

# Dinámica e impacto del Covid-19 en la economía boliviana\*

Christian Mauricio Huanto Quispe\*\*

## RESUMEN

El presente documento analiza la dinámica de transición de la pandemia Covid-19 y sus posibles efectos en la economía boliviana. Se utiliza una modelación de dos pasos: primero, se modela de tal manera que sea eficiente la dinámica de la pandemia, expandiendo el modelo clásico SIR para simular la trayectoria de la pandemia; se utilizan métodos numéricos y otra novedosa metodología para recuperar los parámetros de dichos modelos. Segundo, para estudiar los posibles efectos de la pandemia en la economía boliviana, se vincula la modelación del paso anterior con un modelo de equilibrio general. Se encuentra que los efectos de la pandemia generan una recesión grande y persistente en la economía boliviana. Asimismo, las políticas de contención para controlar la pandemia logran ayudar a salvar vidas pero pueden exacerbar aún más la recesión en la economía.

**Clasificación JEL:** *C0, E0, I1, H0*

**Palabras Clave:** *Pandemia, Covid-19, modelos epidemiológicos, economía, recesión*

---

\* El contenido del presente documento es de responsabilidad del autor y no compromete la opinión del Banco Central de Bolivia.

\*\* Estudiante de Magister en Economía de la Universidad de Chile, [chuanto@fen.uchile.cl](mailto:chuanto@fen.uchile.cl)

# Dynamics and impact of Covid-19 on the Bolivian economy\*

Christian Mauricio Huanto Quispe\*\*

## ABSTRACT

This document analyzes the transition dynamics of the Covid-19 pandemic and its possible effects on the Bolivian economy. A two-step modeling is used: first, the dynamics of the pandemic is modeled in such a way that the dynamics of the pandemic be efficient, expanding the classic SIR model to simulate the trajectory of the pandemic; numerical methods and another novel methodology to recover the parameters of these models are used. Second, in order to study the possible effects of the pandemic on the Bolivian economy, the modeling of the previous step is linked with a general equilibrium model. It is found that the effects of the pandemic generate a large and persistent recession in the Bolivian economy, as well as the containment policies to control the pandemic help save lives but can further exacerbate the downturn in the economy.

**JEL Classification:** C0, E0, I1, H0

**Key Words:** *Pandemic, Covid-19, epidemiological models, economy, recession*

---

\* The conclusions, opinions and points of view expressed in this document do not necessarily represent those of the Central Bank of Bolivia or its authorities and are the sole responsibility of the author.

\*\* Contact: [chuanto@fen.uchile.cl](mailto:chuanto@fen.uchile.cl)

## I. Introducción

En diciembre de 2019, en Wuhan-China, surgió un virus denominado Covid-19. En un inicio, la Organización Mundial de la Salud (OMS) no lo consideró como pandemia pero, a medida que fue avanzando el tiempo, este virus se fue expandiendo a nivel mundial, produciendo alarma por el aumento exponencial de casos, originando varios muertos y varios infectados en todo el mundo. Hasta la fecha en que se redactó este documento, según datos de la *Johns Hopkins University*<sup>1</sup>, se reportaron 17.507.359 casos confirmados y 677.538 muertos en todo el mundo.

Ante esta pandemia declarada por la OMS, los países del mundo adoptaron diferentes medidas para intentar que la pandemia no se propague. Algunos utilizan el término ‘aplanar la curva’. Para entrar en contexto, en el caso boliviano, las autoridades optaron por una cuarentena total en todo el territorio nacional. Esta medida incluyó el cierre total de todas sus fronteras. En todo el territorio, no hubo circulación de vehículos, las personas solo podían salir un día a la semana y, en fines de semana, nadie podía salir. Se suspendieron las jornadas laborales tanto en el sector público como privado, todo con el fin de frenar los contagios a nivel nacional. En fecha 11 de mayo, las autoridades decidieron flexibilizar las medidas y optaron por una “cuarentena dinámica” debido al perjuicio económico que la cuarentena total estaba ocasionando. En esta medida “dinámica”, se mantuvieron: el cierre de fronteras, la suspensión de las clases escolares y los eventos públicos masivos, como los deportivos y religiosos.

Quiérase o no, estas medidas, a fin de cuentas, tienen cierto impacto en la sociedad. Uno de los más importantes recae en la economía. Como muchos expertos ya lo van señalando, esta pandemia tendrá un impacto negativo sobre la economía boliviana. Cabe mencionar que el Estado Plurinacional de Bolivia, entre los meses de octubre y diciembre de 2019, estuvo atravesando una crisis social debido a las elecciones presidenciales que se celebraron en octubre de ese año, lo que deterioró severamente su economía. Por ejemplo, el crecimiento del PIB pasó de 4,2% en 2018, a 2,2% en 2019. Esto se debió a que, prácticamente, la actividad económica se frenó en estas fechas y, además, hubo una ralentización de la economía mundial.

Si uno se pone a pensar en las medidas adoptadas por las autoridades del gobierno boliviano para hacer frente a la pandemia del Covid-19, estas, a futuro, tendrán un impacto en la economía boliviana y en la evolución de dicha pandemia, ya que como bien señala John Cochrane (2020) en su comentario “*Corona virus monetary policy*”, en su blog *The Grumpy Economist*, “*Shutting down the economy - and more importantly turning it back on again - is not*

1 Ver <https://coronavirus.jhu.edu/map.html>

*like shutting down and turning on a light bulb. It's more like shutting down and restarting a nuclear reactor. You need to do it carefully, and make sure the parts survive the shutdown intact*<sup>2</sup>. Por ello, es necesario ver los efectos de la pandemia en la economía, de alguna manera. Por lo tanto, uno puede plantearse la siguiente cuestión ¿cuál será el impacto del Covid-19 en la economía de Bolivia?

Si revisamos la reciente producción académica escrita en Bolivia con relación al Covid-19, gran parte de esta solo se enfoca en el análisis de datos económicos que se van observando. Otros investigadores están trabajando en documentos un poco más formales, pero hasta el momento no se vio un artículo que esté modelando el impacto de la enfermedad en la economía.

Por lo tanto, lo que se pretende hacer en este artículo es tratar de modelar, de una manera eficiente, el impacto del Covid-19, expandiendo el modelo epidemiológico clásico SIR (*Susceptible-Infected-Removed* por sus siglas en inglés) para simular la trayectoria de la pandemia. Para esta versión del documento se utiliza la metodología propuesta por Fernández-Villaverde y Jones (2020), que se basa en un modelo SIRD, descartando el modelo SEIRD (*Susceptible-Exposed-Infected-Recovered-Deceased* por sus siglas en inglés) generalizado que se utilizó en versiones anteriores. El motivo del cambio de metodología se debe a que, en Bolivia, se han realizado pocos test de diagnóstico, por lo que la cantidad de casos positivos podría ser mayor a la registrada y muy desconocida, lo cual puede sesgar nuestras estimaciones y resultados. Para estudiar la interacción entre las decisiones económicas y sus consecuencias económicas, utilizo algunos modelos sugeridos por Chumacero (2020), Eichenbaum et al. (2020). Estos modelos se describirán mejor en la sección correspondiente.

El documento se divide en 5 secciones: la sección II describe la literatura en cuestión utilizada; la sección III describe, de mejor manera, los modelos que se utilizan para modelar el comportamiento de la pandemia y su relación con la economía; la sección IV muestra los resultados de los ejercicios numéricos para el caso boliviano; y por último, se muestran las conclusiones finales.

## **II. Literatura económica utilizada**

Los economistas no estamos completamente involucrados con modelos epidemiológicos, pero usamos estos modelos para explicar el impacto de la evolución de la pandemia en la economía. Tenga en cuenta que este artículo es puramente un ejercicio de simulación numérica, por lo que me abstengo de sacar conclusiones precisas basadas en simulaciones o estimaciones de parámetros. Esto lo dejo a los expertos en epidemiología y medicina.

---

2 Ver <https://johnhcochrane.blogspot.com/2020/03/corona-virus-monetary-policy.html>

A continuación, resumiré algunos trabajos interesantes que pueden ayudar de mejor manera a comprender esta relación entre epidemiología y economía.

