similares a aquellos calculados en Loayza *et al.* (2004). En aquel trabajo se encuentra que el *residuo de Solow* para Bolivia, tomando tres alternativas para calcularlo, representa entre 32% y 42% del crecimiento del producto para el periodo 1990-2000.

Por otra parte, se analizó la descomposición del crecimiento del producto según tipos de gasto. De los resultados (presentados en la Tabla 3) se concluye que: el crecimiento promedio anual del PIB de Bolivia

igual a 3,66%<sup>6</sup> fue distribuido fuertemente en crecimiento del consumo privado (cerca de 2/3 del total); las cuentas de apertura comercial (exportaciones e importaciones) tomadas de manera separada, son la segunda y tercera cuenta en importancia; sin embargo dado que el saldo de la balanza comercial es relativamente equilibrado, su efecto conjunto es menor; las variables con mayor volatilidad (excluyendo los inventarios) ordenadas según el coeficiente de variación son: la inversión, las importaciones, las exportaciones, el gasto público y el consumo privado.

**Tabla 3: BOLIVIA: INDICADORES DE LA INCIDENCIA EN EL CRECIMIENTO DEL PIB SEGÚN TIPO DE GASTO (Periodo 1989-2006)**

Tipo de Gasto	Media	En %	Desviación Estándar	Coefficiente Variación
PIB (Crecimiento)	3,66	100%	1,40	0,38
Gasto de Consumo Final de la Administración Pública	0,35	9,6%	0,15	0,43
Gasto de Consumo final de los Hogares e IPSFL	2,28	62,3%	0,78	0,34
Variación de Existencias	-0,08	2,2%	1,06	-13,48
Formación Bruta de Capital Fijo	0,61	16,7%	2,45	4,01
Exportaciones de Bs. y Ss.	2,02	55,2%	1,92	0,95
Importaciones de Bs. y Ss.	1,52	41,5%	2,65	1,74

## *II.2 Los ciclos económicos.*

En esta sección se analizará el comportamiento cíclico de los principales agregados económicos de Bolivia enfatizando su relación con el PIB. Las series estudiadas son: el PIB, el gasto de

<sup>6</sup> Según datos de la CEPAL, para el periodo 1990-2005, Haití tuvo la menor tasa de crecimiento promedio anual de Latinoamérica (-0,06%), mientras que Chile fue el país con mayor crecimiento (5,77%). Con aquellos datos Bolivia se encuentra en la mitad superior de la tabla.

consumo de las familias, el gasto en inversión pública y privada, y el gasto público, todos ellos medidos en miles de bolivianos de 1990; el empleo y la inflación. Todos los datos cuentan con información trimestral para el periodo 1990-2006, excepto el empleo donde se pudo rescatar una serie trimestral sólo para el periodo 1995-2005.

Las primeras cuatro variables fueron tratadas de la siguiente manera: primero se calculó su valor por trabajador dividiéndolas entre el total de la fuerza laboral para el respectivo trimestre, en segundo lugar se desestacionalizaron con el filtro X12 Arima, el tercer paso fue convertir los valores a logaritmos naturales, y finalmente, se descompusieron las series en su componente tendencial y su componente cíclico.<sup>7</sup> La variable empleo fue desestacionalizada y convertida a logaritmos antes de ser descompuesta en sus componentes cíclico y tendencial, mientras que la tasa de inflación solamente fue desestacionalizada. Para las primeras cinco variables las series del componente cíclico se pueden interpretar como la desviación porcentual respecto a su tendencia.

La descomposición de las series fue realizada utilizando cinco distintas metodologías: a partir del cálculo de una tendencia lineal y una tendencia cuadrática en los datos, utilizando el filtro desarrollado por Hodrick y Prescott (HP)<sup>8</sup>, el filtro propuesto por Baxter y King (BK) [Baxter & King, 1999] y finalmente aquel propuesto por Christiano y Fitzgerald (CF) [Christiano & Fitzgerald, 2003]. La ventaja de las dos últimas aproximaciones es que permiten reflejar empíricamente la definición teórica de un ciclo económico aislando aquellas fluctuaciones que no responderían a los intervalos de tiempo que comprende este concepto teórico<sup>9</sup>.

---

7 Para las cuatro variables se probaron tres especificaciones alternativas en las cuales el componente cíclico fue calculado con la variable en niveles, con la variable por trabajador y con la variable per cápita. La correlación entre las series calculadas en todos los casos estuvo sobre 0,99. Se eligió reportar solamente el caso de la variable por trabajador.

8 Una explicación teórica y práctica para aplicar el filtro HP se puede encontrar en Heer *et al.* (2005). La referencia original se encuentra en Hodrick y Prescott (1997).

9 En la especificación de los filtros BK y CF se utilizó un band pass de 6 a 32 trimestres lo cual es consistente con el concepto de ciclo económico utilizado por el NBER.

**Tabla 4: BOLIVIA: VOLATILIDAD DEL COMPONENTE CÍCLICO DE LOS PRINCIPALES AGREGADOS ECONÓMICOS**

	Volatilidad <sup>+</sup>				
	Tend.	Tend <sup>2</sup>	HP	BK	CF
Producto	2,12	2,92	1,17	0,64	0,71
Consumo	2,17	2,63	1,53	0,64	0,75
Inversión	19,52	19,72	10,82	7,89	8,75
Gasto de Gobierno	4,24	4,56	4,02	1,30	1,52
Empleo	2,65	2,63	2,37	0,82	0,92
Inflación	1,61	1,61	1,61	1,61	1,61
	Volatilidad Respecto a la Volatilidad del PIB				
	Tend.	Tend <sup>2</sup>	HP	BK	CF
Producto	1	1	1	1	1
Consumo	1,02	0,90	1,31	1,00	1,06
Inversión	9,21	6,75	9,25	12,33	12,32
Gasto de Gobierno	2,00	1,56	3,44	2,03	2,14
Empleo	1,25	0,90	2,03	1,28	1,30
Inflación	0,76	0,55	1,38	2,53	2,28

\* La volatilidad está calculada como la desviación estándar expresada como porcentaje.

En las Tablas 4 y 5 se reflejan la volatilidad de las series y las correlaciones entre el ciclo de la serie del producto y el ciclo de los demás agregados económicos. Los resultados demuestran que las distintas metodologías para eliminar la tendencia de las series no son robustas entre sí.

**Tabla 5: BOLIVIA: CORRELACIÓN DEL PRODUCTO CON EL COMPONENTE CÍCLICO DE LOS PRINCIPALES AGREGADOS ECONÓMICOS**

	Tend	Tend <sup>2</sup>	HP	BK	CF
Producto	1	1	1	1	1
Consumo	0,63*	0,78*	0,44*	0,51*	0,54*
Inversión	0,80*	0,85*	0,51*	0,52*	0,53*
Gasto de Gobierno	0,40*	0,53*	0,43*	-0,20	-0,15
Empleo	0,21	0,18	0,33*	0,8*	0,75*
Inflación	-0,16	-0,32*	-0,05	0,11	0,08

\* Significativo al nivel de confianza del 5%.

