

Formación matemática como parte de la educación integral básica (EIB) de todas las personas

David Mora

Director Ejecutivo

Instituto Internacional de Integración

RESUMEN

El contenido del presente artículo está referido concretamente a la reflexión conceptual, social, política, pedagógica y didáctica acerca del papel que juegan las matemáticas en los procesos de cambio y transformación en los diversos contextos y espacios socioculturales, como un hecho histórico y material afectado por las múltiples interacciones de los sujetos que conforman determinadas colectividades. Para ello, tratamos de discutir dos temas esenciales: a) los propósitos y tareas de las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje en cualquier momento histórico y grupo social determinado; y b) las matemáticas como parte esencial de las interacciones socioculturales y sus consecuencias ideológicas dominantes o liberadoras, según se realice su tratamiento y orientación. En el primer caso, discutimos diez puntos básicos que obviamente no cierran la posibilidad de ampliación, puesto que las relaciones entre las matemáticas y el mundo socionatural son múltiples y altamente complejas. En el segundo caso, desarrollamos la reflexión a través de cinco aspectos fundamentales que naturalmente tienen una estrecha relación con los diez de la primera parte. Es importante resaltar, además, que hemos recurrido a fuentes diversas en el campo de la pedagogía y didáctica críticas, como sustento teórico profundamente necesario para el esclarecimiento de contradicciones y el establecimiento de propuestas consistentes, coherentes y transformadoras.

ABSTRACT

The contents of this article are referred concretely to the didactic, pedagogic, political, social and conceptual thought about the mathematics role in the transformation and change processes in diverse cultural-social spaces and contexts, as a material and historic fact influenced by the multiple interactions between the subjects that shape some collectivities. In order to do this, we try to discuss two essential themes: a) the mathematics' purposes and duties, its teaching and learning at any historic moment and specific social group; and b) mathematics as an essential part of cultural-social interactions and its dominating or liberating ideological consequences, according how it is treated and oriented. In the first case, we discuss ten basic points that obviously can be extended to more, because the connections between mathematics and socio-natural world are many-sided and highly complex. In the second case, we develop the reflection through five fundamental aspects that, naturally, are tightly related with the ten of the first part. It is important to highlight, besides, that we have taken different sources in the critic pedagogy and didactics field, as a theoretical support deeply necessary to contradictions explaining and transforming, coherent and consistent proposals setting up.

1. Introducción

Para el desarrollo del presente trabajo queremos partir de la premisa, cada vez con mayor respaldo teórico y empírico, de que las matemáticas en términos generales, y la educación matemática en particular, están actualmente sujetas, por un lado, a un proceso de avance y transformación profundo y, por otro, a una profunda apatía de diversos sectores de las comunidades escolares y extraescolares. Podríamos decir que, en el primer caso, está la comunidad directamente vinculada con las matemáticas y su investigación, la cual se encuentra apartada del mundo de la realidad concreta donde ocurren los procesos de aprendizaje y enseñanza, seguramente porque los docentes están concentrados/as en el “deber ser” de las matemáticas y su educación, sujetos a la idealización de lo que para ellos/as significaría aprender y enseñar matemáticas, sean éstas abstractas o vinculadas con el mundo real socionatural.

Es muy probable que este grupo esté altamente descontextualizado y apartado del mundo del quehacer educativo concreto, o que simplemente considere que sus reflexiones y aportes teóricos o los resultados de sus estudios empíricos tendrán algún día cierta resonancia y relevancia en las prácticas concretas y en las realidades específicas, tanto en la vida comunitaria como en las relaciones y procesos productivos.

