

# INDICADORES SINTÉTICOS DUALES: UN NUEVO INSTRUMENTO PARA EL ANÁLISIS SOCIO-ECONÓMICO

## *DUAL SYNTHETIC INDICATORS: A NEW TOOL FOR SOCIO- ECONOMIC ANALYSIS*

**Cupé C. Ernesto.**

Carrera de Matemática, Facultad de Ciencias Puras y Naturales,  
Universidad Mayor de San Andrés (UMSA), La Paz, Bolivia, eecupe@hotmail.com

### RESUMEN

Se presenta una nueva técnica de elaboración de indicadores sintéticos. Bajo un enfoque dual de la matriz de datos, individuos por variables, el problema de agregación de variables heterogéneas en un único indicador se resuelve obteniendo dos indicadores agregados, uno primal para variables y otro dual para individuos; la lectura combinada de ambos enriquece y amplía las posibilidades de interpretación. La metodología admite la posibilidad de incorporar pesos o ponderaciones tanto a individuos como a variables, lo que favorece ampliamente las posibilidades de análisis y cobertura temática. A fin de mostrar algunas de sus posibilidades prácticas, la nueva metodología se aplica a la elaboración del Índice de Desarrollo Humano (IDH) para los países de América Latina y El Caribe; uno de los resultados es que los ponderadores no son iguales, contradiciendo el supuesto central en la metodología del IDH elaborado por el PNUD.

**Palabras Clave:** Indicador Sintético. Dualidad. Teorema de Descomposición de Valor Singular. Factores y Ejes factoriales. Índice de Desarrollo Humano.

## ABSTRACT

*It presents a new technique for elaboration of synthetic indicators. Under a dual view from the data matrix, individuals by variables, the aggregation of heterogeneous variables as unique indicator is solved obtaining two aggregate indicators, a primal for variables and other dual one for individuals; the combined reading of both enriches and expands the possibilities of interpretation. The Methodology admits the possibility of incorporating weights or ponderings both individuals and variables, which greatly promotes the possibilities of analysis and subject coverage. In order to show some possibilities, practices, the new methodology is applied to the development of the Human Development Index (IDH) for countries of America Latina and the Caribbean; one of the results is that the pondering are not the same, contradicting the central assumption in the methodology of IDH elaborated by the PNUD.*

**Keywords:** *Synthetic Indicator. Duality. Theorem Singular Value Decomposition, Factors and Factor Axes, Human Development Index.*

## INTRODUCCIÓN

Elaborar un indicador agregado de ingreso, educación y esperanza de vida para monitorear los avances o retrocesos en la calidad de vida de una sociedad (Aivazian, 2005; Somarriba & Pena, 2009) hacer seguimiento de la percepción ciudadana de una gestión de gobierno a partir de variables tan disímiles como nivel general de precios, seguridad ciudadana, empleo y acceso a servicios básicos (Modéjar 2009) tomar decisiones respecto a una agresiva pero costosa campaña publicitaria a nivel nacional, a partir de reportes regionales de demanda de productos y un reporte de la oficina central sobre el comportamiento de las diversas líneas de producción de una empresa. Estos son solamente algunos ejemplos de lo que en la práctica se debe hacer frecuentemente: agregar indicadores de variables altamente heterogéneas o, en lenguaje más coloquial, “sumar peras con naranjas”.

La agregación de indicadores simples o parciales en un sólo indicador global, frecuentemente responde a un marco teórico; generalmente, la agregación se realiza a través de una relación lineal en la que el peso o ponderación de un indicador parcial se determina en función de la importancia en el contexto global. En algunos casos, dichos ponderadores pueden mantenerse constantes o, en otros, ir cambiando según cambia la importancia relativa de cada indicador parcial. Sin embargo, cuando los indicadores no son homogéneos, simple-

mente porque son de distinta naturaleza (como indicadores de ingreso, educación y esperanza de vida, por ejemplo), la agregación se dificulta en extremo, abriendo las puertas a soluciones altamente subjetivas (Modéjar et al. 2008). Ante tal situación, frecuentemente se opta por agregar siguiendo el criterio más simple sin considerar los datos: agregar linealmente con ponderadores iguales. En este documento se presenta una novedosa metodología, no subjetiva y basada exclusivamente en los datos: la metodología de Indicadores Sintéticos Duales. A pesar de su relativa sofisticación técnica en sus fundamentos, la aplicación de esta nueva metodología es simple y, lo más importante, de extremadamente amplio alcance en posibilidades de análisis e interpretación.