De los resultados de la Tabla 4 se puede concluir que la volatilidad del producto es relativamente baja en comparación con otros países, por ejemplo la volatilidad del PIB de Chile es de 2,20 (periodo 1986-2000), mientras que Cooley y Hansen (1995) reportan un valor de 1,72 para EEUU (periodo 1954-1991); en ambos casos son valores calculados utilizando series tratadas con el filtro HP. En parte, la baja volatilidad del producto en Bolivia también respondería a las bajas tasas de crecimiento, lo cual no genera aceleraciones ni cambios intensivos alrededor de la tendencia, y a que este crecimiento bajo es explicado casi en el 50% por la tasa de crecimiento de la fuerza de trabajo, la cual crece en una senda que se desvía muy poco de su tendencia. Otros estudios para múltiples países latinoamericanos respaldan este particular resultado de la economía boliviana. Así por ejemplo Jacobo (2002) compara la volatilidad del producto para Argentina, Bolivia, Brasil, Chile, Paraguay y Uruguay en el periodo 1970-1997 y encuentra que la volatilidad del producto en Bolivia es la más baja entre estos países. Quiroz *et al.* (1991) para datos trimestrales entre 1980 y 1990 encuentran que la volatilidad del Producto de Bolivia representa 0,6 veces la medida similar del Perú. En general, los resultados empíricos suelen apoyar que los ciclos económicos son más volátiles en países en desarrollo que en países desarrollados, sin embargo esta diferencia no sería sustancial. Rand y Tarp (2002) encuentran que los ciclos del producto serían en promedio 15% más volátiles en países en desarrollo respecto a países desarrollados, y que a su vez, las características del ciclo en los primeros es más diversa que en los segundos. Es decir que los países industrializados tienen un comportamiento más uniforme.

El consumo privado tiene una volatilidad ligeramente mayor al producto, y está asociado positiva y significativamente con éste. Una aproximación visual de las series (Gráfico 1) permite inferir que tanto el producto como el consumo privado fueron mucho menos volátiles a partir del año 2000. Tomando los resultados de los modelos de crecimiento neoclásicos, se esperaría que el consumo tuviera una volatilidad menor a la del producto, sin embargo debe considerarse el hecho de que el consumo privado no pudo ser desagregado entre consumo de bienes durables y no durables como sugieren Cooley y Prescott (1995), ya que los bienes durables serían varias veces más volátiles que los bienes de consumo no durables.

La variable inversión, que considera tanto la inversión pública como

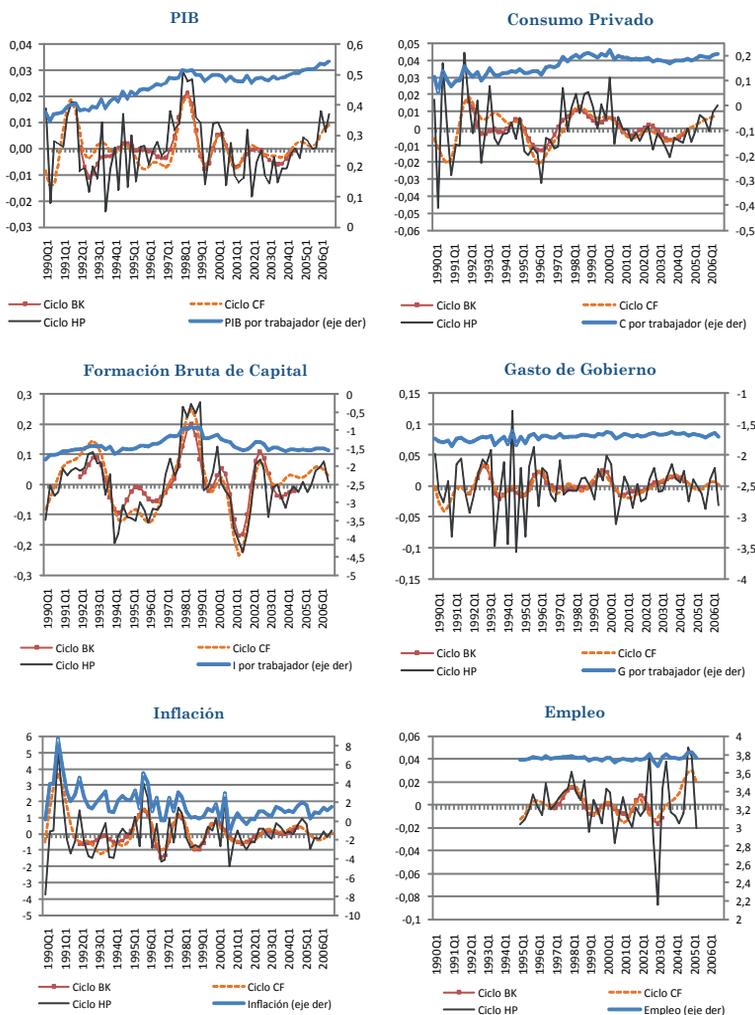
privada, es la serie más volátil de todas y sigue claramente la misma senda del producto. Esto se respalda por la alta correlación entre ambas series, la cual es la más alta entre todo el grupo. El gasto público, definido como el consumo realizado por el gobierno excluyendo los gastos de capital, tiene una volatilidad equivalente entre 2 y 3 veces la volatilidad del producto y también tiene una correlación positiva y significativa con el componente cíclico del PIB. Es interesante notar que tanto en Bolivia como en Chile, después de la inversión, el gasto público es la variable más volátil entre los componentes del PIB por el lado del gasto. La variable empleo fue construida a partir de dos variables: el índice de empleo reportado por el Instituto Nacional de Estadística (INE) y el número de horas trabajadas semanalmente también reportado por esta entidad. Se supuso que semanalmente una persona tiene 100 horas disponibles para trabajar, por lo cual la cota superior que podría alcanzar el índice de empleo es igual a 100. En general, el número de horas trabajadas semanalmente se encuentra alrededor de 43. La volatilidad del empleo está entre una y dos veces la volatilidad del producto y está asociado positivamente con éste, es decir que a mayor nivel de empleo existe mayor producto y/o viceversa, notando que la asociación no implica causalidad en ningún sentido. Finalmente respecto a la inflación, la asociación entre ésta y el producto es menos clara y no se pudo encontrar evidencia de una correlación significativa robusta entre ambas variables. En cuanto a la volatilidad de la serie, ésta se redujo paulatinamente a partir del año 2000.

En general los filtros para descomponer las series afectan los resultados de la medida de volatilidad cuantitativamente pero no cualitativamente. El cálculo de la volatilidad de las series como proporción de la volatilidad del producto de la Tabla 4 refuerza esta afirmación. En el caso de las correlaciones con el producto, las series de inversión, consumo privado y empleo presentan resultados robustos al filtro en cuanto a signo pero no magnitud, mientras que los resultados asociados al gasto de gobierno y la inflación se contradicen según el filtro aplicado.

En esta sección se analizaron las principales características cuantitativas del componente cíclico de variables macroeconómicas de la economía boliviana. Los signos de la correlación de las variables con el producto no resultan atípicos a los que presentan economías emergentes (como Chile) o economías desarrolladas (como EEUU), y son consistentes

con lo que predice la teoría económica. Los resultados, utilizando distintas metodologías de cálculo, son consistentes en señalar que la inversión y el consumo son los componentes con mayor y menor volatilidad, respectivamente.

**Gráfico 1: CONTRASTE DE DISTINTOS CÁLCULOS DEL CICLO DE LAS VARIABLES**



Fuente: Elaboración Propia

Tomando en cuenta los resultados de la contabilidad del crecimiento, y de la sección descriptiva de los ciclos económicos, es posible afirmar que elementos como el gasto público o variables monetarias podrían ser una alternativa para mejorar el ajuste cíclico de los datos con la teoría. En lo que sigue de la investigación se propone un modelo teórico que pueda generar procesos como los observados en la realidad, ya que es claro que las economías enfrentan desviaciones a sus tendencias de largo plazo, y que conocer los procesos generadores de estas desviaciones permite cuantificar los efectos de las políticas implementadas.

### III. El modelo y la metodología

En los últimos años, el interés por generar modelos que permitan evaluar las políticas fiscal y monetaria en un contexto combinado han tenido bastante aceptación. Algunos de los primeros esfuerzos en este sentido se deben a Cooley y Hansen (1989, 1991, 1995 y 1997). En ellos, los autores resuelven modelos de EGD estocásticos mediante una aproximación Lineal-Cuadrática (LQ) evaluada en la vecindad del estado estacionario del problema de optimización dinámica. En todo caso, el método LQ no es el único método existente para resolver este tipo de modelos, otros métodos numéricos han recibido atención como la aproximación Log-Lineal [Uhlig, 1999] o el método de Perturbación popularizado por Schmidt-Grohé y Uribe (2004).<sup>10</sup> En la presente investigación se utilizará una aproximación de primer orden del método de perturbación.<sup>11</sup>

A continuación se detallan los principales elementos del modelo teórico que siguen de cerca los trabajos de Cooley y Hansen (1991) y Bergoeing y Soto (2005).