Uno de los documentos más vistos es el de Atkeson (2020). Este documento presenta a los economistas un modelo SIR simple de progresión de Covid-19 en los Estados Unidos. Su modelo permite hacer declaraciones cuantitativas sobre la compensación entre la gravedad y el momento de la supresión de la enfermedad a través de una medida de distanciamiento social y la progresión de la enfermedad en la población. Su mensaje principal para los economistas, derivado de las simulaciones de su modelo en los Estados Unidos, es que probablemente requerirá de medidas severas de distanciamiento social mantenidas durante un año entero, o incluso 18 meses para evitar graves consecuencias para la salud pública.

Otro documento interesante es de McKibbin y Fernando (2020). En él, los autores observan siete escenarios diferentes de cómo podría evolucionar la pandemia en el año y, además, examinan los impactos de los diferentes escenarios sobre los resultados macroeconómicos y los mercados financieros mediante un modelo híbrido global DSGE/CGE de equilibrio general. Sus resultados demuestran que, incluso, un brote contenido podría impactar significativamente en la economía global en el corto plazo. Además, señalan que estos se pueden evitar si se financia un buen sistema de salud.

Entre los documentos interesantes de cómo relacionar la epidemiología con economía, se encuentra el de Chumacero (2020), quien presenta un modelo estilizado para caracterizar la dinámica de la pandemia, sus consecuencias económicas y cómo, ambas características, se reflejan en el bienestar de las personas según lo establecido por las políticas de contención, las mismas que tienen consecuencias económicas en varias dimensiones. Él usa un modelo SIR para caracterizar la dinámica de la pandemia y ver el impacto en la economía. Considera un agente representativo, cuya utilidad depende de su consumo (aproximado por sus ingresos) y su estado de salud. Sus resultados de simulación con distintos parámetros señalan que, en un extremo, un bloqueo completo ralentizaría la propagación de Covid-19, pero podría tener consecuencias catastróficas en la economía y el bienestar de los individuos. En el otro extremo, ninguna acción para prevenir la propagación del virus podría, también, tener consecuencias devastadoras en términos de vidas humanas.

Otro documento que va en la misma línea que el de Chumacero (2020) es el de Eichenbaum et al. (2020). Ellos parten de un modelo canónico de epidemiología para estudiar la interacción entre decisiones económicas y pandemias. Para combinar epidemiología con economía, los autores utilizan un modelo llamado macro-SIR. Su modelo deja en claro que las decisiones de las personas para reducir el consumo y el trabajo reducen la gravedad de la

pandemia medida por las muertes totales. Estas mismas decisiones exacerban el tamaño de la recesión causada por la pandemia. Cabe mencionar que, en su modelo, una pandemia tiene efectos tanto en demanda agregada como en la oferta agregada.

Prácticamente, estos documentos analizados calibran los parámetros de los modelos epidemiológicos a partir de los datos observados. En una anterior versión del documento, como se verá en la siguiente sección, se intentó estimar los parámetros de los modelos epidemiológicos mediante un modelo SEIRD generalizado con los datos de infectados, recuperados y muertos. Pero la desventaja de hacer esto es que puede que estos resultados presenten algún error de medición debido a que, en Bolivia, se realizaron pocas pruebas de diagnóstico, por lo que la cantidad de casos positivos podría ser mayor a la registrada.

Una serie de datos menos ruidosa que se puede utilizar para intentar hacer algo razonable es la serie de datos de muertes registradas por Covid-19. Esta serie se puede utilizar para encontrar, al menos, parámetros que son importantes, como lo hacen Fernández-Villaverde y Jones (2020) en su documento, en el que utilizan datos sobre muertes en ciudades y estados de EE. UU., y también de varios países y regiones para estimar un modelo epidemiológico estándar de Covid-19. Lo interesante de esta metodología es que se puede recuperar un parámetro que es muy importante para estos modelos, a partir de los datos de las muertes, de una forma sencilla. Su metodología se describirá detalladamente en la próxima sección.

Por último, cabe aclarar que en adición a estos artículos, se utilizan otros, no menos importantes, que ayudan a entender la modelación de la epidemiología. Estos se describirán cuando sean necesarios.

### **III. Modelación**

La literatura en salud pública utiliza una amplia variedad de modelos epidemiológicos que modelan la evolución de una pandemia con el fin de generar escenarios posibles que luego se utilizan para guiar las decisiones y recomendar e imponer medidas de mitigación para aplanar la curva. Como esta investigación intenta simular los patrones de Covid-19 en Bolivia, utilizo una extensión de la conocida familia de modelos epidemiológicos SIR, propuesta por Kermack y McKendrick (1927).

Como se mencionó anteriormente, el propósito del trabajo es ver el efecto de la pandemia Covid-19 en la economía boliviana. Una forma de aproximar este efecto, es mediante el uso de modelos epidemiológicos y, a su vez, tratar de vincular estos modelos con la economía. En el contexto nacional actual,

existe una variedad de documentos escritos pero, desafortunadamente, no establecen la relación que se quiere evaluar para el estudio de caso. Por esta razón, en este trabajo se utiliza la metodología propuesta por Eichenbaum et al. (2020) y Chumacero (2020) dado que sus documentos proponen una forma práctica de modelar el efecto de la pandemia en la economía y el bienestar de las personas.

A diferencia de los trabajos citados en el párrafo anterior, que calibran el modelo llamado SIR-macro, del cual se infiere el valor de los parámetros de los datos observados, este artículo intentará estimar estos parámetros, o al menos encontrar una forma factible de recuperarlos y vincularlos con un modelo económico. Por lo tanto, para modelar el efecto de la pandemia en la economía y en el bienestar, de una forma que sea más entendible, dividiremos la modelación en dos pasos.

El primer paso consiste en modelar la pandemia con un modelo epidemiológico que intente capturar, de manera adecuada, la evolución de la pandemia del Covid-19 y estimar, o recuperar, los parámetros del modelo con una metodología adecuada. En una versión anterior del documento, se utilizó un modelo epidemiológico SEIRD generalizado que modelaba el comportamiento de la pandemia y no se limitaba a inferir los parámetros de los datos observados para la calibración. Pero esta metodología puede tener un pequeño problema debido a las pocas pruebas de Covid-19 realizadas en Bolivia que hacen que los datos de infectados no sean confiables. Por lo tanto, se plantea otra metodología realizada recientemente por Fernández-Villaverde y Jones (2020), mediante la cual se pueden recuperar algunos parámetros que son importantes en este tipo de modelos a partir de las muertes registradas.

El segundo paso consiste en modelar el efecto de la pandemia en la economía y su bienestar, por lo que, utilizando la metodología de los autores mencionados, y con el paso anterior, procederemos a la calibración y simulación de la economía. Esto ocurre con el fin de lograr nuestro propósito, es decir, ver los efectos de la pandemia en la economía boliviana.

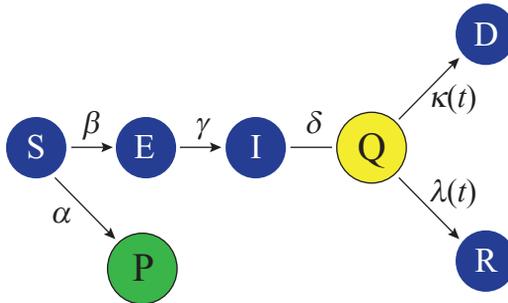
Ahora, se desarrollan estos pasos de manera más amplia. Una vez hecho esto, procederemos a calibrar el modelo y simular el impacto del Covid-19 en la economía boliviana.