Debido a que los *Indicadores Sintéticos Duales* pueden ser de interés para usuarios de diversas disciplinas, la presentación de la metodología es breve y directa. Se desarrolla una aplicación práctica, con datos reales, para mostrar algunas de sus posibilidades más importantes.

## MÉTODOS

### ***Indicadores sintéticos duales: fundamento teórico***

Se tienen  $I$  individuos y  $J$  variables,  $J < I$ , los valores que toman las  $J$  variables sobre los  $I$  individuos se registran en una matriz de datos u observaciones  $X=[X_{i,j}]$ , donde  $X_{i,j}$  es el valor observado de la  $j$ -ésima va-

riable sobre el  $i$ -ésimo individuo; se asume que esta matriz es de rango completo,  $\text{Rang}(X) = J$ , lo que equivale a decir que cualquier información redundante en las variables ha sido previamente depurada<sup>1</sup>.

Las filas y columnas de esta matriz generan dos nubes de puntos, cada una en un espacio diferente,

$$N_i = \{X_{i\bullet} \in \mathbb{R}^J : X_{i\bullet} \text{ es la } i\text{-ésima fila de } X, i=1,2,\dots,I\}$$

$$N_j = \{X_{\bullet j} \in \mathbb{R}^I : X_{\bullet j} \text{ es la } j\text{-ésima columna de } X, j=1,2,\dots,J\}$$

Cada punto  $X_{i\bullet}$  de la nube  $N_i$  tiene asociado un peso o ponderación  $p_i > 0$  correspondiente al individuo  $i$ ; a su vez, cada punto  $X_{\bullet j}$  de la nube  $N_j$  tiene asociado un peso o ponderación  $q_j > 0$  correspondiente a la variable  $j$ . Las matrices de pesos

$$P = \text{Diag}(p_1, p_2, \dots, p_I)$$

$$Q = \text{Diag}(q_1, q_2, \dots, q_J) \quad [1]$$

definen a su vez productos internos. La matriz de pesos  $Q$  en  $\mathbb{R}^J$  define un producto interno en  $\mathbb{R}^J$ ,

$$\langle u_1 | u_2 \rangle_Q = u_1' Q u_2 \quad [2]$$

donde  $u_1, u_2 \in \mathbb{R}^J$ . A su vez, la matriz de pesos  $P$  en  $\mathbb{R}^I$  define un producto interno en  $\mathbb{R}^I$ ,

$$\langle v_1 | v_2 \rangle_P = v_1' P v_2 \quad [3]$$

donde  $v_1, v_2 \in \mathbb{R}^I$ . Como es usual, a partir de la respectiva métrica inducida, en cada espacio se determina en particular la norma de un vector; la norma o tamaño  $\|u\|$  de un vector  $u \in \mathbb{R}^J$  está dada por  $\|u\|^2 = \langle u | u \rangle_Q$  y la norma o tamaño  $\|v\|$  de un vector  $v \in \mathbb{R}^I$  está dada por  $\|v\|^2 = \langle v | v \rangle_P$ .