**El agente representativo.** La economía está conformada por un continuo de individuos idénticos que viven infinitamente y que están

---

10 Las principales condiciones de los algoritmos numéricos en este tipo de técnica pueden encontrarse en Judd (1998). La aproximación de segundo orden del método de perturbación es una técnica superior para el análisis de bienestar.

11 Resuelto mediante código en MatLab del proyecto DYNARE. La aproximación de primer y segundo orden no presentan diferencias importantes en cuanto a los resultados de este trabajo. En el Apéndice A se resumen los principios del método de perturbación.

dotados en el periodo 0 por  $K_0$  unidades per cápita de capital y una unidad de tiempo en cada periodo que puede ser utilizada entre la elección de ocio y trabajo.

El agente representativo maximiza intertemporalmente una función de utilidad descontada del tipo:

$$\max E \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \{ \alpha \log c_{1t} + (1 - \alpha) \log(c_{2t} + \pi g_t) - \gamma h_t \} , \quad 0 < \beta < 1 \quad (5)$$

Donde  $c_{1t}$  es el consumo per cápita en el periodo  $t$  de un bien que requiere ser comprado en efectivo,  $c_{2t}$  es el consumo per cápita en el periodo  $t$  de un bien que puede ser comprado al crédito,  $g_t$  es el gasto de gobierno per cápita y  $h_t$  es la cantidad de trabajo per cápita de cada familia,  $\beta$  es el factor de descuento intertemporal,  $\alpha$  la ponderación relativa de la utilidad proporcionada por el consumo realizado en bienes al crédito y bienes comprados en efectivo,  $\pi$  el peso relativo de la utilidad proporcionada al individuo por el gasto de gobierno y  $\gamma$  una medida de la intensidad de la desutilidad generada por el trabajo.

**Las familias.** Reciben ingresos generados por el capital y el trabajo, los cuales son utilizados para financiar consumo, inversión de capital adicional o para mantener dinero. Las familias están sujetas a una restricción presupuestaria del tipo:

$$(1 + \tau_t)(c_{1t} + c_{2t}) + i_t + \frac{m_{t+1}}{p_t} \leq (w_t h_t + r_t k_t) + \frac{m_t}{p_t} + \frac{T_t}{p_t} \quad (6)$$

Donde  $\tau_t$  es la alícuota del impuesto al consumo en el periodo  $t$ ,  $i_t$  la inversión per cápita realizada por la familia en el periodo  $t$ ,  $m_t$  representa los saldos de dinero mantenidos por la familia en el periodo  $t$ ,  $p_t$  es el nivel de precios de la economía,  $w_t$  los salarios per cápita de cada hogar (por unidad de trabajo),  $k_t$  el *stock* de capital per cápita de cada hogar, y finalmente  $T_t$  las transferencias per cápita nominales del gobierno a los hogares.

**La restricción de efectivo.** Como se mencionó más arriba, existe un tipo de bienes de consumo que sólo puede ser comprado en efectivo, esta característica del modelo garantiza que el dinero será valorado en equilibrio.

$$(1 + \tau_t)p_t c_{1t} = T_t + m_t \quad (7)$$

La ecuación (7) indica que el bien de consumo  $c_1$  debe ser adquirido con tenencias de dinero  $m$  o bien con las transferencias nominales del gobierno  $T$ .

**La firma.** El producto de la economía es generado por una empresa competitiva representativa que utiliza dos insumos: el capital y el trabajo. La tecnología de producción de esta empresa tiene rendimientos constantes a escala y es del tipo Cobb-Douglas.

$$Y_t = e^{z_t} K_t^\theta H_t^{1-\theta}, \quad 0 < \theta < 1 \quad (8)$$

$Y_t$  es el producto per cápita del conjunto de la economía en el periodo  $t$  y se reparte en una proporción  $\theta$  a retribuir al *stock* de capital per cápita de toda la economía<sup>12</sup> y en una proporción  $(1 - \theta)$  al *stock* de trabajo per cápita de toda la economía. Además la producción puede ser afectada por *shocks* tecnológicos exógenos estocásticos ( $e^{z_t}$ ).

La empresa maximiza sus beneficios cuando el valor de la productividad marginal de sus factores iguala a su retribución. Las condiciones para que esto se cumpla son:

$$w_t = (1 - \theta)e^{z_t} \left( \frac{K_t}{H_t} \right)^\theta \quad (9)$$

$$r_t = \theta e^{z_t} \left( \frac{H_t}{K_t} \right)^{1-\theta} \quad (10)$$

Donde  $w_t$  es la retribución al factor trabajo (o salario), mientras que  $r_t$  representa la retribución al capital (o tasa de retorno). Se supone además que la firma puede acumular capital según la siguiente ley de movimiento de acumulación:

$$k_{t+1} = (1 - \delta)k_t + i_t \quad (11)$$

Condición que se cumple de igual manera para el *stock* de capital per cápita de toda la economía.

---

12 Nótese que  $k_t$  representa el *stock* de capital per cápita de una familia en particular mientras que  $K_t$  representa el *stock* de capital per cápita de toda la economía. La aclaración es válida para todas las variables que tienen un componente en mayúsculas y otro en minúsculas.

$$K_{t+1} = (1 - \delta)K_t + I_t \quad (12)$$

**El gobierno.** El gobierno financia una secuencia de gastos emitiendo moneda y recaudando impuestos.

$$p_t g_t + T_t = \tau_t p_t (c_{1t} + c_{2t}) + M_{t+1} - M_t \quad (13)$$

La emisión monetaria está regida por un proceso de crecimiento exponencial del tipo:

$$M_{t+1} = e^{\mu} M_t \quad (14)$$

Finalmente la economía debe cumplir la identidad que iguala el producto con los diferentes tipos de gasto:

$$c_{1t} + c_{2t} + i_t + g_t = e^z K_t^\theta H_t^{1-\theta} \quad (15)$$

Se supone además que la tecnología de producción, la tasa de crecimiento del dinero, el gasto de gobierno y la alícuota de impuestos, son generados por procesos auto-regresivos de orden 1 que contemplan *shocks* exógenos generados por variables estocásticas del tipo:

$$z_{t+1} = (1 - \rho_z) \bar{z} + \rho_z z_t + \varepsilon_{t+1}^z \quad (16)$$

$$\mu_{t+1} = (1 - \rho_\mu) \bar{\mu} + \rho_\mu \mu_t + \varepsilon_{t+1}^\mu \quad (17)$$

$$g_{t+1} = (1 - \rho_g) \bar{g} + \rho_g g_t + \varepsilon_{t+1}^g \quad (18)$$

$$\tau_{t+1} = (1 - \rho_\tau) \bar{\tau} + \rho_\tau \tau_t + \varepsilon_{t+1}^\tau \quad (19)$$

Donde  $\bar{x}$  representa la media de largo plazo de la variable  $x$  y  $\rho_x$  es un parámetro constante de la ley de movimiento de  $x$ .  $\varepsilon_{t+1}^x$  sigue una distribución normal con media 0 y varianza finita  $V_x$ .