### ***III.1. Modelando la pandemia***

En la literatura epidemiológica existe una diversidad de modelos para caracterizar la dinámica de la enfermedad. Como se mencionó, en una versión anterior del documento, se utilizó un modelo SEIR generalizado para caracterizar la dinámica del Covid-19 en Bolivia. Como se puede ver en el

artículo de Godio et al. (2020), este muestra en detalle un modelo SEIR más general; su estructura se presenta en el siguiente diagrama:

**Diagrama 1: MODELO SEIR**



Fuente: Elaboración propia

El modelo SEIRD generalizado simula la serie temporal de un fenómeno epidémico. En su forma clásica, modela la interacción mutua y dinámica de las personas entre cuatro condiciones diferentes: la población susceptible (S), que es una fracción de la población total potencialmente vulnerable a la infección; el grupo expuesto de personas (E) que es una parte de la población que ha sido infectada pero que aún no muestra síntomas (para que aparezcan los síntomas, la enfermedad entra en una etapa de incubación); la población de infectados (I) representa la fracción de la población infectada, es decir, que ya presenta los síntomas después del período de maduración de la pandemia y es detectada mediante test o pruebas; los (R) recuperados son el grupo de personas que han podido superar la pandemia. En nuestro caso, también se maneja la variable (D) que representa la población que murió a causa de la pandemia. Algunos proponen una variable intermedia (Q) que significa el grupo de personas que dieron positivo para la enfermedad y se ponen en cuarentena para ver cómo evoluciona la misma. Este grupo de personas, al final, puede morir o recuperarse de la enfermedad. También podría existir una población (P) llamada no-susceptible, es decir, que no se contagiaría. Este grupo de personas siempre se mantendrá sana y no pasará por las etapas de la pandemia, ya sea por inmunidad u otros factores.

En la literatura epidemiológica existen diferentes métodos para estimar los parámetros de este modelo. En la versión anterior de este artículo, utilizamos la estimación por mínimos cuadrados no lineales (NLLS). Este método, estima los parámetros en función de los datos observados (Q, D, R). Como se sabe, este método usa algoritmos como el de Levenberg-Marquardt (LM) o Gauss-Newton, u otros algoritmos que necesitan una conjetura inicial para funcionar bien y resolver la optimización.

En consecuencia, para utilizar esta metodología, se considera una conjetura inicial de los parámetros para generar series artificiales de S, E, I, Q, R, D. También se tuvo en cuenta que las ecuaciones diferenciales de este modelo deben resolverse numéricamente por algún método. Martcheva (2015) y Godio et al. (2020) sugieren el método Runge-Kutta (RK). Este método es un conjunto de métodos genéricos iterativos, explícitos e implícitos, de resolución numérica de ecuaciones diferenciales de primer orden. Además, este método es muy efectivo para calcular soluciones numéricas de ecuaciones diferenciales con problemas de condiciones iniciales. Este método es de un solo paso, es decir, se basa en los datos anteriores. Y si hablamos de RK de cuarto orden, estamos hablando de un método en el que la función se evalúa cuatro veces antes de calcular el siguiente valor de la variable de interés<sup>3</sup>.

Si bien esta metodología logra replicar, en buena medida, los casos confirmados<sup>4</sup>, puede tener un problema y es que, en Bolivia, se han realizado pocas pruebas de diagnóstico de Covid-19, lo cual hace que los datos de infectados no sean confiables en cuanto podría haber muchos más infectados de los que se reportan. Una forma de subsanar esto es cambiar de metodología y usar datos que sean, por lo menos, más confiables o menos ruidosos. Uno de estos cambios sería usar solo las muertes registradas a causa del Covid-19. Recientemente, Fernández-Villaverde y Jones (2020) propusieron una metodología que nos permite, al menos, recuperar algunos parámetros que son los más importantes de estos modelos a partir de las muertes registradas de manera muy simple.

En su metodología, invierten un modelo epidemiológico estándar SIRD y usan la serie de muertes diarias para recuperar  $\beta_t$ , parámetro asociado al distanciamiento social con el fin de recuperar  $\mathcal{R}_{0t} = \beta_t / \gamma$  variable en el tiempo para capturar cambios en el comportamiento y la política que ocurren en diferentes momentos y con diferentes intensidades en diferentes lugares. En esencia, aplican un enfoque residual de Solow, asumiendo que el modelo se ajusta exactamente a los datos, y retiran los valores implícitos de  $\beta_t$  que así lo hacen.

En relación con el método anterior, esta formulación tiene la ventaja de poder capturar los efectos de reapertura que pueden aumentar los contactos y no usa la serie de infectados. A continuación, describo este método.

Se parte de una población total  $N_t$  que, a diferencia del modelo anterior, puede estar formada por cinco grupos de personas:  $S_t$ , el grupo de personas que son susceptibles a la enfermedad;  $I_t$ , el grupo de personas que son infecciosas a

3 Ver [https://es.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9todo\\_de\\_Runge-Kutta](https://es.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9todo_de_Runge-Kutta)

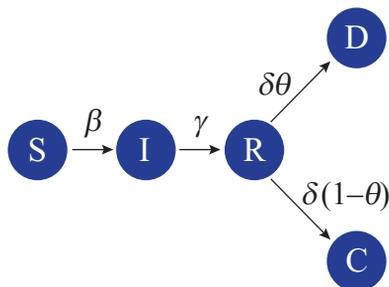
4 En el Apéndice, describo la dinámica de transición del modelo SEIRD usada en una versión anterior del documento y, además, los resultados de estimación del modelo.

causa de la enfermedad;  $R_t$  es el grupo de personas que está en recuperación de la enfermedad;  $D_t$  representa el grupo de personas que murieron a causa de la enfermedad; y  $C_t$  representa el grupo de personas que lograron vencer a la enfermedad. Es decir:

$$N = S_t + I_t + R_t + D_t + C_t$$

La estructura de este modelo SIRD presenta la siguiente estructura:

**Diagrama 2: MODELO SIRD**



Fuente: Elaboración Propia

Una persona susceptible puede contraer la enfermedad al entrar en contacto con una persona infecciosa, que se supone que ocurre a una velocidad  $\beta_t I_t/N$ , donde  $\beta_t$  es una variable que varía con el tiempo. Este parámetro representa la velocidad de contacto. El valor inicial de  $\beta_t$ ,  $\beta_0$ , refleja cómo progresaría la infección si los individuos se comportaran como lo hacían antes de que llegara esta enfermedad. Se piensa en  $\beta_0$  como un parámetro que captura características de la enfermedad, atributos fijos de la región como la densidad y costumbres básicas en la región.

Con el tiempo,  $\beta_t$  varía según cuán fuerte sea el distanciamiento social y las prácticas higiénicas que se adopten en diferentes ubicaciones, ya sea por política o simplemente por cambios voluntarios en el comportamiento individual.

Como se puede ver, esta estructura modela la interacción mutua y dinámica de las personas entre cinco condiciones diferentes. La población susceptible (S), como se mencionó, es la población potencialmente vulnerable a la infección, la misma que puede pasar a formar parte de (I) que es el grupo de personas que son infecciosas, dado que se contagiaron por la enfermedad. Este grupo de personas, después de hacerse las pruebas, entra en el grupo (R) que, en este caso, representa a las personas que se encuentran en un periodo de recuperación que, en el anterior modelo, figurarían como los casos puestos en cuarentena. Según cómo evoluciona esta enfermedad en su salud, en el estado

de recuperación, este grupo de personas al final puede morir o recuperarse de la enfermedad. (D) representa la población que murió a causa de la pandemia y (C) representa la población que logró vencerla.

Las leyes de movimiento relacionadas con el virus son dadas por

$$\Delta S_{t+1} = -\beta_t S_t \frac{I_t}{N_t} \quad (1)$$

$$\Delta I_{t+1} = \beta_t S_t \frac{I_t}{N_t} - \gamma I_t \quad (2)$$

$$\Delta R_{t+1} = \gamma I_t - \theta R_t \quad (3)$$

$$\Delta D_{t+1} = \delta \theta R_t \quad (4)$$

$$\Delta C_{t+1} = (1 - \delta) \theta R_t \quad (5)$$

En este caso,  $\delta$  representa la tasa de letalidad de la enfermedad,  $\gamma$  representa el período de tiempo promedio en el que una persona es infecciosa antes de pasar a la etapa de recuperación.

A continuación, se explica cómo podemos recuperar  $\beta_t$  de las muertes registradas de una forma muy sencilla, sin tener que recurrir a métodos muy complejos, como proponen Fernández-Villaverde y Jones (2020).

Partimos de  $D_{t+1}$  que, en este caso, representa las muertes acumuladas a causa del virus. Hasta la fecha  $t + 1$ ;  $\Delta D_{t+1} = d_{t+1}$  es el número de personas que murieron en la fecha  $t + 1$ , es decir, son las muertes diarias registradas a causa del virus.