La técnica que se propone descompone ortogonalmente la inercia de una de las dos nubes de puntos, de modo que la primera dirección capture la mayor inercia, la segunda dirección captura la mayor inercia en el complemento ortogonal de la primera, la tercera dirección captura la mayor inercia en el complemento ortogonal de las dos primeras, y así sucesivamente. Cada una de estas direcciones es un subespacio vectorial y constituye un eje factorial de la respectiva nube. Sin pérdida de generalidad, asumiendo que las columnas de la matriz de datos están centradas, la inercia de la proyección de la respectiva nube sobre el  $s$ -ésimo eje factorial es  $\theta_s$ , el

$s$ -ésimo mayor eigenvalor de  $\frac{1}{I-1} X' P X Q$ ; el  $s$ -ésimo eje factorial de la nube  $N_i$  está generado por el asociado eigenvector  $u_s$

de  $\frac{1}{I-1} X' P X Q$ , unitario en el espacio métrico  $\mathbb{R}^J$ . A partir del *Teorema de Descomposición de Valor Singular*, se sigue que el  $s$ -ésimo eje factorial de la nube  $N_j$  está

1 Una fuente de consulta sobre terminología, Teorema de Descomposición de Valor Singular, etc. se encuentra en Datta, B. N. (1995).

generado por  $v_s$ , eigenvector de  $\frac{1}{I-1}XQX'P$  unitario en el espacio  $\mathbb{R}^I$  y asociado al mismo eigenvalor  $\theta_s$ . Los conjuntos  $\{u_1, u_2, \dots, u_j\}$  y  $\{v_1, v_2, \dots, v_j\}$  son ortonormales, cada uno bajo la respectiva métrica de su propio espacio.

La proyección de una nube de puntos sobre uno de sus ejes factoriales determina un vector que llamaremos *factor*. En la nube  $N_I$ , el s-ésimo factor  $Y_s$  está dado por

$$Y_s = \frac{1}{\sqrt{I-1}} X Q u_s \quad [4]$$

mientras que en la nube  $N_J$ , el s-ésimo factor  $Z_s$  está dado por

$$Z_s = \frac{1}{\sqrt{I-1}} X' P v_s \quad [5]$$

Como la inercia capturada por el s-ésimo eje factorial es  $\theta_s$ , resulta natural que en la determinación del respectivo Indicador Sintético cada factor tenga una ponderación proporcional a dicha importancia. Así, se obtienen dos indicadores sintéticos duales; por un lado, el *indicador sintético primal o de variables*,  $is_j$ , en el espacio de individuos  $\mathbb{R}^I$ :

$$IS_j = \sum_{s=1}^J \lambda_s^* Y_s \quad [6]$$

donde  $\lambda_s^* = \lambda_s / \sum_{s=1}^J \lambda_s$ ; y por otro, el *indicador sintético dual o de individuos*,  $IS_I$ , en el espacio de variables  $\mathbb{R}^J$ :

$$IS_I = \sum_{s=1}^I \lambda_s^* Z_s = \sum_{s=1}^J \lambda_s^* Z_s \quad [7]$$

Debido a que la inercia es sensible a las unidades de medida, si las variables no han sido estandarizadas previamente de alguna manera, se recomienda hacerlo antes de aplicar la metodología. En la misma línea, se recomienda que los pesos o ponderaciones se expresen como números índice.

La elaboración de indicadores sintéticos por la conocida técnica de Componentes Principales es un caso particular de la nueva metodología restringida al indicador sintético primal, con P y Q matrices

identidad y la matriz  $\frac{1}{I-1} X' X$  la matriz de covarianza o correlación de las variables.

## RESULTADOS Y DISCUSIÓN

### *Aplicación al monitoreo del desarrollo humano*

A partir de las ideas desarrolladas por el economista hindú Amartya Sen, premio Nobel de Economía 1998, existe consenso en que el objetivo de las políticas de desarrollo de una sociedad debe ir más allá de solamente incrementar el ingreso, debe enfocarse en una categoría más amplia y trascender del simple desarrollo económico al desarrollo humano de la sociedad.

El Desarrollo Humano está asociado a la calidad de vida, entendida como el proceso por el que una sociedad mejora las condiciones de vida a través del incremento de bienes y servicios con los que los indi-

viduos pueden satisfacer sus necesidades básicas y complementarias, y de la creación de un entorno en el que se respeten sus derechos humanos. En la amplia categoría conceptual que representa el desarrollo humano, de acuerdo al Programa de Naciones Unidas para el Desarrollo (PNUD), las tres variables más importantes y comunes a efectos del desarrollo humano son:

- *Una vida larga y saludable*, medida por la esperanza de vida al nacer.
- *La educación*, medida por la tasa de alfabetismo adulto (con una ponderación de dos tercios) y la tasa de matrícula total combinada de primaria, secundaria y terciaria (con una ponderación de un tercio).
- Un *nivel de vida digno*, medido por el Producto Interior Bruto per cápita.