El problema de optimización descrito puede ser planteado en una ecuación de Bellman según el principio de optimalidad. Para poder utilizar este instrumento es necesario que se cumplan dos requisitos fundamentales: *estacionariedad* y existencia de un *factor de descuento*. Dado que la especificación cuenta con un factor de descuento ( $\beta$ ),

se redefinirán las variables no estacionarias para dotarlas de esta característica. De esta manera se redefinen:

$$\hat{m}_t = \frac{m_t}{M_t} \quad (20) \qquad \hat{p}_t = \frac{P_t}{M_{t+1}} \quad (21)$$

Con el cambio de variables, el problema a resolver puede expresarse como:

$$V(z, \mu, \tau, g, K, k, \hat{m}) = \max \left\{ \begin{aligned} & [\alpha \log c_1 + (1-\alpha) \log(c_2 + \pi g) + \gamma \log(1-h)] \\ & + \beta V(z', \mu', \tau', g', K', k', \hat{m}') \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

sujeto a:

$$(11) \text{ y } (12)$$

$$(16) \text{ a } (19)$$

$$c_2 = \frac{\hat{m} + e^\mu - 1}{\hat{p} \cdot e^\mu} \left( \frac{\tau}{1+\tau} \right) + w(z, K, H)h + r(z, K, H)k - g - i - \frac{\hat{m}'}{\hat{p}} \quad (23)$$

$$c_1 = \left( \frac{\hat{m} + e^\mu - 1}{\hat{p} \cdot e^\mu} \right) \left( \frac{1}{1+\tau} \right) \quad (24)$$

$$I = I(z, \mu, \tau, g, K, 1) \quad (25)$$

$$H = H(z, \mu, \tau, g, K, 1) \quad (26)$$

$$\hat{p} = \hat{p}(z, \mu, \tau, g, K, 1) \quad (27)$$

Donde la ecuación (24) se obtiene sustituyendo el cambio de variables (20) y (21) en (7). Por otra parte la ecuación (23) se calcula despejando  $T_t$  de (13) y sustituyendo este valor en (6). Adicionalmente se reemplazan los valores de (9) y (10) en (13) y el valor de  $c_1$  calculado en (24).

El equilibrio competitivo de esta economía se resuelve hallando las funciones (25), (26) y (27) donde se cumple además que:

$$I = I(z, \mu, \tau, g, K, K, 1) = i(z, \mu, \tau, g, K, k, 1) \quad (28)$$

$$H = H(z, \mu, \tau, g, K, K, 1) = h(z, \mu, \tau, g, K, k, 1) \quad (29)$$

Por el principio de optimalidad se pueden suprimir los subíndices de tiempo. Las variables marcadas por el símbolo *prima* (') representan variables futuras, mientras que las variables sin el símbolo *prima* son variables actuales.

El problema planteado no tiene una solución analítica conocida pero puede aproximarse una solución mediante métodos numéricos. Como se mencionó anteriormente la propuesta de solución aproxima linealmente las reglas de decisión alrededor del estado estacionario del sistema dinámico.

En la siguiente sección se determinarán los parámetros profundos del modelo en base a información para la economía boliviana. Este proceso es fundamental para particularizar los resultados dentro del contexto de una economía específica.

#### IV. Calibración y aproximación de las reglas de política

Los modelos de EGD requieren la determinación de los valores de los parámetros que caracterizan la economía y que se suponen estáticos en el tiempo. En el caso particular del modelo expuesto en la anterior sección, se necesita establecer valores para  $\theta, \delta, \beta, \pi, \gamma, \alpha, \bar{z}, \bar{\mu}, \bar{g}, \bar{\tau}, \rho_z, \rho_k, \rho_g, \rho_c$ .

En general estos valores se derivan de las condiciones de optimalidad del modelo y de los equilibrios en estado estacionario de las variables. De esta manera, para determinar el valor de  $\beta$  se utilizó la condición de Euler para el consumo, la cual en estado estacionario implica que se cumpla que:

$$\beta \cdot (1 + r) = 1 \quad (30)$$

En este caso se tomaron los valores promedio de la tasa de interés real anual para el periodo 1987-2004 de los DPF en moneda nacional, extranjera y con mantenimiento de valor. Los cálculos implican valores

de  $\beta$  en el rango (0,92-0,94), que son equivalentes a valores trimestrales entre (0,98-0,985)<sup>13</sup>.

El valor de  $\theta$  fue calculado de la ecuación:

$$\theta = \frac{1 - \beta(1 - \delta)}{\beta(y/k)} \quad (31)$$

La ecuación (31) es una derivación de la condición de primer orden (CPO) del consumo evaluada en estado estacionario. El valor de  $\delta$  se estableció en 1,1% trimestral, consistente con el estado estacionario de la inversión  $\bar{I} = \delta \bar{K}$ .<sup>14</sup> La relación  $K/Y$  para datos trimestrales para el periodo 1990-2005 fue en promedio igual a 13, lo que implica un valor de  $\theta=0,35$ . En este sentido los datos son consistentes con la literatura relacionada, que propone un valor constante alrededor de 1/3.<sup>15</sup> Trabajos como el de Bernanke y Gurkaynak (2001) son consistentes con este valor para Bolivia.

El parámetro  $\gamma$  se calibró de tal manera de calzar el valor en estado estacionario de  $h=0,43$ . Este valor se obtuvo suponiendo 100 horas disponibles semanalmente por trabajador. Los datos de las horas promedio/semana por trabajador en su actividad principal para los años 1999-2003 fueron tomadas del INE. Con esta información el valor del parámetro calibrado es  $\gamma=3,08$ .

El valor de  $\pi$ , el cual representa la intensidad en que el gasto de gobierno es considerado como sustituto del consumo privado, puede ser calculado basándonos en la ecuación de Euler que agrega el consumo al crédito y en efectivo, e incluye el gasto de gobierno en la función de utilidad:

$$\frac{U'(c_t)}{\beta U'(c_{t+1})} = 1 + r_t - \delta = \frac{c_{t+1} + \pi g_{t+1}}{\beta(c_t + \pi g_t)} \quad (32)$$

13 Dado que se debería utilizar una tasa de interés libre de riesgo para el cálculo de este valor, se descartó el uso de la tasa de interés real de las Letras del Tesoro, dado que tienen una rentabilidad muy alta que debería estar asociada a un riesgo implícito. El valor 0,985 es prácticamente el mismo al propuesto por Machicado (2006) para la economía boliviana.

14 En el trabajo de Cupé (1995) los valores supuestos de depreciación según tipo de bien de capital, implican una depreciación anual alrededor del 4,6%.

15 Desviaciones mayores con respecto a este valor podrían explicarse por errores de medición en las cuentas nacionales, [Gollin, 2002].

La ecuación (32) fue estimada por el Método Generalizado de Momentos (GMM por sus siglas en inglés) utilizando como instrumentos rezagos de las series de consumo y gasto de gobierno. El valor del coeficiente  $\pi$  es igual a -1,85, lo cual sugeriría que el gasto de gobierno no sería considerado como un “bien” por los consumidores.

El valor de  $\alpha$  se fijó en 0,8. Los primeros momentos del modelo no son muy sensibles a este valor, por lo cual esta magnitud parecería razonable considerando que para Chile, Bergoing y Soto (2005) y para EEUU, Cooley y Hansen (1995) calculan valores de 0,75 y 0,84 respectivamente.

Finalmente, como se mencionó en la sección anterior, el modelo considera cuatro variables que se generan por *shocks* exógenos estocásticos. La estimación de la ley de movimiento de estas variables sigue un proceso AR(1). A continuación se describen los pasos realizados para estimar los parámetros de tales procesos estocásticos.

Para calcular los parámetros de movimiento del crecimiento del dinero, se tomó en cuenta que:

$$e^{\mu_t} = \frac{M_{t+1}}{M_t} \Rightarrow \mu_t = \ln\left(\frac{M_{t+1}}{M_t}\right) \quad (33)$$

Por tanto la especificación a estimar es:

$$\ln\left(\frac{M_{t+1}}{M_t}\right) = (1 - \rho_\mu) \overline{\ln\left(\frac{M_{t+1}}{M_t}\right)} + \rho_\mu \ln\left(\frac{M_t}{M_{t-1}}\right) + \varepsilon_{t+1}^\mu \quad (34)$$

La ecuación es equivalente a:

$$\Delta \ln(M_{t+1}) = (1 - \rho_\mu) \overline{\ln\left(\frac{M_{t+1}}{M_t}\right)} + \rho_\mu \Delta \ln(M_t) + \varepsilon_{t+1}^\mu \quad (35)$$

En los casos del gasto de gobierno per cápita  $g$  y la alícuota de los impuestos  $\tau$ , la estimación de las ecuaciones (18) y (19) es directa, mientras que los parámetros de la ley de movimiento de los *shocks* tecnológicos fueron ajustados para concordar con la volatilidad observada del producto. Los resultados de estos cálculos se resumen en las Tablas 6 y 7.