En el segundo grupo se encuentra realmente el gran conglomerado de personas, podríamos decir que más del 99% de la población en cualquier parte del mundo, que sólo conoce o ha oído la palabra matemáticas, independientemente de su grado de escolaridad o “alfabetización matemática”. Con esta afirmación no pretendemos ser exagerados, ni tampoco crear una alarma innecesaria, sólo deseamos resaltar y hacer explícita una realidad latente, subyacente e innegable en nuestras sociedades. Es simplemente así y, aunque nos duela profundamente, quienes amamos a las matemáticas, nos hemos formado en ellas y con ellas, las defendemos y en muchos casos las cultivamos, debemos aceptar esta situación real concreta y asumir, entonces, una posición sociocrítica y política en torno a tal situación problemática, con la finalidad de investigar, proponer y practicar algunas estrategias de cambio sustantivas, cuyo objetivo consiste en revertir esta situación preocupante, pero existente e irrefutable.

Los/as educadores/as matemáticos/as críticos/as nos hemos propuesto una tarea titánica, cuya meta no está en convencer a la población de que las matemáticas convencionales y su educación bancaria es importante para la vida de todas las personas, el desarrollo de su pensamiento lógico-matemático, necesario para el progreso científico y tecnológico o para el bienestar de la población. Estas afirmaciones simplistas no son más ni pertinentes ni creíbles, dado que, desde el punto de vista matemático, en su sentido abstracto, pedagógico y didáctico, la educación matemática simplemente ha fracasado, puesto que ellas sólo son

importantes y significativas, desde la perspectiva burguesa, para un reducido número de ciudadanos/as. Este hecho real y palpable lo vivimos permanentemente, pero pocos lo analizamos crítica y políticamente, siendo que de este análisis podríamos obtener algunas respuestas fundamentales para impulsar profundos procesos de transformación tanto de la concepción que tenemos de las matemáticas escolares como del desarrollo del proceso de aprendizaje y enseñanza.

En el presente trabajo, asumimos una postura, en relación con las matemáticas, totalmente diferente a las posiciones convencionales de la mayor parte de las personas que se ocupan de las reflexiones sobre educación matemática, especialmente de aquéllos/as que están interesados/as sólo en indagar y proponer, desde una mirada puramente teórica, supuestas soluciones didácticas para optimizar el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas de acuerdo con una concepción puramente intradisciplinaria, cuya finalidad se centra en mejorar el rendimiento estudiantil, sin preocuparse del desarrollo de potencialidades y cualificaciones múltiples en los/as participantes del proceso educativo. Nuestra práctica, acción y reflexión educativas están sujetas a las necesidades, intereses y realidades tanto de las comunidades internas de los centros educativos autónomos comunitarios, como de las comunidades externas a ellos, influyentes directa e indirectamente en los procesos de comprensión y transformación sociocultural.

Nuestras ideas pedagógicas y didácticas, en el campo concreto de la educación matemática, podrían estar orientadas en dos direcciones; por una parte, consideramos que se requiere de una formación general básica, la cual está estrechamente vinculada con los contextos y realidades concretas, cercanas o lejanas de los espacios donde ocurren los procesos de aprendizaje y enseñanza, y abstractas, pero que obedecen a representaciones y niveles de abstracción de la realidad, en su sentido amplio. Esta formación será producto del tratamiento de los temas generadores de aprendizaje y enseñanza, mismos que forman parte de la concepción dinámica del currículo en particular y de toda la educación en general. Esta meta educativa será lograda, desde el punto de vista didáctico, a través de procesos de aprendizaje y enseñanza basados en la investigación.

En segundo lugar, nos encontramos con la necesidad de alcanzar una formación, también científica, al interior de las disciplinas, sobre la base de la didáctica intradisciplinaria; en nuestro caso particular, se trata de lograr una preparación-formación en el mundo de las matemáticas escolares, lo cual requiere una didáctica especial, la didáctica de las matemáticas.

Ambos componentes están directamente relacionados, puesto que la integración y unión de conocimientos nos lleva directamente a la necesidad de profundizar en el conocimiento matemático, y éste también nos puede orientar al tratamiento de situaciones matemáticas interesantes mediante, por ejemplo, los procesos de

modelación de realidad-matemática y las aplicaciones. Por último, es necesario resaltar que, en ambos casos, la indagación como herramienta de la investigación y el método de proyectos constituyen las herramientas básicas fundamentales, desde la perspectiva metodológica, para el tratamiento de situaciones de aprendizaje y enseñanza en ambas direcciones. Por supuesto que la fundamentación y concreción de estas dos orientaciones serán tratadas en otra oportunidad.