El PNUD elabora un indicador sintético a partir de las mencionadas tres variables, indicador denominado Índice de Desarrollo Humano (IDH). Para cada país y cada variable componente del IDH, los índices se estandarizan considerando valores mínimos y valores máximos que la variable toma entre los países:

$$\text{Índice para el País} = \frac{\text{Valor para el país} - \text{Valor Mínimo}}{\text{Valor Máximo} - \text{Valor Mínimo}} \quad [8]$$

De los tres índices componentes del IDH, el *Índice de Esperanza de Vida* (IEV), el *Índice de Educación* (IE) y el *Índice del PIB per cápita* (IPIB), el IE se obtiene a su vez como una combinación convexa del *Índice de Alfabetización Adulta* (IA) y del *Índice de Matriculación* (IM):

$$IE = \frac{2}{3} IA + \frac{1}{3} IM \quad [9]$$

El *Índice de Desarrollo Humano*, IDH, es un indicador sintético que se obtiene como combinación convexa de los tres índices IEV, IE e IPIB, con la misma ponderación para cada componente<sup>2</sup> :

$$IDH = \frac{1}{3} IEV + \frac{1}{3} IE + \frac{1}{3} IPIB \quad [10]$$

Naturalmente, surge la pregunta si los ponderadores de los componentes del IDH en realidad deben ser iguales. A continuación, se aplica la metodología desarrollada en la anterior Sección a fin de agregar los índices de esperanza de vida, educación y PIB per cápita en un único Indicador Sintético; a los indicadores sintéticos duales obtenidos bajo la nueva metodología denominaremos IDH-IS, para diferenciarlos del IDH-PNUD calculado según [3.3] Este es un campo de activa investigación actualmente (Alkire & Santos 2010; Riobóo 2009).

2 Existen otras medidas alternativas

### **IDH-IS en América Latina y El Caribe**

A continuación se va a recurrir a la base de datos que acompaña al Informe de Desarrollo Humano 2007 del PNUD y está disponible al público. Según dicho informe, de los 33 países de América Latina y El Caribe (ALC), en 2007 Barbados tuvo el mayor IDH de la región, 0.903, y Haití el menor, 0.532<sup>3</sup>. El país sudamericano con mayor IDH es Chile, 0.878, que además alcanza el segundo lugar en la región.

Una rápida revisión de las variables componentes del IDH muestra una significativa correlación entre ellas, Tabla 1. Por otra parte, debido a que las variables componentes del IDH ya se encuentran estandarizadas por construcción, al ser elaboradas siguiendo [1], no se considera conveniente estandarizarlas nuevamente antes de elaborar el Indicador Sintético por variables. Este hecho nos lleva a considerar la matriz de covarianza, Tabla 2, en lugar de la matriz de correlación.

**Tabla 1: Matriz de Correlación entre variables componentes del IDH**

	IEV	IE	IPIB
IEV	1,0000	0,5362	0,5810
IE	0,5362	1,0000	0,6521
IPIB	0,5810	0,6521	1,0000

Determinante: 03560

Fuente: Elaboración Propia

**Tabla 2: Matriz de Covarianza entre variables componentes del IDH**

	IEV	IE	IPIB
IEV	0,0041	0,0027	0,0040
IE	0,0027	0,0062	0,0055
IPIB	0,0040	0,0055	0,0115

Varianza Total: 0,0218

Fuente: Elaboración Propia

3 Un reporte detallado se tiene en <http://www.uis.unesco.org/>.

La descomposición ortogonal de la inercia muestra que el primer eje factorial captura el 77% de dicha inercia, 13% el segundo y 10% el tercero. La correlación entre las variables componentes de IDH se refleja en esta alta concentración de inercia en el primer eje factorial.