**Tabla 6: ESTIMACIÓN DE LOS COEFICIENTES DE LOS PROCESOS ESTOCÁSTICOS**

Variable	$\bar{x}$	$\rho_x$	Significancia
<i>Shock</i> Tecnológico*	-0,35	0,90	
Crecimiento del Dinero	0,03	0,25	0,210
Consumo del Gobierno	0,14	0,30	0,040
Alícuota de Impuestos	0,13	0,84	0,000

\* En este caso se calibraron los parámetros para coincidir el segundo momento del modelo con el observado.

**Tabla 7: DESVIACIÓN ESTÁNDAR DE LA INNOVACIÓN DE LOS SHOCKS EXÓGENOS**

Variable	$z$	$\mu$	$g$	$\tau$
Desviación Estándar	0,0016	0,016	0,0018	0,0093

En la Tabla 8 se resumen los demás valores de los parámetros calibrados en este apartado, mientras que la Tabla 9 contrasta el ajuste del modelo evaluado en estado estacionario con el comportamiento promedio de las series reales para Bolivia durante el periodo 1990-2005.

**Tabla 8: CALIBRACIÓN DEL MODELO**

Parámetro	Valor
$\theta$	0,35
$\delta$	0,01
$\beta$	0,98
$\gamma$	3,08
$\pi$	-1,85
$\alpha$	0,80

**Tabla 9: RATIOS EN ESTADO ESTACIONARIO COMPARADOS CON EL COMPORTAMIENTO DE LAS SERIES PARA BOLIVIA (1990-2005)**

	Observado	Simulado
$C/Y$	0,73	0,73
$I/Y$	0,11	0,11
$G/Y$	0,16	0,15

En base a estos resultados se calculó la aproximación lineal de la senda de equilibrio mediante el método de perturbación. Se calcularon dos posibles especificaciones para el modelo, la primera en la que sólo se considera el *shock* tecnológico, y la segunda donde se consideran a la vez los 4 *shocks* estocásticos planteados.

La determinación numérica de las reglas de política es un paso intermedio necesario para evaluar si ésta economía ficticia podría reproducir el comportamiento observado de una economía en desarrollo como la boliviana. En la siguiente sección se realiza esta comparación.

## V. Simulación

El proceso de simulación se generó utilizando dos especificaciones. En la primera se consideró el gasto de gobierno, la presión tributaria y la tasa de crecimiento del dinero como constantes y por tanto solamente se simulan los efectos del *shock* tecnológico. En la segunda especificación los cuatro *shocks* y sus procesos AR(1) son tomados en cuenta. Los resultados para las dos especificaciones se encuentran en la Tabla 10.

De las dos especificaciones consideradas, la segunda refleja mayor proximidad con los datos de la economía boliviana. En esta especificación las volatilidades del producto, el consumo, el gasto de gobierno y la inflación siguen muy de cerca los resultados de las series actuales de Bolivia, en tanto el modelo subestima la volatilidad observada del empleo y la inversión. Estos resultados son robustos al tipo de filtro utilizado. Por otra parte, la simulación de las correlaciones

contemporáneas con el producto prácticamente en todos los casos se encuentran dentro de la banda de confianza que considera el error muestral de los datos observados (al 95%). El Gráfico 2 presenta aquellos resultados.

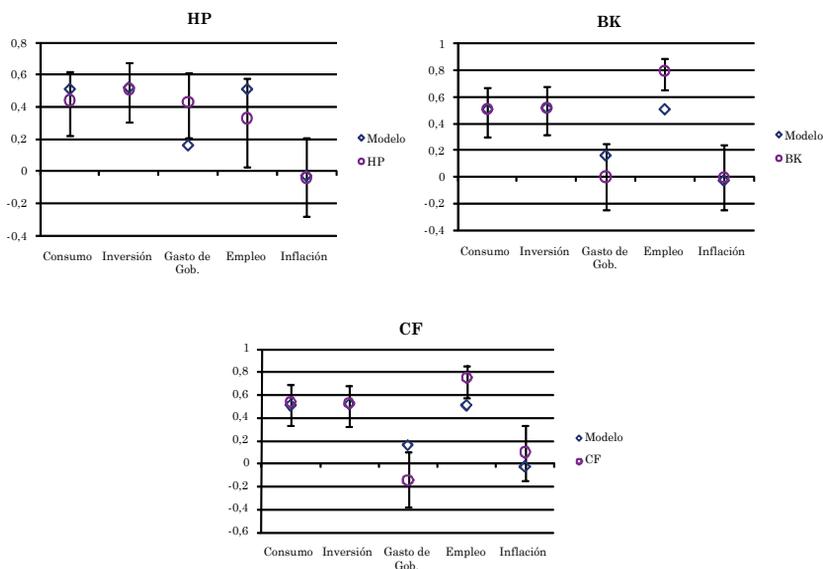
**Tabla 10: COMPARACIÓN DE LA SIMULACIÓN DEL MODELO  
CON LOS DATOS**

	Datos Observados Bolivia			Modelo	
	HP	BK	CF	1	2
<b>Volatilidad (en %)</b>					
Producto	1,17	0,64	0,71	0,70	0,64
Consumo	1,53	0,64	0,75	0,35	0,65
Inversión	10,82	7,89	8,75	4,76	6,58
Gasto de Gobierno	4,02	1,30	1,52	---	1,33
Empleo	2,37	0,82	0,92	0,51	0,54
Inflación <sup>+</sup>	1,61	1,61	1,61	0,09	1,61
<b>Correlación Contemporánea con el Producto</b>					
Producto	1	1	1	1	1
Consumo	0,44	0,51	0,54	0,68	0,51
Inversión	0,51	0,52	0,53	0,93	0,52
Gasto de Gobierno	0,43	0	-0,15	---	0,16
Empleo	0,33	0,8	0,75	0,64	0,51
Inflación <sup>+</sup>	-0,05	0,11	0,07	-0,51	-0,03

\* Indica que el valor simulado se encuentra dentro del 95% del rango de confianza del error muestral en las correlaciones observadas.

<sup>+</sup> Los datos observados son estacionarios, por tanto no se aplicó ningún filtro.

**Gráfico 2: CORRELACIÓN DEL PRODUCTO CON LAS DEMÁS SERIES**



Fuente: Elaboración Propia

Adicionalmente, se calculó el estadístico de un Test Tipo Wald basado en Christiano y Eichenbaum (1992) para verificar si la diferencia entre las volatilidades observadas y simuladas es estadísticamente significativa. Los resultados resumidos en la Tabla 11 muestran que, salvo el empleo, las volatilidades de las variables se encuentran bien representadas por el modelo.