De la ecuación (4), dinámica del grupo de fallecidos, despejamos  $R_t$ ,

$$R_t = \frac{1}{\delta \theta} \Delta D_{t+1}$$

y como mencionamos que  $\Delta D_{t+1} = d_{t+1}$ , esto queda como

$$R_t = \frac{1}{\delta \theta} d_{t+1} \quad (6)$$

Aplicando diferencias se llega a la siguiente expresión

$$\Delta R_{t+1} = \frac{1}{\delta \theta} \Delta d_{t+2} \quad (7)$$

Ahora, usando la ecuación (3), dinámica del grupo de personas en recuperación, y las ecuaciones anteriores, despejamos  $I_t$

$$\Delta R_{t+1} = \gamma I_t - \theta R_t I_t = \frac{1}{\gamma} (\Delta R_{t+1} + \theta R_t) \quad (8)$$

$$I_t = \frac{1}{\gamma} \left( \frac{1}{\delta \theta} \Delta d_{t+2} + \frac{1}{\delta} d_{t+1} \right) \quad (9)$$

$$I_t = \frac{1}{\gamma \delta} \left( \frac{\Delta d_{t+2}}{\theta} + d_{t+1} \right) \quad (10)$$

Aplicando diferencias a esta última ecuación

$$\Delta I_{t+1} = \frac{1}{\gamma \delta} \left( \frac{\Delta d_{t+3}}{\theta} - \frac{\Delta d_{t+2}}{\theta} + \Delta d_{t+2} \right) \quad (11)$$

$$\Delta I_{t+1} = \frac{1}{\gamma \delta} \left( \frac{\Delta \Delta d_{t+3}}{\theta} + \Delta d_{t+2} \right) \quad (12)$$

Tomando el ratio entre las ecuaciones (10) y (12)

$$\frac{\Delta I_{t+1}}{I_t} = \frac{\frac{1}{\theta} \Delta \Delta d_{t+3} + \Delta d_{t+2}}{\frac{1}{\theta} \Delta d_{t+2} + d_{t+1}} \quad (13)$$

Ahora volviendo al modelo SIRD de la ecuación (2) dinámica infectados, y dividiendo por  $I_t$ . Es decir:

$$\Delta I_{t+1} = \beta_t \frac{S_t}{N} I_t - \gamma I_t //: \frac{1}{I_t}$$

Despejando  $\beta_t$

$$\beta_t = \frac{N}{S_t} \left( \frac{\Delta I_{t+1}}{I_t} + \gamma \right)$$

Y reemplazando la ecuación (13) en esta expresión llegamos a:

$$\beta_t = \frac{N}{S_t} \left( \gamma + \frac{\frac{1}{\theta} \Delta \Delta d_{t+3} + \Delta d_{t+2}}{\frac{1}{\theta} \Delta d_{t+2} + d_{t+1}} \right) \quad (14)$$

Esta expresión es muy importante, ya que nos ayuda a recuperar el parámetro  $\beta_t$ , pero, si nos fijamos, esta depende de  $S_t$  y, por lo tanto, ahora podemos usar la ecuación (1) y además la ecuación (10) para así encontrar la secuencia de  $S_{t+1}$  y con eso  $\beta_t$ . Es decir:

$$\Delta S_{t+1} = -\frac{\beta_t}{\gamma\delta} \frac{S_t}{N} \left( \frac{\Delta d_{t+2}}{\theta} + d_{t+1} \right) \quad (15)$$

o

$$S_{t+1} = S_t \left( 1 - \frac{\beta_t}{\gamma\delta N} \left( \frac{1}{\theta} \Delta d_{t+2} + d_{t+1} \right) \right) \quad (16)$$

Resumiendo, al final tendríamos dos ecuaciones esenciales

$$\beta_t = \frac{N}{S_t} \left( \gamma + \frac{\frac{1}{\theta} \Delta \Delta d_{t+3} + \Delta d_{t+2}}{\frac{1}{\theta} \Delta d_{t+2} + d_{t+1}} \right)$$

$$S_{t+1} = S_t \left( 1 - \frac{\beta_t}{\gamma\delta N} \left( \frac{1}{\theta} \Delta d_{t+2} + d_{t+1} \right) \right)$$

Con estas dos ecuaciones, si tenemos las series de tiempo de  $d_t$  y una condición inicial para  $S_0/N \approx 1$ , se puede iterar hacia adelante en el tiempo y con eso obtener  $\beta_t$  y además la serie  $S_{t+1}$ .

Como todo método, este puede tener una desventaja y es que, básicamente, esta metodología utiliza muertes futuras de los siguientes 3 días para informarnos sobre  $\beta_t$  hoy. Esto significa que las estimaciones se retrasarán tres días, pero aún con esta desventaja se puede generar una estimación informativa de  $\beta_t$ .

Además, hay muchos ejercicios que se pueden realizar con la  $\beta_t$  recuperada. Por ejemplo, podemos simular el modelo hacia adelante utilizando el valor más reciente de  $\beta_t$  y pronosticar el comportamiento de la infección bajo el comportamiento actual. Asimismo, podemos correlacionar después  $\beta_t$  con otros observables para evaluar la efectividad de ciertas políticas de un gobierno tales como cierres obligatorios. [Fernández-Villaverde y Jones, 2020, p. 9].

Además, con el  $\beta_t$ , Fernández-Villaverde y Jones (2020) determinan esta tasa de reproducción básica,  $\mathcal{R}_{0t} = \beta_t * 1/\gamma$  bajo el distanciamiento social actual y las prácticas de higiene. La forma de calcular este parámetro o tasa varía ampliamente en la literatura de acuerdo al modelo epidemiológico que se use.

También se debe tener cuidado de distinguir este número de reproducción básica del número de reproducción efectiva (es decir, el número promedio de nuevas infecciones causadas por un solo individuo infectado en el momento  $t$ ) que se denota por  $\mathcal{R}_{et}$ ; este último considera la fracción de la población que aún es susceptible, ya que:

$$\mathcal{R}_{et} = \frac{S_t \mathcal{R}_{0t}}{N}$$

En este caso, Fernández y Jones (2020) estarían cometiendo un error ya que están usando un modelo SIRD y la tasa de reproducción que proponen pertenece a un modelo SIR lo cual puede afectar la estimación de  $\mathcal{R}_{0t}$ . Revisando la literatura epidemiológica, el  $\mathcal{R}_{0t}$  que podemos usar para este tipo de modelos, según Chowell y Hyman (2016) y, además, el que usa Eichenbaum et al. (2020) es:

$$\mathcal{R}_{0t} = \frac{\beta_t}{\theta + \delta}$$

Como se puede notar, el procedimiento de Fernández-Villaverde y Jones (2020) también puede recuperar el número de reproducción efectivo. Lo interesante de esto es que no se lo trata como una constante como en otros documentos, sino que varía en el tiempo y, lo mencionado, nos permite capturar los cambios en el comportamiento de la sociedad y la política que ocurren en diferentes momentos y con diferentes intensidades.

### ***III.2. Modelando la economía con pandemia***

Hasta ahora, solo he hablado sobre cómo modelar la evolución de la pandemia de Covid-19. Por lo tanto, ahora tenemos que encontrar una manera eficiente de unir la parte económica y epidemiológica.

La crisis de la pandemia de Covid-19 ha motivado a muchos investigadores a encontrar formas de modelar el impacto de la pandemia de Covid-19 en la economía y el bienestar de la población, ya que es de vital importancia tener una idea del impacto que esto puede causar. Para este propósito y continuando con el modelado, nos basaremos en los trabajos de Eichenbaum et al. (2020) y Chumacero (2020). Como se mencionó anteriormente, estos autores proponen una forma muy práctica de modelar la pandemia en la economía.

Una pandemia en la economía tiene, por un lado, efectos en la demanda agregada y, por otro lado, efectos en la oferta agregada. Primero comenzaremos describiendo los hogares. Estos maximizan su función de utilidad que está sujeta a su nivel de consumo y horas trabajadas. En caso de

ausencia de pandemia, los hogares generalmente enfrentarían el siguiente problema:

$$\text{Max } U = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t, n_t)$$

$$\text{s.a. } (1+\mu_t) c_t = w_t n_t + \Gamma_t$$

donde:

$\beta$  = Factor de Descuento

$c_t$  = Consumo de los hogares

$n_t$  = Horas trabajadas

$w_t$  = Tasa de salario real

$\mu_t$  = Impuesto al consumo también sirve como un instrumento de reducción para las interacciones sociales.