Aplicando la metodología desarrollada en la Sección 2, se ha elaborado el indicador sintético primal de los índices IEV, IE e IPIB para cada uno de los 33 países de América Latina y El Caribe. Dicho indicador sintético, IDH-IS, es reportado en la Tabla 4, junto al IDH-PNUD; también se reporta en dicha tabla el orden que ocupa cada país según ambos indicadores, además de la diferencia entre el lugar que ocupa según el IDH-PNUD y el lugar que ocupa según el nuevo IDH-IS.

En general, se observan pocos cambios respecto a la clasificación según el IDH-PNUD; dos terceras partes del total de países han mantenido su lugar en la clasificación según desarrollo humano, incluyendo a los cinco primeros y cuatro últimos, aunque con pequeños cambios en el nivel relativo de desarrollo humano.

Los cambios en la tercera parte restante no son significativos en general, aunque para Trinidad y Tobago significa un cambio de tres posiciones, para Brasil y Panamá un cambio de dos lugares en direcciones opuestas.

Entre los países que cambian un lugar con el nuevo IDH-IS está Bolivia; según el IDH-PNUD Bolivia tiene un menor desarrollo humano que Honduras en 2007, mientras que según el nuevo IDH-IS la situación se invierte. Una situación similar ocurre con Cuba y Bahamas.

Estos resultados muestran que la nueva metodología produce resultados al menos razonables respecto a los obtenidos por el PNUD, lo que constituye una primera validación empírica de ambas metodologías. Sin embargo, como veremos en seguida, a diferencia de la metodología del PNUD, la metodología propuesta en este artículo permite llegar más lejos en el análisis y permite explicar las diferencias señaladas que afectan a algunos países.

A fin de explicar las pocas diferencias entre los resultados proporcionados por el

Tabla 3: Eigenvalores de la Matriz de Covarianza

Eje Factorial	Eigenvalor	Diferencia	Proporción	Acumulado
1	0,0168	0,0140	0,7705	0,7705
2	0,0028	0,0006	0,1277	0,8983
3	0,0022		0,1017	1,0000

Fuente: Elaboración Propia

Tabla 4: IDH-PNUD e IDH-IS primal para países de América Latina y El Caribe.

País	Clasificación IDH-PNUD (A)	Índice de Desarrollo Humano IDH-PNUD	Indicador Sintético IDH-IS	Clasificación Indicador Sintético IDH-IS (B)	Diferencia (A) (B)
Barbados	1	0,903	0,146	1	0
Chile	2	0,878	0,109	2	0
Antigua y Barbuda	3	0,868	0,104	3	0
Argentina	4	0,866	0,094	4	0
Uruguay	5	0,865	0,091	5	0
Bahamas	7	0,856	0,089	6	1
Cuba	6	0,863	0,080	7	-1
México	8	0,854	0,079	8	0
Costa Rica	9	0,854	0,073	9	0
Trinidad y Tobago	13	0,837	0,067	10	3
Venezuela	10	0,844	0,066	11	-1
San Cristóbal y Nieves	12	0,838	0,061	12	0
Panamá	11	0,840	0,058	13	-2
Santa Lucía	14	0,821	0,033	14	0
Brasil	17	0,813	0,023	15	2
Dominica	15	0,814	0,018	16	-1
Granada	16	0,813	0,017	17	-1
Colombia	18	0,807	0,012	18	0
Perú	19	0,806	0,011	19	0
Ecuador	20	0,806	0,008	20	0
República Dominicana	21	0,777	-0,030	21	0
San Vicente y las Granadinas	22	0,772	-0,034	22	0
Surinam	24	0,769	-0,036	23	1
Belice	23	0,772	-0,039	24	-1
Jamaica	25	0,766	-0,045	25	0
Paraguay	26	0,761	-0,056	26	0
El Salvador	27	0,747	-0,069	27	0
Bolivia	29	0,729	-0,093	28	1
Honduras	28	0,732	-0,096	29	-1
Guyana	30	0,729	-0,101	30	0
Guatemala	31	0,704	-0,129	31	0
Nicaragua	32	0,699	-0,145	32	0
Haití	33	0,532	-0,368	33	0

Fuente: IDH-PNUD es el IDH elaborado por el PNUD y corresponde a 2007. IDH-IS es de elaboración propia, con la misma información primaria del IDH-PNUD.