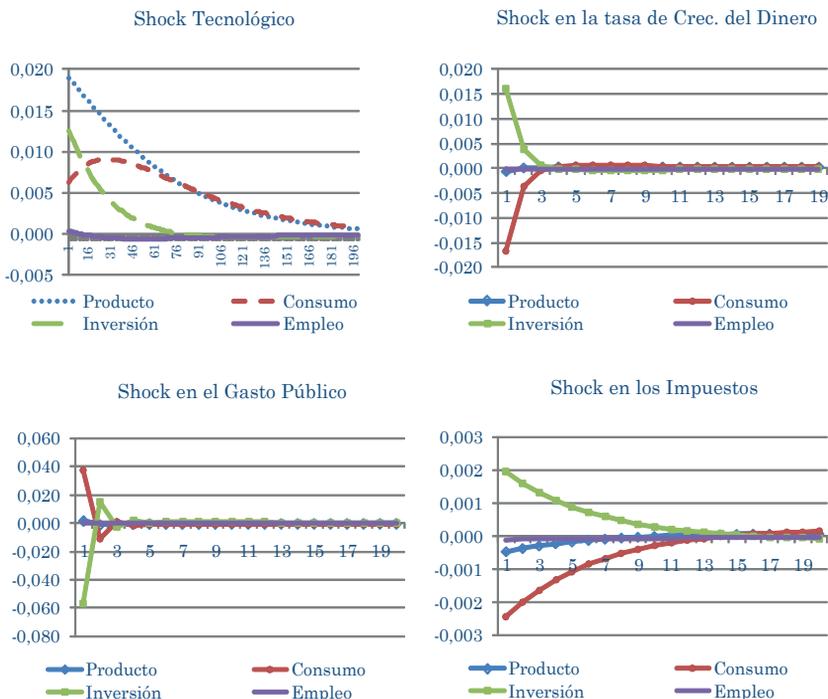
**Tabla 11: TEST TIPO WALD SOBRE LAS VOLATILIDADES SIMULADAS POR EL MODELO**

		HP	BK	CF
Incluye	Volatilidad	0,00	0,00	0,00
Empleo	Volat. Respecto al Producto	0,00	0,00	0,00
Sin	Volatilidad	0,00	0,47	0,13
Empleo	Volat. Respecto al Producto	0,00	0,54	0,54

Se reporta el P value para la hipótesis nula de que los datos simulados son iguales a los observados.

Finalmente y asumiendo que el modelo es un buen representante de los datos, se analizó la respuesta de las variables endógenas (el producto, el consumo, la inversión y el empleo) ante un *shock* único de las variables exógenas (la tecnología, la tasa de crecimiento del dinero, la generación de impuestos y el gasto público). El Gráfico 3 muestra las funciones de impulso - respuesta ante cada *shock* por separado.

**Gráfico 3: FUNCIONES IMPULSO RESPUESTA**



Fuente: Elaboración Propia

Para generar las funciones de impulso respuesta se asumió que las variables exógenas sufren un *shock* positivo igual a la desviación estándar de la innovación de su proceso estocástico, en los siguientes periodos el *shock* es igual a cero.

Así, un *shock* tecnológico positivo incrementa fuerte y temporalmente el producto y la inversión, mientras que no afecta en gran manera ni el

consumo privado ni el empleo; un incremento de la tasa de crecimiento del dinero genera mayor inversión y una caída en el consumo; el incremento del gasto público desplaza la inversión y afecta leve y positivamente el consumo, y finalmente; un incremento de los impuestos aumenta la inversión y disminuye el consumo. En todos los casos y por construcción, las variables retornan a sus valores de largo plazo y los *shocks* exógenos no afectan permanentemente el crecimiento.

## VI. Conclusiones y recomendaciones

Los modelos de ciclos económicos se han convertido en los últimos años en el principal instrumento macroeconómico moderno para la toma de decisiones en cuanto a política económica y medición de bienestar. El trabajo, corroboró que una economía pequeña, en desarrollo y con alto grado de factores idiosincrásicos podría ser explicada bajo este enfoque identificando los resultados que son robustos a distintas metodologías de medición de los ciclos económicos.

Bolivia, un país con una tasa de crecimiento del PIB baja y poco volátil, explica 2/3 de su crecimiento por los factores productivos tradicionales, mientras que el resto debería ser atribuido al *residuo de Solow*. En este contexto el análisis del comportamiento cíclico de otros agregados encontró que el alto consumo privado y la baja inversión, ambos como porcentaje del PIB, son las variables con menor y mayor volatilidad respectivamente.

La especificación de una economía que amplía el modelo neoclásico básico incorporando el sector gobierno (mediante la consideración de impuestos y emisión monetaria) logró reproducir el comportamiento en estado estacionario de los principales agregados económicos. Particularmente, los ciclos económicos generados por la simulación de este modelo lograron seguir la volatilidad de las variables reales y la variable nominal siendo estadísticamente iguales a los valores observados (cuando se descarta el análisis del empleo). En cuanto al ajuste de la correlación del producto con las demás variables, el desempeño fue satisfactorio. Las correlaciones a partir de las series simuladas se encuentran en el 80% de los casos dentro del rango de confianza debido al error muestral de los datos actuales.

Respecto a los *shocks* estocásticos, en términos generales el *shock* productivo afectaría fuerte y persistentemente el producto, el consumo y la inversión, mientras que la realización de los otros *shocks* considerados no afectan con relevancia económica al producto, sí al consumo y la inversión en distintos casos.

Estos resultados cualitativos, y la posibilidad de generar escenarios alternativos, permitirían evaluar un gran número de combinaciones de política, y determinar – en base a un criterio determinado – sus implicaciones sobre el bienestar de los agentes económicos.

Así por ejemplo, el modelo es directamente extensible a: i) evaluar los cambios en el bienestar si se aplica otro tipo de estructura impositiva donde la base no sea el consumo sino los factores productivos, de la manera en que lo hace McGrattan (1991), o incorporar impuestos sobre los factores productivos, el ingreso, el consumo y las tenencias de dinero, combinándolos de distintas maneras como en Cooley y Hansen (1991); ii) representar una economía abierta, una opción directa combina los trabajos de Cooley y Hansen (1995) y Correia *et al.* (1995) como se desarrolla en Giménez y Martín-Moreno (2000) donde se enfatiza en la apertura del mercado de capitales, mientras que se mantiene la producción de un solo bien en la economía. En ese sentido un enfoque más completo es desarrollado en Chumacero *et al.* (2004) donde la producción es desagregada en tres sectores: bienes importables, bienes exportables y bienes no transables.

Otro tipo de elementos que se recomienda incluir son aquellos derivados de la alta proporción que representaría la economía subterránea en la economía boliviana, alrededor del 70% del producto oficial según cálculos de Schneider (2005). Investigaciones como Galli y Kucera (2003) y Loayza y Rigolini (2006) muestran evidencia de que la magnitud del empleo en el sector informal podría afectar los ciclos económicos de la economía.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Adda, J. and R. Cooper, (2003). *Dynamic Economics*, MIT Press, London, England.
- Amman, H. and D. Kendrick, (1999). "Linear Quadratic Optimization for Models with Rational Expectations", *Macroeconomic Dynamics*, 3, pp. 534-543.
- Barro, R. and X. Sala-i-Martin, (2003). *Economic Growth* (second edition), MIT Press, London, England.
- Baxter, M. and R. King, (1999). "Measuring Business Cycles: Approximate Band-Pass Filters for Economic Time Series", *The Review of Economics and Statistics*, 81(4), pp. 575-593.
- Baylor, M. (2005). "Ranking Tax Distortions in Dynamic General Equilibrium Models: A Survey", Working Paper 2005-06, Department of Finance, Canada, April.
- Bellman, R. (1957). *Dynamic Programming*, Princeton University Press.
- Benigno, P. and M. Woodford, (2004). "Optimal Monetary and Fiscal Policy: A Linear-Quadratic Approach", Board of Governors of the Federal Reserve System, International Finance Discussion Papers N° 806, April.
- Bergoeing, R. and R. Soto, "Testing Real Business Cycle Models in an Emerging Economy", en Chumacero R. y K. Schmidt-Hebbel (Eds.) *General Equilibrium Models for the Chilean Economy* (2005), Banco Central de Chile, pp. 221-259.
- Bernanke, B. and R. Gurdakaynak, (2001). "Is Growth Exogenous? Taking Mankiw, Romer, and Weil Seriously." *National Bureau of Economic Research*, Working Paper No. W8365, July.
- Bjørnland, H. C., (2000). "Detrending Methods and Stylized Facts of Business Cycles in Norway - An International Comparison", *Empirical Economics*, 25, pp. 369-392.