$\Gamma_t$  = Representan transferencias a los hogares por parte del gobierno.

A partir de ello, se obtienen las condiciones de primer orden del problema que enfrentan los hogares, asumiendo la siguiente función de utilidad  $u_t(c_t, n_t) = \ln c_t - \frac{\theta}{2} n_t^2$ :

$$\frac{\partial U_t}{\partial c_t} = \frac{\beta}{c_t} - (1+\mu) \lambda_t = 0$$

$$\frac{\partial U_t}{\partial n_t} = \beta \theta n_t + w_t \lambda_t = 0$$

$$c_t^{-1} w_t = \theta n_t (1+\mu_t)$$

Por otro lado, en la economía hay empresas competitivas que producen un solo bien para consumo  $C_t$ , lo que realizan en las horas trabajadas  $N_t$  con cierta tecnología  $A$ :

$$C_t = Y_t = AN_t$$

Por lo tanto, las empresas eligen la cantidad de horas de trabajo necesarias para maximizar sus ganancias  $\pi_t$ .

$$\pi_t = AN_t - w_t N_t$$

Finalmente, en esta economía con ausencia de pandemia, la restricción presupuestaria que enfrenta el gobierno está dada por:

$$\mu_t c_t = \Gamma_t$$

Para que la pandemia sea parte de esta economía, se caracterizaron las decisiones de las personas en tres grupos del paso anterior, que son las más relevantes para este modelo: los Susceptibles ( $S_t$ ), Recuperados ( $R_t$ )<sup>5</sup> y los Infectados ( $I_t$ ). La forma en que estos grupos interactúan en la economía caracteriza la forma en que se propaga el virus y cómo pueden afectar su bienestar, ya que cuando las personas buscan sus bienes de consumo o cuando tienen que trabajar, pueden tener contacto directo con las personas en uno de estos grupos. Es decir, la probabilidad de que una persona susceptible ( $S_t$ ) pueda infectar o infectarse ( $I_t$ ) dependerá de las actividades de consumo o trabajo. Por lo tanto, ahora describiré las funciones de utilidad de cada uno de los agentes o tipo de la economía actual.

Asumiremos que los tipos de agentes que están presentes en la economía conocen el número inicial de personas y también entienden cómo evoluciona la dinámica de la pandemia en su salud. En este caso, la restricción presupuestaria de cada agente depende del grupo al que pertenece en el período  $t$ , que viene dado por:

$$(1 + \mu_t) c_t^j = w_t \phi^j n_t^j + \Gamma_t$$

donde

$j = s, i, r$  que es el tipo de agente en la economía

$\phi^j =$  Productividad laboral, donde  $\phi^s = \phi^r = 1$  y  $\phi^i < 1$

### ***Personas Susceptibles***

En este grupo, las personas enfrentan la siguiente función objetivo de por vida

$$U_t^s = u(c_t^s, n_t^s) + \beta [(1 - \tau_t) U_{t+1}^s + \tau_t U_{t+1}^I]$$

donde la probabilidad de que una persona susceptible ( $S_t$ ) pueda infectarse está dada por  $\tau_t$ .

$$\tau_t = \pi_1 c_t^s (I_t C_t^I) + \pi_2 n_t^s (I_t N_t^I) + \pi_3 I_t$$

5 Para evitar confusiones de nomenclatura, en esta sección utilizo la letra ( $R_t$ ) para recuperados que en el modelo epidemiológico se caracterizaba por ( $C_t$ ).

En este caso,  $(I_t C_t^I)$  representa los gastos de consumo total de personas infectadas,  $(I_t N_t^I)$  representa el total de horas trabajadas por personas infectadas,  $\pi_1$  refleja tanto la cantidad de tiempo dedicado a las compras como la probabilidad de infectarse como resultado de esa actividad,  $\pi_2$  refleja la probabilidad de infectarse como resultado de interacciones laborales,  $\pi_3$  es el parámetro de velocidad de contacto, es decir,  $\pi_3 = \beta_t$  del modelo SIRD.

Las condiciones de primer orden son dadas por:

$$\frac{\partial U_t^s}{\partial c_t^s} = u^{(c_t^s, n_t^s)} - (1-\mu) \lambda_{bt}^s + \lambda_{rt} \pi_1 (I_t C_t^I) = 0$$

$$\frac{\partial U_t^s}{\partial n_t^s} = u'(c_t^s, n_t^s) + w_t \lambda_{bt}^s + \lambda_{rt} \pi_2 (I_t N_t^I) = 0$$

$$\frac{\partial U_t^s}{\partial \tau_t} = \beta (U_{t+1}^s + U_{t+1}^i) - \lambda_{rt} = 0$$

### ***Personas Infectadas***

Las personas que forman este grupo, en un momento determinado, enfrentarán la siguiente función de utilidad de por vida:

$$U_t^i = u(c_t^i, n_t^i) + \beta [(1 - \pi_r - \pi_d) U_{t+1}^i + \pi_r U_{t+1}^r]$$

donde  $\pi_r$  es la velocidad a la que las personas se recuperan, lo cual, bajo el modelo SIRD es  $\pi_r = \theta$ , y  $\pi_d$  representa la tasa de mortalidad, es decir  $\pi_d = \delta$ .

Y sus condiciones de primer orden son:

$$\frac{\partial U_t^i}{\partial c_t^i} = u'(c_t^i, n_t^i) - (1+\mu) \lambda_{bt}^i = 0$$

$$\frac{\partial U_t^i}{\partial n_t^i} = u'(c_t^i, n_t^i) + \phi^i w_t \lambda_{bt}^i = 0$$

### ***Personas Recuperadas***

Finalmente, las personas que van a pasar la infección y se recuperarán adquieren cierta inmunidad, ya que las características del modelo epidémico bajo el modelo generalizado SEIRD o SIRD nos permiten asumir esto. Por lo tanto, las personas recuperadas enfrentarán la siguiente función de utilidad:

$$U_t^r = u(c_t^r, n_t^r) + \beta U_{t+1}^r$$

donde las condiciones de primer orden son:

$$\frac{\partial U_t^r}{\partial c_t^r} = u'(c_t^r, n_t^r) - (1+\mu) \lambda_{bt}^r = 0$$

$$\frac{\partial U_t^r}{\partial n_t^r} = u'(c_t^r, n_t^r) + w_t \lambda_{bt}^r = 0$$

Finalmente, la restricción presupuestaria del gobierno, bajo esta economía con pandemia, ahora se describe de la siguiente manera:

$$\mu_t (S_t C_t^s + I_t C_t^i + R_t C_t^r) = \Gamma_t (S_t + I_t + R_t)$$

En equilibrio, cada persona o tipo de persona, resuelve su problema de maximización, logrando el cumplimiento de la restricción anterior, y el mercado de bienes y trabajo se vacía. Es decir:

$$S_t C_t^s + I_t C_t^i + R_t C_t^r = AN_t$$

$$S_t N_t^s + I_t N_t^i \phi^i + R_t N_t^r = N_t$$

#### IV. Estimación y resultados

Para la simulación y estimación de los pasos anteriores de modelación, primero debemos hacer una calibración acorde a algunos parámetros. Como muchas investigaciones sugieren, algunos de los parámetros son principalmente biológicos y, por lo tanto, fijos en el tiempo. Estos se pueden extraer de los reportes epidemiológicos u otros informes.