IDH-PNUD y el IDH-IS, conviene complementar al indicador sintético primal por variables con el indicador sintético dual por individuos o países en este caso.

Si el indicador sintético primal clasifica a los individuos o países a partir de las variables, el indicador sintético dual clasifica a las variables a partir de los individuos o países en este caso. De acuerdo a los resultados obtenidos, Tabla 5, las tres variables componentes del IDH no son igualmente importantes. Si bien las

tres variables componentes del IDH son fundamentales para mejorar la calidad de vida en una sociedad, empíricamente se verifica que en América Latina y El Caribe el ingreso per cápita por PIB es la variable más importante (44%), seguida por la variable educación (31%) y la esperanza de vida (25%), en ese orden.

En la Tabla 6 se tiene el IDH e indicadores parciales para los casos más notorios de países mencionados anteriormente en que los resultados a través de IDH-PNUD

Tabla 5: Indicador Sintético IDH-IS dual

IEV	IE	IPIB
0.0415	0.0531	0.0743
25%	31%	44%

Fuente: Elaboración Propia

Tabla 6: IDH-PNUD e IDH-IS más indicadores componentes para algunos países.

País	Clasificación		IEV	IE	IPIB
	IDH - PNUD	IDH - IS			
Cuba	6	7	0,891	0,993	0,706
Bahamas	7	6	0,804	0,878	0,886
Panamá	11	13	0,842	0,888	0,79
Trinidad y Tobago	13	10	0,737	0,861	0,911
Dominica	15	16	0,865	0,848	0,729
Granada	16	17	0,838	0,884	0,717
Brasil	17	15	0,787	0,891	0,761
Honduras	28	29	0,783	0,806	0,607
Bolivia	29	28	0,673	0,892	0,624

Fuente: Programa de Naciones Unidas Para el Desarrollo (PNUD) y elaboración propia.

e IDH-IS difieren. En el caso de Cuba y Bahamas, éste tiene indicadores levemente menores que aquél en esperanza de vida IEV y educación IE, pero bastante mayor en ingreso IPIB; es claro que dando la misma ponderación a cada indicador parcial el IDH de Cuba es mayor que el de Bahamas, mientras que con una mayor ponderación al ingreso, como lo dicen los datos, el IDH de Bahamas resulta superior al de Cuba.

El caso de Panamá es similar, su relativamente bajo indicador de ingreso se ve favorecido por la ponderación uniforme aplicada por el PNUD; pero baja del lugar once al trece si, como dicen los datos, se pondera más al ingreso. Una situación inversa se da en el caso de Trinidad y Tobago, que por tener un relativamente alto indicador de ingreso sube del lugar trece según el IDH-PNUD al décimo según el IDH-IS.

En el caso de Brasil, que pasa del lugar 17 según el IDH-PNUD al 15 según el IDH-IS, el cambio se debe a que tiene indicadores de ingreso y educación mayores a los dos países ubicados inmediatamente por delante, pero indicador de esperanza de vida bastante menor también respecto a ambos países. Finalmente, en el caso de Bolivia y Honduras, a pesar de tener Bolivia mayores indicadores en dos de las tres variables componentes del IDH (ingreso y educación), resulta con un indicador menor de desarrollo humano según el IDH-PNUD; sin embargo, con la ponderación

diferenciada implícita en el IDH-IS, dicho orden se revierte.

### ***IDH-IS generalizado en América Latina y El Caribe***

A fin de ilustrar las posibilidades de la metodología de los Indicadores Sintéticos Duales, aprovechando las amplias posibilidades que ofrece la nueva metodología, a continuación se generaliza el habitual IDH incorporando una nueva variable en el análisis, la variable población.