- Canova, F., (1998). "Detrending and Business Cycle Facts", *Journal of Monetary Economics*, 41, pp. 475-512.
- Ceria, S., and J-V Ríos-Rull, (1994). "On the Existence, Uniqueness, and Computability of Non-Optimal Recursive Equilibria in Linear Quadratic Economies", mimeo, September.
- Chari, V. and P. Kehoe, (1999). "Optimal Fiscal and Monetary Policy", *National Bureau of Economic Research*, Working Paper W6891, January.
- Christiano, L. and M. Eichenbaum, (1992). "Current Real-Business-Cycle Theories and Aggregate Labor-Market Fluctuations", *The American Economic Review*, 82 (3), pp. 430-450.
- Christiano, L. and T. Fitzgerald, (2003). "The Band Pass Filter", *International Economic Review*, 44 (2), pp. 435-465.
- Chumacero, R. y R. Fuentes, "On the Determinants of the Chilean Economic Growth", en Chumacero R. y K. Schmidt-Hebbel (Eds.), *General Equilibrium Models for the Chilean Economy*, (2005) Banco Central de Chile, pp. 163-187.
- Chumacero, R., R. Fuentes y K. Schmidt-Hebbel, (2004). "Chile's Free Trade Agreements: How Big is the Deal?", Documentos de Trabajo N° 264, Banco Central de Chile, junio.
- Chumacero, R. y K. Schmidt-Hebbel, "General Equilibrium Models: An Overview", en Chumacero R. y K. Schmidt-Hebbel (Eds.), *General Equilibrium Models for the Chilean Economy*, (2005), Banco Central de Chile, pp. 1-27.
- Collins, S. and B. Bosworth, (1996). "Economic Growth in East Asia: Accumulation Versus Assimilation", *Brookings Papers on Economic Activity*, 1996(2), pp.135-203.
- Cooley, T. (Ed.), (1995). *Frontiers of Business Cycle Research*, Princeton University Press.

- Cooley, T. y G. Hansen, (1989). "The Inflation Tax in a Real Business Cycle Model", *The American Economic Review*, 79(4), pp. 733-748.
- Cooley, T. and G. Hansen, (1991). "Tax Distortions in a Neoclassical Monetary Economy", *Institute for Empirical Macroeconomics - Federal Reserve Bank of Minneapolis*, Discussion Paper 38, January.
- Cooley, T. and G. Hansen, "Money and the Business Cycle", en Cooley T. (Ed.), *Frontiers of Business Cycle Research*, (1995), Princeton University Press, pp. 175-216.
- Cooley, T. and G. Hansen, (1997). "Unanticipated Money Growth and the Business Cycle Reconsidered", *Journal of Money, Credit and Banking*, 29(4), pp. 624-648.
- Cooley, T. and E. C. Prescott. "Economic Growth and Business Cycles", en Cooley, T. (Ed.), *Frontiers of Business Cycle Research*, (1995), Princeton University Press, pp. 1-38.
- Correia, I., J.C. Neves., and S. Rebelo, (1995). "Business Cycles in a Small Open Economy.", *European Economic Review*, 39(6), pp. 1089-1113.
- Cupé, E., J. Escobar, M. Mariscal y F. Rojas, (1995). "Estimación del Acervo de Capital Físico en Bolivia: 1988-1992", *Revista de Análisis Económico* 13, UDAPE, Bolivia.
- Galli, R. and D. Kucera, (2003). "Informal Employment in Latin America: Movements over Business Cycles and the Effects of Worker Rights", *International Institute for Labour Studies*, Discussion paper 145.
- Giménez, E y J. M. Martín-Moreno, (2000). "Money and Business Cycle in a Small Open Economy", *Documentos de Trabalho. Análise Económica* 12, pp. 2-43.

- Gregory, A. W. and G. W. Smith, (1996). "Measuring Business Cycles with Business Cycle Models", *Journal of Economic Dynamics and Control*, 20 (6-7), pp.1007–1025.
- Gollin, D. (2002), "Getting Income Shares Right", *Journal of Political Economy*, 110 (2), pp. 458-474.
- Hansen, G. and E. Prescott, "Recursive Methods for Computing Equilibria of Business Cycle Models", en Cooley, T. (Ed.), *Frontiers of Business Cycle Research*, (1995), Princeton University Press, pp. 39-64.
- Hansen, G., (1985). "Indivisible Labor and the Business Cycle", *Journal of Monetary Economics*, 16, pp. 309-327.
- Hansen, L.P. and J. Heckman, (1996). "The Empirical Foundations of Calibration", *The Journal of Economic Perspective*, 10(1), pp. 87-110.
- Heer, B. and A. Maussner, (2005). *Dynamic General Equilibrium Modelling. Computational Methods and Applications*, Springer, Berlin, Alemania.
- Hodrick, R. and E. C. Prescott, (1997). "Postwar U.S. Business Cycles: An Empirical Investigation", *Journal of Money Credit and Banking*, 29 (1), pp. 1-16.
- Jacobo, A.D., (2002). "Taking the Business Cycles Pulse to Some Latin American Economies: Is there a Rhythmical Beat?", *Estudios Económicos*, 17(2), pp. 219-245.
- Judd, K., (1998). *Numerical Methods in Economics*, MIT Press, London, England.
- Kydland, F. and E. Prescott, (1982). "Time to Build and Aggregate Fluctuations", *Econometrica*, 50(6), pp. 1345-1370.
- Loayza, N., P. Fajnzylber and C. Calderón, (2004). "Economic Growth in Latin America and the Caribbean: Stylized Facts, Explanations, and Forecasts", Working Paper N°265, Banco Central de Chile, June.

- Loayza, N. and J. Rigolini, (2006). "Informality Trends and Cycles", World Bank Policy Research Working Paper 4078, December.
- Machicado, C., (2006). "Welfare Gains from Optimal Policies in a Partially Dollarized Economy", *Institute for Advanced Development Studies*, Development Research Working Paper Series 10/2006, September.
- Marimon, R. y A. Scott, (1999). *Computational Methods for the Study of Dynamic Economies*, Oxford University Press.
- McGrattan, E., (1991). "The Macroeconomic Effects of Distortionary Taxation", *Institute for Empirical Macroeconomics - Federal Reserve Bank of Minneapolis*, Discussion Paper 37, January.
- Milbourne, R., G. Otto and G.M. Voss, (2003). "Public Investment and Economic Growth", *Applied Economics*, 35 (5), pp. 527-540.
- Milesi-Ferreti, G. and N. Roubini, (1998). "Growth Effects of Income and Consumption Taxes", *Journal of Money, Credit and Banking*, 30 (4), pp. 721-744.
- Nehru, V. y A. Dhareshwar, (1993). "A new Database on Physical Capital Stock: Sources, Methodology and Results", *Revista de Análisis Económico*, 8(1), pp. 37-59.
- Nelson, C. R. and H. Kang, (1981). "Spurious Periodicity in Inappropriately Detrended Series", *Econometrica*, 49 (3), pp. 741-751.
- Orellana, W., (1999). "Estimación del Circulante y del Multiplicador Monetario en Dólares", *Revista de Análisis*, Banco Central de Bolivia, 2(1).
- Psacharopoulos, G. and H. A. Patrinos, (2002). "Returns to Investment in Education – A Further Update", Policy Research Working Paper 2881, World Bank, September.