##### *Para el caso boliviano:*

$\theta$  representa el período de tiempo promedio que toma para que un caso pueda resolverse, después de terminado el período infeccioso. Según la *WHO* (2020) a partir de datos de China, aproximadamente a los pacientes de Covid-19 les lleva, en promedio, dos semanas recuperarse de la enfermedad. Esto también es consistente en el caso boliviano, ya que según doctores que atienden esta enfermedad en Bolivia, algunos casos llevan aproximadamente 5 días si la persona se encuentra en un estado adecuado de salud (mayormente jóvenes), y de 30 a 45 días si la persona padece de alguna enfermedad o es de edad avanzada. Por lo tanto, tomaremos 20 días como el promedio de recuperación, por lo que  $\theta = 0,05$

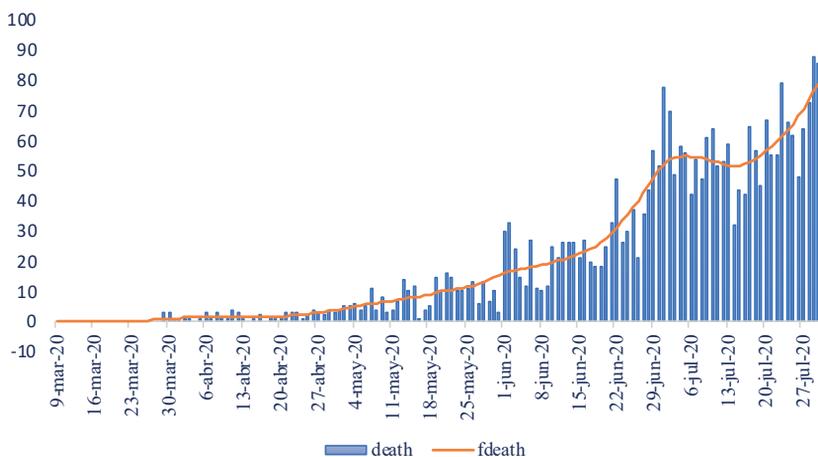
$\gamma$ , representa el período de tiempo promedio en el que una persona es infecciosa, antes de pasar a la etapa de recuperación. Según el Ministerio de Salud de Bolivia (2020), este periodo de tiempo es de aproximadamente 7 días, por lo que  $\gamma = 0,15$ . Este valor es consistente con datos e informes de otros países.

$\delta$ , representa la tasa de letalidad debido al Covid-19. A la fecha en que se escribe el documento, la tasa de letalidad ha disminuido en países de América

del Sur. Según el Ministerio de Salud de Bolivia hay, en promedio, 50 fallecidos por día, lo que muestra una tasa de letalidad por día de 4,2% a nivel nacional, por lo que  $\delta = 0,042$  para nuestro caso<sup>6</sup>.

Para la estimación del parámetro  $\beta_t$ , como se mencionó antes, necesitamos la serie de las muertes diarias. Para el caso boliviano, estos datos fueron recopilados de los informes y reportes diarios del Ministerio de Salud de Bolivia. Para trabajar con esta serie, se realizó un suavizado con un filtro HP ( $\alpha = 200$ ) como señalan Fernández-Villaverde y Jones (2020). Esto se hace debido al ruido que presenta la serie original (ver Gráfico 1).

**Gráfico 1: MUERTES DIARIAS POR COVID-19 BOLIVIA**



Fuente: Elaboración propia en base a los reportes diarios del Ministerio de Salud de Bolivia

Con esta serie de datos, más una condición inicial de  $S_t/N = 1$  y el valor de los parámetros, procedimos a estimar la evolución de la pandemia<sup>7</sup> y rescatamos los valores de  $\mathcal{R}_{0t}$  y  $\mathcal{R}_{et}$ , véase el Gráfico 2.

6 Algunos sugieren que los datos de fallecidos pueden estar sub-reportados. En el Apéndice C se hace un ejercicio de simulación considerando esta posibilidad.

7 Véase el Apéndice B para los demás gráficos.

## Gráfico 2: TASA DE REPRODUCCIÓN

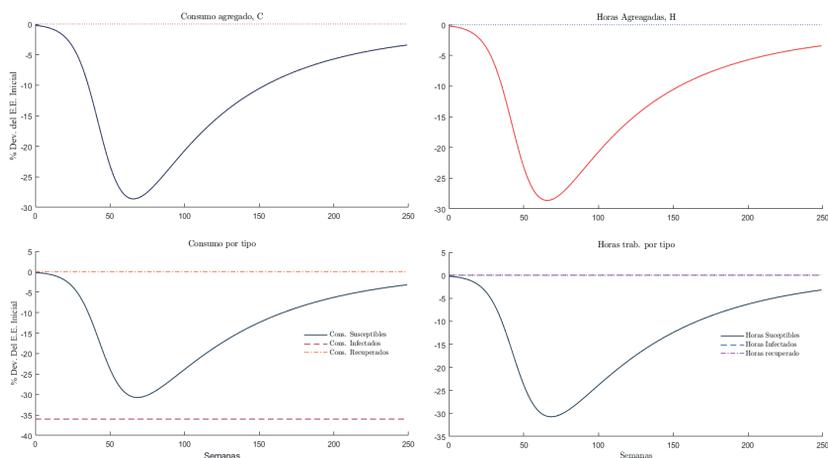


Fuente: Elaboración propia en base a los resultados e información disponible

Para el modelo económico, dado que ya contamos con algunos parámetros, solo nos queda aclarar algunos parámetros que juegan un papel inicial. Como  $\beta$ , es una serie, para el modelo procedimos a sacar un promedio de la serie y usar ese valor como parámetro que refleja la tasa de contagio de la enfermedad. Para los demás parámetros  $\pi_1$  y  $\pi_2$  utilizamos la metodología de Eichenbaum et al. (2020). Ellos señalan que, en el caso de una influenza, el 30% de las transmisiones ocurren en el hogar, el 33% en la comunidad general y el 37% ocurre en las escuelas y los lugares de trabajo. Los parámetros  $\pi_1$  y  $\pi_2$  se determinan tomando en cuenta que el parámetro  $\pi_3 = \beta$ . Además, para la productividad de las personas, utilizamos un valor de 0,80 como la mayoría de los autores sugieren para este tipo de modelos, dado que la productividad de una persona infectada cae. El factor de descuento de los hogares  $\beta$  para la economía boliviana se encuentra en torno a 0,98<sup>8</sup>. La población inicial se normaliza a uno; se considera que el número de personas que están inicialmente infectadas es de 0,00005 (considerando una población de 11 millones). Para las simulaciones se toma que, en promedio, las horas trabajadas en una semana son 48 con un ingreso semanal de 69,30 dólares semanales, según datos del Instituto Nacional de Estadística (INE) y del Banco Mundial (BM). Se realizaron simulaciones para un periodo de 250 semanas. Los resultados se muestran en el siguiente gráfico.

8 Puede que en tiempos de pandemia este valor tienda a disminuir debido a que los agentes tienden a des-acumular sus ahorros para sobrevivir, pero también en tiempos de alta incertidumbre las personas tienden a ahorrar más valorando el futuro.

### Gráfico 3: IMPACTO DEL COVID-19 EN LA ECONOMÍA BOLIVIANA



Fuente: Elaboración propia

El Gráfico 3 muestra que la pandemia induce una recesión: el consumo agregado de la economía boliviana caería en consonancia con estas observaciones; la recesión es mucho más grave; el consumo agregado, en promedio, en el primer año de la pandemia, cae alrededor de 7,27 por ciento y la recuperación de la economía empieza, aproximadamente, a partir de la semana 64 pero, como se puede ver, la recuperación es lenta en el tiempo. Se puede considerar que los resultados encontrados son, de alguna manera, consistentes con lo que muchos analistas prevén para este año y, además, con lo que señalan los autores en estos temas. Es decir, en economías que tienden a usar políticas de confinamiento, el efecto es muy negativo en su economía y su recuperación es lenta en el tiempo. A cambio, sin embargo, se logra disminuir la letalidad de la enfermedad. Por razones similares, la dinámica y la magnitud de la caída en horas de trabajo son similares: las horas trabajadas disminuyen suavemente.

También se procedió a hacer las mismas simulaciones con los parámetros de un modelo SEIRD-G y un caso de sub-registro de fallecidos. Los resultados son similares para el caso de sub-registros. En el caso del modelo SEIRD, pese a que replica de buena manera el comportamiento de los casos confirmados, en el modelo económico nos entrega resultados nada creíbles ni lógicos. Se invita al lector revisar el apéndice del documento.

## V. Conclusiones

Se utiliza un modelo SIRD para estudiar las interacciones de los diferentes grupos dentro de una enfermedad. A partir de este modelo pudimos recuperar un parámetro de gran interés con la metodología de Fernández-Villaverde y Jones (2020). Bajo esta metodología los resultados muestran una estimación confiable respecto al comportamiento de la enfermedad.