Primeramente, se observa que los países cuyo indicador parcial de ingreso es mayor a los indicadores parciales de educación y esperanza de vida, son países pequeños en términos de población (Antigua y Barbuda, 69 mil habitantes en 2007; Bahamas, 332 mil; San Cristóbal y Nieves; 44 mil, etc.). Por otro lado, países grandes en términos de población, tienen indicadores de ingreso (per cápita) bastante inferiores a los otros dos indicadores parciales.

A fin de incorporar este hecho en el análisis, cada país es dotado de un peso proporcional a su población. Aplicando la metodología de los Indicadores Sintéticos Duales, se ha elaborado el indicador sintético IDH-ISG, el cual es reportado en la Tabla 3.7. Los cambios respecto al IDH-PNUD son evidentes; el desarrollo humano, considerando no solamente las variables básicas relativas a la calidad de vida sino también a las dificultades o ventajas relacionadas con el tamaño poblacional

Tabla 7 IDH-PNUD e IDH-ISG primal para países de América Latina y El Caribe

País	Clasificación IDH-PNUD (A)	Índice de Desarrollo Humano IDH-PNUD	Indicador Sintético IDH-IS	Clasificación Indicador Sintético IDH-IS (B)	Diferencia (A) (B)
México	8	0,854	0,204	1	7
Argentina	4	0,866	0,152	2	2
Chile	2	0,878	0,104	3	-1
Venezuela	10	0,844	0,088	4	6
Brasil	17	0,813	0,084	5	12
Cuba	6	0,863	0,063	6	0
Uruguay	5	0,865	0,039	7	-2
Costa Rica	9	0,854	0,032	8	1
Panamá	11	0,840	0,022	9	2
Colombia	18	0,807	0,018	10	8
Trinidad y Tobago	13	0,837	0,017	11	2
Barbados	1	0,903	0,015	12	-11
Perú	19	0,806	0,011	13	6
Bahamas	7	0,856	0,008	14	-7
Dominica	15	0,814	0,005	15	0
Antigua y Barbuda	3	0,868	0,002	16	-13
Ecuador	20	0,806	0,000	17	3
Santa Lucía	14	0,821	-0,002	18	-4
San Cristóbal y Nieves	12	0,838	-0,002	19	-7
Granada	16	0,813	-0,004	20	-4
San Vicente y las Granadinas	22	0,772	-0,008	21	1
Surinam	24	0,769	-0,011	22	2
Belice	23	0,772	-0,012	23	0
Guyana	30	0,729	-0,016	24	6
Jamaica	25	0,766	-0,024	25	0
República Dominicana	21	0,777	-0,029	26	-5
Paraguay	26	0,761	-0,041	27	-1
El Salvador	27	0,747	-0,054	28	-1
Bolivia	29	0,729	-0,072	29	0
Honduras	28	0,732	-0,075	30	-2
Nicaragua	32	0,699	-0,099	31	1
Guatemala	31	0,704	-0,130	32	-1
Haití	33	0,532	-0,287	33	0

Fuente: IDH-PNUD es el IDH elaborado por el PNUD y corresponde a 2007. IDH-ISG es de elaboración propia, con la misma información primaria del IDH-PNUD e incorpora además la variable población por país.

del país, es mayor en México, un país con 110 millones de habitantes en 2007, seguido por Argentina, 40 millones de habitantes en el mismo año. El país de mayor población en la región, Brasil con 191 millones de habitantes, pasa del lugar 17 según el IDH-PNUD y 15 según el IDH-IS al lugar 5 según el IDH-ISG. Bajo este criterio, Antigua y Barbuda pasa del tercer lugar según el IDH-PNUD al lugar 16 según el IDH-ISG. Bolivia ocupa el mismo lugar tanto según el IDH-PNUD como según el IDH-ISG.

La incorporación de la variable población en el análisis, de acuerdo al indicador sintético dual, Tabla 8, mantiene prácticamente inalterable la importancia relativa del ingreso per cápita; sin embargo, incrementa la importancia de la variable educación y disminuye la de la esperanza de vida. Este cambio cuantitativo y cualitativo estaría reflejando la importancia que adquiere la educación para el desarrollo humano en sociedades estructuralmente más complejas debido a su tamaño poblacional.