2. Propósitos y tareas básicas

Las instituciones escolares, en términos generales y en cualquier sociedad, tienen como tarea fundamental brindar una formación integral básica a toda la población, sin ningún tipo de exclusión o discriminación. Esta educación incluye, por supuesto, una sólida formación matemática en el sentido pragmático y sociocrítico (Xie y Carspecken, 2008). Una de sus tareas consiste en preparar a los/as jóvenes y adultos/as en el mundo del trabajo y para el trabajo, como una de las funciones sustantivas de la escuela. En este trabajo preferimos hablar de una educación matemática inclusiva, que permita, entre otras cosas, la configuración del proyecto de vida individual, familiar y social por parte de cada sujeto, especialmente de quienes han estado marginados del mundo educativo (Freire, 2002).

No se trata simple y llanamente de la transmisión de conocimientos aislados y desprendidos del mundo real de los/as participantes en la praxis educativa, sino de una formación general y, en particular, matemática, que responda verdaderamente a los intereses, potencialidades y necesidades de los sujetos en el sentido individual y de toda la sociedad, en el sentido colectivo (Mora, 2005).

La comprensión matemática (Perkins, 1995, 1997 y 2003) a la cual nos referimos en este documento podría escapar, evidentemente, de las convenciones normalmente aceptadas o asumidas por los respectivos sistemas educativos en la mayor parte del mundo. Aquí nos inclinamos por una *educación matemática formal, informal y no formal*, presente tanto en los conocimientos sistemáticos acumulados por el desarrollo científico de diversas culturas a lo largo de la historia de la humanidad, como en los saberes populares, ancestrales y sociales recreados frecuentemente a través de la gran variedad de interacciones productivas y comunitarias existentes, por supuesto, en cada grupo cultural en cualquier rincón de nuestro planeta¹, todo lo cual ocurre en un mundo de relaciones e interacciones personales y sociales, lo que también determina las acciones vinculadas con el mundo socionatural. Leontiev, por ejemplo, señala al respecto lo siguiente:

El hombre, en general, se halla solo ante el mundo que lo circunda. Sus relaciones con él se hallan siempre mediatizadas por sus relaciones con

¹ En cuanto a la educación formal, informal y no formal, recomendamos ver los trabajos de Belle Thomas (1987) y David Mora (2007).

otras personas. Su actividad siempre forma parte de estas relaciones, incluso en aquellos casos en que exteriormente se queda solo. La relación social en su forma exterior original, en la forma de actividad conjunta o en la forma de comunicación oral, o incluso sólo en el pensamiento, constituye la condición necesaria y específica de la vida del hombre en la sociedad. La relación social constituye también la condición necesaria para la formación en el niño, y en cada hombre por separado, de la actividad adecuada a aquella, que, al parecer, llevan en sí los objetos y los fenómenos que registran los avances del desarrollo de la cultura material y espiritual de la humanidad. De este modo, la relación social constituye la segunda condición obligatoria de la asimilación, su “mecanismo” por decirlo así. (1973: 27-28)

Consideramos que la educación matemática, además de formar parte de la estructura educativa convencional de nuestros sistemas educativos, tiene que convertirse definitivamente en un verdadero pilar educativo en la formación general básica de toda la población, desde muy temprana edad hasta el final de la vida de cada sujeto, es decir, *educación para toda la vida*. Para que ello ocurra, será necesario cambiar, por una parte, la concepción que se tiene aún de las matemáticas, su educación y relación con el mundo y, por otra, iniciar un proceso profundo de reflexión y transformación de las prácticas educativas existentes en cuanto a la educación productiva, comunitaria y liberadora (Mora, 2009 y 2010; Freire, 1973 y 1985; Leontiev, 1978 y 1979).