La pandemia, dentro del modelo de equilibrio general utilizado, genera efectos tanto en oferta como en demanda de la actividad económica. Estos efectos trabajan en conjunto para generar una recesión grande y persistente.

El mensaje es claro e irrefutable: las decisiones de las autoridades del gobierno durante la gestión 2020 tuvieron un impacto negativo en la economía, ocasionando una posible caída de 7,27% del consumo agregado para el primer año. Pero es necesario aclarar que estas medidas también lograron disminuir la letalidad de la enfermedad, ya que es evidente que el sistema de salud en Bolivia aún no estaba preparado para esta pandemia. La recuperación de la economía, como se puede evidenciar, será lenta debido a los efectos del distanciamiento social.

Como bien se sabe, existe un inevitable *trade-off* entre la gravedad de la recesión a corto plazo causada por la pandemia y las consecuencias para la salud de la misma. Hacer frente a este *trade-off* es un desafío clave al que se enfrentan los responsables de la formulación de políticas. Por consiguiente, se les recomienda actuar de una manera inteligente para hacer frente a esta pandemia y evaluar estrategias eficientes para la reactivación de la economía boliviana a mediano plazo con el fin de disminuir los efectos negativos que se generen tanto en lo económico como en la salud.

## Referencias bibliográficas:

ATKESON, A. (2020). "What Will Be the Economic Impact of Covid-19 in the US? Rough Estimates of Disease Scenarios" National Bureau of Economic Research, Working Paper No. 26867, March

CHEYNET, E. (2020). "Generalized SEIR Epidemic Model (fitting and computation)". Available at <https://www.github.com/ECheynet/SEIR>, GitHub. Retrieved on May 11, 2020

CHOWELL, G. and J. M. HYMAN (2016). *Mathematical and Statistical Modeling for Emerging and Re-emerging Infectious Diseases*, Springer International Publishing, Switzerland

CHUMACERO, R. A. (2020). "Dealing with the Coronavirus: Some Back of the Envelope Calculations" Universidad de Chile, manuscript, March

COCHRANE, J. (2020). "Corona virus monetary policy" in *The Grumpy Economist* blog, Tuesday, March 3. Available at <https://johnhcochrane.blogspot.com/2020/03/corona-virus-monetary-policy.html>

EICHENBAUM, M. S., S. REBELO, M. TRABANDT (2020). "The macroeconomics of epidemics" National Bureau of Economic Research, Working Paper No. 26882, March

FERNÁNDEZ-VILLAVERDE, J. and C. I. JONES (2020). "Estimating and Simulating a SIRD Model of Covid-19 for Many Countries, States, and Cities" Stanford Institute for Economic Policy Research, Working Paper No. 20-027, June

GODIO, A., F. PACE, A. VERGNANO (2020). "SEIR Modeling of the Italian Epidemic of SARS-CoV-2 Using Computational Swarm Intelligence" *International Journal of Environmental Research and Public Health*, 17 (10), 3535, May

KERMACK, W. O. and A. G. MCKENDRICK (1927). "A contribution to the mathematical theory of epidemics" *Proceedings of the Royal Society A – Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 115 (772), pp. 700 - 721

MARTCHEVA, M. (2015). *An Introduction to Mathematical Epidemiology*, Springer Science+Business Media LLC, New York

MCKIBBIN, W. and R. FERNANDO (2020). "The Global Macroeconomic Impacts of Covid-19: Seven Scenarios" Australian National University, Centre for Applied Macroeconomic Analysis, Working Paper 19/2020, February

MINISTERIO DE SALUD DE BOLIVIA (2020). "Guía y lineamientos de manejo Covid-19", Serie Documentos técnicos normativos, abril

PENG, L., W. YANG, D. ZHANG, C. ZHUGE, L. HONG (2020). "Epidemic analysis of Covid-19 in China by dynamical modeling Epidemiology" arXiv preprint, arXiv:2002.06563

WORLD HEALTH ORGANIZATION - WHO (2020). "Report of the WHO-China Joint Mission on Coronavirus Disease 2019 (COVID-19)". Available at <https://www.who.int/docs/default-source/coronaviruse/who-china-joint-mission-on-covid-19-final-report.pdf>

## APÉNDICES

### Apéndice A: Modelo SEIRD Generalizado

El modelo presenta los siguientes parámetros:  $\beta$  (tasa de infección) que controla la velocidad con la que las personas pasan de ser susceptibles a la exposición;  $\gamma$  (tasa de incubación) es la tasa a la que pasan las personas que estaban en el grupo expuesto, después de cierto tiempo, al grupo de personas infectadas donde los síntomas son más notables. Otro parámetro,  $\delta$ , controla la rapidez con que las personas se recuperan de la infección.

La razón por la que se pensó en un modelo SEIRD contra un modelo SIR, se debe a las características reportadas del virus Covid-19. Primero, una persona que es susceptible al virus puede contraer la enfermedad, pero esto no lo sabe. Por lo tanto, se convierte en parte de la población expuesta. Según los informes de la OMS<sup>9</sup>, el período de incubación del virus dura 5 días en promedio. Una vez que aparecen los síntomas, un individuo pasa al grupo de infectados. En este punto, según su estado de enfermedad, el individuo se convierte en parte del grupo en cuarentena y, finalmente, dependiendo de cómo evoluciona, el paciente puede recuperarse o morir. Por lo tanto, como se observó, trabajar con este tipo de modelo nos permite capturar mejor la realidad de las etapas del Covid-19.

Habiendo dicho todo lo anterior, trabajar en un modelo SEIRD generalizado puede ser un poco más complejo, pero genera mejores estimaciones ya que funciona con más parámetros que los modelos SEIR y SIR clásico, según Godio et al. (2020). Los parámetros que son indeterminados, en un modelo SEIRD generalizado, representan las siguientes medidas:

- $\beta$  es la tasa de infección.
- $\gamma$  es el inverso del tiempo latente promedio.
- $\delta$  es el inverso del tiempo de cuarentena promedio.
- $\lambda_0$  y  $\lambda_1$  son coeficientes utilizados en la tasa de recuperación dependiente del tiempo.
- $\kappa_0$  y  $\kappa_1$  son coeficientes utilizados en la tasa de mortalidad dependiente del tiempo.

9 <https://www.who.int/es>

Tenga en cuenta que  $\lambda$  y  $\kappa$ , la tasa de curación y la tasa de mortalidad, respectivamente, se consideran dependientes del tiempo para mejorar la capacidad del modelo y seguir la evolución del brote.

Según los resultados observados en el artículo de Peng et al. (2020), estos sugieren una evolución exponencial de los dos parámetros. Para el presente documento se utiliza una tendencia exponencial para la tasa de mortalidad  $\kappa(t)$  modelándola como:

$$\kappa(t) = \kappa_0 \exp(-\kappa_1 t)$$

La tasa de recuperación  $\lambda(t)$  es modelada como:

$$\lambda(t) = \frac{\lambda_0}{1 + \exp(-\lambda(t-\tau))} \text{ o como } \lambda(t) = \lambda_0 + \exp(-\lambda_1(t+\tau))$$

La idea detrás de estas funciones es que la tasa de mortalidad debe acercarse a cero a medida que aumenta el tiempo, mientras que la tasa de recuperación converge hacia un valor constante  $\lambda_0$ .

El parámetro  $\lambda_0$  representa el valor inicial de la tasa de recuperación, que es la tasa a la que un individuo infeccioso promedio puede recuperarse. Si lo analizamos, este parámetro está relacionado con la capacidad inicial del sistema de salud para hacer frente a la infección y también depende de otros factores, como la buena salud que pueda tener la población.  $\lambda_1$  mide cómo la tasa ha cambiado con el tiempo. Dadas las propiedades de la función lambda, si  $\lambda_1$  resulta positivo, la tasa de recuperación mejorará con el tiempo y cuanto mayor sea, mejor será la recuperación para los pacientes infectados en cuarentena.