## CONCLUSIONES Y PROYECCIONES

La agregación de indicadores de distinta naturaleza es un tema abierto. Surge recurrentemente en todas las disciplinas del conocimiento humano, con especial énfasis en las ciencias sociales, cada vez que se intenta estudiar, analizar o investigar técnicamente cualquier tema desde una perspectiva basada en datos.

Ante la falta de una única respuesta y la inevitable necesidad de dar respuesta, frecuentemente se adopta la solución más simple asociada a agregar linealmente los indicadores parciales con la misma ponderación para cada uno. Esta solución, sin embargo, no es técnicamente satisfactoria en general.

La novedosa metodología de los *Indicadores Sintéticos Duales* ofrece una alternativa técnica y práctica al problema. Si bien esta metodología incluye a la conocida técnica de Componentes Principales como un caso particular, claramente es mucho más que Componentes Principales en dos

Tabla 8: Indicador Sintético IDH-IS dual

IEV	IE	IPIB
0,0334	0,0459	0,0617
24%	33%	44%

Fuente: Elaboración Propia

sentidos. Por una parte, trata el problema desde una perspectiva dual, aunque no simétrica, en la que variables e individuos tienen la misma importancia. Por otra parte, la metodología admite la posibilidad de incorporar pesos o ponderaciones tanto a individuos como a variables, extendiendo ampliamente las posibilidades de análisis y cobertura. El problema de agregación de variables altamente heterogéneas en un único indicador se resuelve obteniendo dos indicadores agregados en un único contexto técnicamente consistente, uno primal para variables y otro dual para individuos; la interpretación simultánea de ambos indicadores enriquece ampliamente la interpretación de los resultados.

La aplicación de la metodología de *Indicadores Sintéticos Duales* al Índice de Desarrollo Humano para los países de América Latina y El Caribe, permite obtener un re-

sultado extremadamente importante para la política económica y social de los países de la región: En el contexto del IDH, el ingreso por PIB per cápita es la variable más importante para mejorar la calidad de vida en la región, seguida por las variables educación y esperanza de vida, en ese orden. Este resultado basado en datos contradice al supuesto central del IDH elaborado por el PNUD respecto a que dichos indicadores parciales tienen exactamente la misma importancia.

Si en el estudio del desarrollo humano se introduce la variable población, a fin de capturar las ventajas o desventajas sociales para la calidad de vida generadas con el crecimiento poblacional, la importancia de la variable educación se incrementa, la de la esperanza de vida disminuye y la del ingreso se mantiene.

## BIBLIOGRAFÍA

- Aivazian, S. (2005). *Synthetic Indicators of Quality of Life: Construction and Utilization for Social-Economic Management and Comparative Analysis*. Austrian Journal of Statistics. 34 (2), 69–77.
- Alkire, S., Santos, M. E. (2010). *Acute Multidimensional Poverty: A New Index for Developing Countries*. Human Development Research Paper. United Nations Development Programme.
- Datta, B. N. (1995). *Numerical Linear Algebra and Applications*. International Thomson Publishing. USA. 680 p.
- Modéjar, J. J. (2009). *Monitoring Regional Economies with Synthetic Indicators*. Journal of Business & Economics Research, 7 (4).
- Modéjar, J. J., Vargas V. M. (2008). *Indicadores Sintéticos: Una revisión de los Métodos de Agregación*. Economía, Sociedad y Territorio, 8 (27), 565-585.
- Riobóo, I., Riobóo, J. M. (2009). *Towards an Optimal Synthetic Index for Measuring Gender Inequality*. Proceedings 23rd European Conference on Modelling and Simulation, Madrid.
- Somarriba, N., Pena, B. (2009). *Synthetic Indicators of Quality of Life in Europe*. Soc. Indic. Res. Springer Science+Business Media B., 94, 115–133

Artículo recibido en: septiembre de 2010

Manejado por: Eduardo Palenque

Artículo aceptado en: diciembre de 2010