Durante muchos años, especialmente en el transcurso de la segunda mitad del siglo XX, se escribió, investigó y profundizó ampliamente en lo que debería ser la educación matemática a finales de ese siglo y principios del presente (Winter; Heymann, 1996, Bauer, 1990; Bauersfeld, 1983; Bishop, 1988a y 1988b; Ernest, 1998; Fischer, 1982, 1988 y 1998; Fischer y Malle, 1985; Freudenthal, 1973; Hersh, 1997; Mora, 1998, 2009 y 2010; Schroeder, 2000; Steiner, 1989; Wille, 1995). Hoy, después de transcurrida una décima parte del siglo XXI, continuamos prácticamente en las mismas condiciones de hace treinta o cuarenta años. A pesar de esta lamentable situación y la permanente crisis de la educación matemática en nuestros países latinoamericanos y caribeños, pero también en muchas otras partes del mundo, pensamos que es necesario seguir insistiendo en el tema de la formación general básica en matemáticas como parte de la educación integral de toda nuestra población (Mora, 2005 y 2009).

De allí que, siguiendo en cierta forma los planteamientos de Bishop (1988), Heymann (1996) y Mora (1998 y 2009), resumimos a continuación diez principios básicos que deberían caracterizar la educación matemática en correspondencia con la formación integral crítica, política, comunitaria, liberadora y productiva. Es decir, que las matemáticas en general y la educación matemática, en particular, deberían contribuir a la formación en cuanto:

- 1) Comprensión y dominio de las problemáticas cotidianas.
- 2) Mantenimiento de los saberes y conocimientos matemáticos como parte de la herencia cultural de los pueblos.
- 3) Orientación en la complejidad de los procesos de interacción internacional, especialmente en relación con las situaciones de injusticia, desigualdad, pobreza y discriminación.
- 4) Preparación sociocrítica, política y transformadora de toda la población, especialmente de los menos favorecidos.
- 5) Desarrollo de actitudes y aptitudes relacionadas con la responsabilidad individual y colectiva.
- 6) Fomento de las prácticas participativas, cooperativas, colaborativas y comunicativas en procesos de interacción incluyentes y democráticos.
- 7) Fortalecimiento de la independencia y autodeterminación del sujeto con respecto al aprendizaje.
- 8) Capacitación permanente de los/as participantes en el mundo de la educación productiva y comunitaria.
- 9) Desarrollo de cualificaciones interdisciplinarias e investigativas de todos/as los/as integrantes del proceso educativo.
- 10) Cambios revolucionarios de los diversos ámbitos del sistema educativo, incorporando activamente a toda la comunidad educativa.

Estos principios fundamentales de la educación matemática, según nuestro punto de vista, están estrechamente relacionados entre sí, tanto de manera horizontal como verticalmente; de la misma manera, ellos coexisten en cada una de las situaciones problemáticas de aprendizaje y enseñanza de las matemáticas, en cualquier ámbito del sistema educativo. Proporcionan, además, un marco amplio de orientación pedagógica y didáctica, adecuado para impulsar la práctica educativa concreta al interior y exterior de las matemáticas (intra-matemáticas y extra-matemáticas), siempre desde una perspectiva sociocrítica, interdisciplinaria, investigativa y transformadora (Mora, 1998, 2005, 2009 y 2010).

La idea básica consiste, más allá de la discusión de propuestas para el mejoramiento de la educación matemática y el rendimiento en términos capitalistas-comparativos, en lograr una verdadera transformación de la praxis educativa y del acercamiento positivo hacia las matemáticas como parte esencial de la vida cotidiana y científica de todas las personas en el mundo de la escuela, en su sentido amplio, o fuera de ella, en

cada una de las interacciones socioproductivas y comunitarias (Hernández y Ventura, 2002; Hidalgo, 2009; Wass, 1992 y Sacristán, 1995). Debemos trascender la idea de que las matemáticas sólo son importantes para los especialistas y profesionales que las aplican o usan en sus respectivas actividades; ellas deben formar parte del quehacer permanente del sujeto y de la colectividad, en sentido general (Mora, 1998, 2005 y 2009).