- Pinto, G. y G. Candia, (1986). "El Stock de Capital en Bolivia: Un Enfoque Metodológico", *Revista de Análisis Económico* 2, UDAPE, diciembre.
- Pinto, G. y G. Candia, (1987). "Inversión y Stock de Capital en Bolivia", *Revista de Análisis Económico* 2, UDAPE, Bolivia, diciembre.
- Quiroz, J., F. Bernasconi, R. Chumacero y C. Revoredo, (1991). "Modelos y Realidad: Enseñando Macroeconomía en los Noventa", *Revista de Análisis Económico*, 6(2), ILADES, Georgetown University, pp. 79-103.
- Rand, J. y F. Tarp, (2002). "Business Cycles in Developing Countries: Are They Different?", *World Development*, 30 (12), pp. 2071–2088.
- Schenk-Hoppé, K. R., (2001). "Economic Growth and Business Cycles: A Critical Comment on Detrending Time Series", *Institute for Empirical Research in Economics*, University of Zurich, Working Paper N°54, May.
- Schmitt-Grohé, S. y M. Uribe, (2004). "Solving Dynamic General Equilibrium Models Using a Second-order Approximation to the Policy Function", *Journal of Economic Dynamic & Control*, 28, pp. 755-775.
- Schneider, F., (2005). "Shadow Economies of 145 Countries All Over the World: What do we really know?", *Center for Research in Economics, Management and the Arts (CREMA)*, Working Paper 2005-13, June.
- Stokey, N., R. Lucas con E. Prescott, (1989). *Recursive Methods in Economic Dynamics*, Harvard University Press, Cambridge Massachusetts.
- Uhlig, H., "A Toolkit for Analyzing Nonlinear Dynamic Stochastic Models Easily", en Marimon R. y A. Scott (Eds.), *Computational Methods for the Study of Dynamic Economies*, (1999), Oxford University Press, pp. 30-61.

## APÉNDICE

### Descripción general del método de perturbación

En la mayoría de los casos, las condiciones de optimalidad de los modelos de equilibrio general dinámicos pueden ser expresadas de la forma:

$$E_t f(y_{t+1}, y_t, x_{t+1}, x_t) = 0 \quad (A1)$$

Donde  $y$  representa un vector de variables de control de dimensión  $n_y$ , mientras que  $x$  representa un vector de variables de estado endógenas y exógenas de dimensión  $n_x$ . El total de variables del sistema se define como  $n = n_y + n_x$ . El vector de variables de estado  $x_t$  puede ser dividido como  $x_t = [x_t^1; x_t^2]'$ . El vector  $x_t^1$  está compuesto de variables de estado predeterminadas endógenas mientras que el vector  $x_t^2$  contiene variables de estado exógenas. Se asume además que:

$$x_{t+1}^2 = \tilde{h}(x_t^2, \sigma) + \tilde{\eta} \sigma \varepsilon_{t+1} \quad (A2)$$

Donde los vectores  $x_t^2$  y  $\varepsilon_t$  son de dimensión  $n_e \times 1$ . El vector  $\varepsilon_t$  está compuesto de variables independientes e idénticamente distribuidas con media cero y matriz de varianzas covarianzas  $I$ . Por otra parte  $\sigma$  es un parámetro de escala que sirve para determinar el nivel de incertidumbre que existe en la economía. Por último, se asume que los valores propios de la matriz jacobiana de  $\tilde{h}$  respecto a su primer argumento evaluada en el estado estacionario determinístico se encuentran dentro del círculo unitario.

La solución al modelo (A1) es de la forma:

$$y_t = \hat{g}(x_t) \quad (A3)$$

$$x_{t+1} = \hat{h}(x_t) + \eta \sigma \varepsilon_{t+1} \quad (A4)$$

La matriz  $\eta$  es de orden  $n_x \times n_e$  y está compuesta de la siguiente forma:

$$\eta = \begin{bmatrix} 0 \\ \tilde{\eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0_{1,1} & 0_{1,2} & \dots & 0_{1,n_e} \\ 0_{2,1} & 0_{2,2} & \dots & 0_{2,n_e} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0_{n_{x1},1} & 0_{n_{x1},2} & \dots & 0_{n_{x1},n_e} \\ \tilde{\eta}_{1,1} & \tilde{\eta}_{1,2} & \dots & \tilde{\eta}_{1,n_e} \\ \tilde{\eta}_{2,1} & \tilde{\eta}_{2,2} & \dots & \tilde{\eta}_{2,n_e} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{\eta}_{n_{x2},1} & \tilde{\eta}_{n_{x2},2} & \dots & \tilde{\eta}_{n_{x2},n_e} \end{bmatrix}$$

La forma de las funciones  $\hat{g}$  y  $\hat{h}$  dependerá en general de la cantidad de incertidumbre en la economía. La idea central del método de perturbación es interpretar la solución del modelo como una función del vector de variables de estado y del parámetro de  $\sigma$ . Es decir:

$$y_t = g(x_t, \sigma) \quad (\text{A5})$$

$$x_{t+1} = h(x_t, \sigma) + \eta\sigma\varepsilon_{t+1} \quad (\text{A6})$$

La solución será aproximada localmente alrededor de la vecindad de un punto específico  $(x, \sigma) = (\bar{x}, \bar{\sigma})$ . Asumiendo que  $n_x = 1$  y  $n_y = 1$  la aproximación de Taylor puede expresarse como:

$$\begin{aligned} g(x, \sigma) &= g(\bar{x}, \bar{\sigma}) + g_x(\bar{x}, \bar{\sigma})(x - \bar{x}) + g_\sigma(\bar{x}, \bar{\sigma})(\sigma - \bar{\sigma}) \\ &+ \frac{1}{2} g_{xx}(\bar{x}, \bar{\sigma})(x - \bar{x})^2 + g_{x\sigma}(\bar{x}, \bar{\sigma})(x - \bar{x})(\sigma - \bar{\sigma}) \\ &+ \frac{1}{2} g_{\sigma\sigma}(\bar{x}, \bar{\sigma})(\sigma - \bar{\sigma})^2 + \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h(x, \sigma) &= h(\bar{x}, \bar{\sigma}) + h_x(\bar{x}, \bar{\sigma})(x - \bar{x}) + h_\sigma(\bar{x}, \bar{\sigma})(\sigma - \bar{\sigma}) \\ &+ \frac{1}{2} h_{xx}(\bar{x}, \bar{\sigma})(x - \bar{x})^2 + h_{x\sigma}(\bar{x}, \bar{\sigma})(x - \bar{x})(\sigma - \bar{\sigma}) \\ &+ \frac{1}{2} h_{\sigma\sigma}(\bar{x}, \bar{\sigma})(\sigma - \bar{\sigma})^2 + \dots \end{aligned}$$

El número de incógnitas en una expansión de orden  $m$  es igual a las derivadas de orden  $m$  de las funciones  $g$  y  $h$  evaluadas en el punto  $(\bar{x}, \bar{\sigma})$ . Para identificar el valor de estas derivadas, sustituimos la solución propuesta en (A5) y (A6) en la ecuación (A1) y definimos:

$$F(x, \sigma) \equiv E_t f(g(h(x, \sigma) + \eta \sigma \varepsilon', \sigma), g(x, \sigma), h(x, \sigma) + \eta \sigma \varepsilon', x) = 0 \quad (\text{A7})$$

Donde se eliminan los subíndices y la notación 'prima' indica valores de variables en el periodo  $t+1$ .

Dado que  $F(x, \sigma)$  debe igualar a cero para cualquier posible valor de  $(x, \sigma)$ , entonces las derivadas de cualquier orden de  $F$  deben ser también igual a cero. Formalmente:

$$F_{x^k \sigma^j}(x, \sigma) = 0 \quad \forall x, \sigma, j, k \quad (\text{A8})$$

Donde  $F_{x^k \sigma^j}(x, \sigma)$  denota la derivada de  $F$  con respecto a  $x$  tomada  $k$  veces y con respecto a  $\sigma$  tomada  $j$  veces.

Luego, mediante métodos de resolución de ecuaciones simultáneas, es directo conocer los valores numéricos de las matrices  $g_x$  y  $h_x$  (para el caso particular de una expansión de primer orden) con lo cual las funciones de política del sistema quedan plenamente identificadas.