Por lo tanto, habiendo dicho todo esto, la descripción matemática del modelo SEIRD generalizado del diagrama ya visto es la siguiente:

$$\frac{dS(t)}{dt} = -\beta S(t) \frac{I(t)}{N} - \alpha S(t)$$

$$\frac{dE(t)}{dt} = \beta \frac{S(t)I(t)}{N} - \gamma E(t)$$

$$\frac{dI(t)}{dt} = \gamma E(t) - \delta I(t)$$

$$\frac{dQ(t)}{dt} = \delta I(t) - \lambda(t) Q(t) - \kappa(t) Q(t)$$

$$\frac{dR(t)}{dt} = \lambda(t)Q(t)$$

$$\frac{dD(t)}{dt} = \kappa(t)Q(t)$$

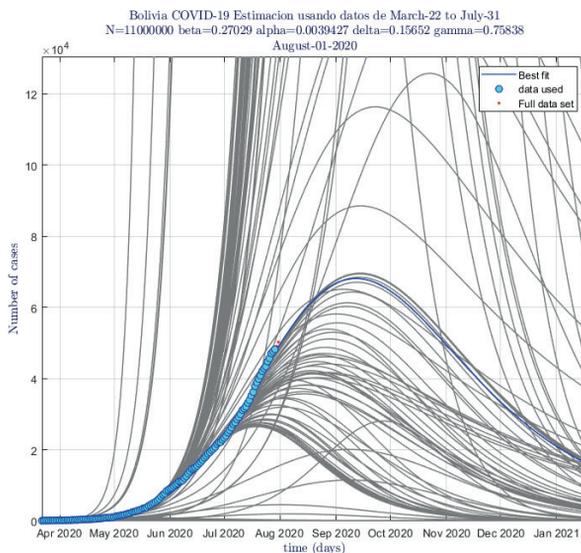
$$\frac{dP(t)}{dt} = \alpha S(t)$$

donde los principales resultados del modelo son los siguientes datos:

- S: Serie de tiempo de casos susceptibles,
- E: Serie de tiempo de los casos expuestos,
- I: Serie de tiempo de casos infecciosos,
- Q: Serie de tiempo de los casos en cuarentena,
- R: Serie de tiempo de los casos recuperados,
- D: Serie de tiempo de los casos de muerte,
- P: Serie de tiempo de los casos susceptibles.

Por lo tanto, los parámetros  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$ ,  $\lambda$  y  $\kappa$  son las incógnitas del modelo SEIRD. Por lo tanto, lo que se pretende, en primera instancia, es obtener los parámetros de una manera óptima. Los resultados de esta estimación se muestran a continuación en el Gráfico A.1, donde cada línea representa una simulación por cada día que se actualizan los datos de infectados, siendo la línea azul la simulación de la infección con los parámetros estimados con datos de infectos hasta el 31 de julio,

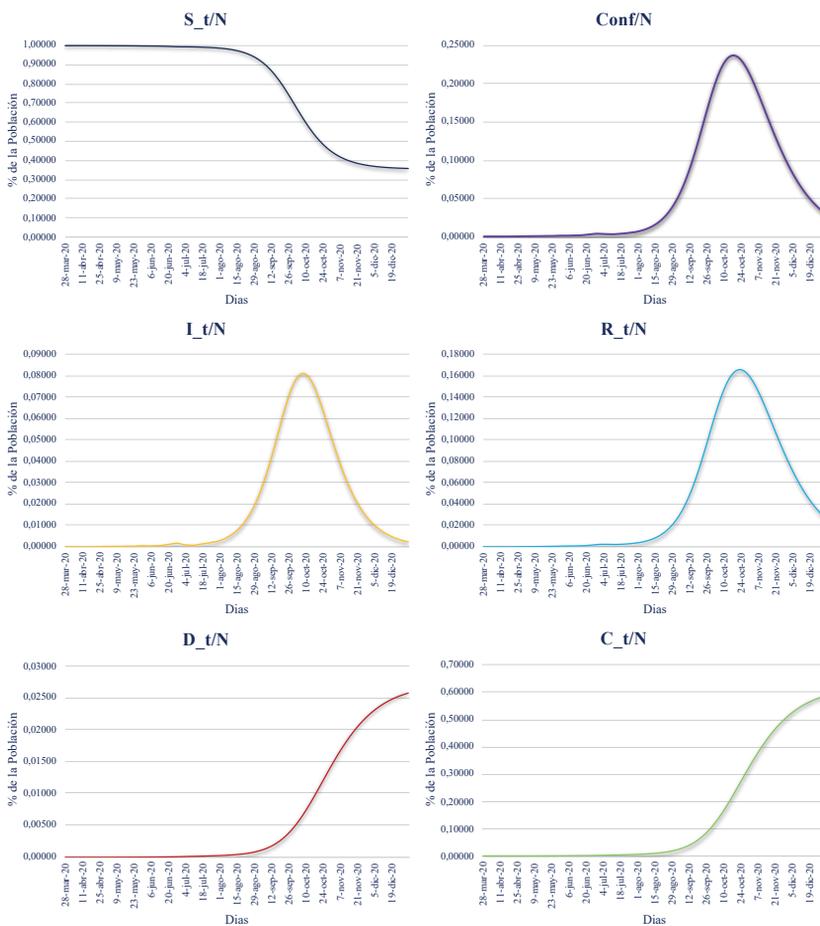
### Gráfico A.1: EVOLUCIÓN DEL COVID-19 BOLIVIA-SEIRD G



Fuente: Elaboración propia

## Apéndice B: Evolución de la pandemia Modelo SIRD

### Gráfico B.1: EVOLUCIÓN DE LA PANDEMIA



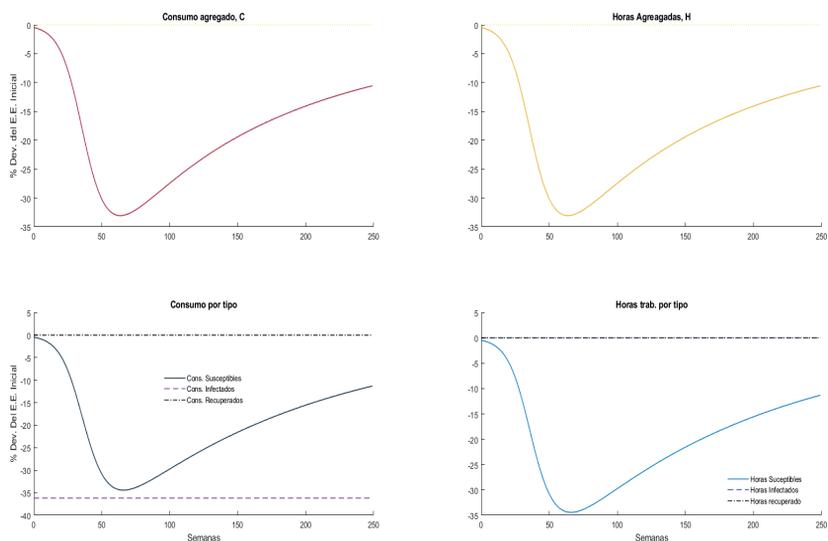
Fuente: Elaboración propia

## Apéndice C: Caso de subregistro de datos de fallecidos

Se tuvo que elaborar un caso ante los posibles sub-registros de los datos de fallecidos, dado que muchas familias tienden a ocultar la información o prefieren atenderse en casa, o morir, ante un colapso de hospitales y, posiblemente, puede que existan fallecidos que no hayan sido registrados. Ante este hecho, se procedió a trabajar con una tasa de letalidad del doble de la que se tiene. Es decir, en vez de usar una tasa del 4,2% utilizamos una de 8,4%. Los resultados fueron los siguientes:

### Gráfico C.1: IMPACTO DEL COVID-19 EN LA ECONOMÍA BOLIVIANA

La evolución de COVID-19 en Bolivia  
Casos sub-reportados



Fuente: Elaboración propia

Bajo este posible caso, la pandemia induce a una recesión mucho más fuerte y profunda que la que se presenta con los datos. En este caso, el consumo agregado, en promedio, en el primer año de la pandemia, caería alrededor de 11,66 por ciento y la recuperación de la economía empezaría a partir de la semana 66, aproximadamente. Pero, como se puede evidenciar en este caso, la recuperación es mucho más lenta que en el caso anterior y ni siquiera 250 semanas alcanzan para que la economía vuelva a su estado inicial.