Para la educación matemática, en términos específicos y generales, en los diversos espacios en los que están estructurados nuestros sistemas educativos en el mundo de la educación formal, informal y no formal, estos diez principios conceptuales básicos de educación general permiten, obviamente, el establecimiento de conceptos curriculares y estrategias metódicas de aprendizaje y enseñanza, siempre dentro de la orientación comunitaria, productiva, crítica, sociopolítica y transformadora (Freire, 1973; McLaren, 1997, 1998 y 2001; Apple, 1982, 1979 y 1996; Giroux, 1992, 1993, 2001 y 2003; etc.). Aunque cada uno de estos diez principios es muy amplio y su explicación analítica requiere, especialmente, un tratamiento extenso, intentaremos mostrar a continuación una caracterización sucinta de cada uno de ellos, para lo cual recurriremos a la bibliografía básica que los sustenta, particularmente desde una perspectiva sociocrítica y revolucionaria de la educación.

2.1. Comprensión y dominio de las problemáticas cotidianas

La educación matemática y sus objetivos no deben reducirse simplemente a la adquisición de las denominadas “competencias de cálculo” burguesas, bajo la premisa de que estas competencias son las requeridas por una población alfabetizada, matemáticamente hablando. Es decir, unas matemáticas necesarias para la vida cotidiana privada y pública, pero centradas esencialmente en la reproducción de las estructuras sociales establecidas en nuestras sociedades capitalistas, orientadas en una concepción de desarrollo y consumo en contra de los intereses y necesidades de las mayorías, pero también basada en altos niveles de consumo de energía, recursos naturales de toda naturaleza, todo lo cual representa un alto peso para nuestra madre tierra.

Por supuesto que es sumamente importante una alfabetización matemática en esos términos (Skovsmose, 1994 y Serrano, 2005 y 2009); sin embargo, ella tiene que trascender el mundo de los requerimientos del sistema capitalista, el cual simplemente necesita trabajadores/as formados/as en el campo de la producción y reproducción de las estructuras de desigualdad y dependencia, y cuyo objetivo básico consiste en imponer la ideología dominante, tal como lo señala Peter McLaren (2005: 281).

El concepto *ideología dominante* se refiere a los patrones de creencias y valores compartidos por la mayoría de los individuos. Casi todos los estadounidenses -tanto los ricos como los pobres- comparten la creencia de que el capitalismo es mejor

sistema que el socialismo democrático, por ejemplo, o que los hombres, en general, son más capaces de desempeñarse en posiciones de mando que las mujeres, o que las mujeres deberían ser más pasivas y hogareñas.

Aquí debemos reconocer que el sistema económico actual requiere de la ideología del capitalismo consumidor para naturalizarlo y presentarlo como “de sentido común”. La ideología del patriarcado también es necesaria para mantener a salvo y segura la naturaleza de la economía en la hegemonía prevaleciente. Hemos sido “alimentados” con estas ideologías dominantes durante décadas, mediante los medios masivos de comunicación, las escuelas y la socialización de la familia. Las *ideologías opositivas* existen, no obstante, e intentan desafiar a las ideologías dominantes y resquebrajar los estereotipos existentes. En algunas ocasiones, la cultura dominante es capaz de manipular ideologías alternativas y opositivas de forma que la hegemonía pueda ser más efectivamente asegurada.

Al contrario, se trata de trabajar las matemáticas desde una concepción más sociocrítica e ideológicamente alterna a la ideología dominante; este trabajo debe hacerse tanto al interior de las matemáticas mismas, lo cual va más allá del simple cálculo aritmético, como en el mundo extra-matemático, cuyo objetivo básico consiste en considerar situaciones problemáticas realistas interdisciplinarias con un enfoque investigativo, tal como lo veremos más adelante.

Entre la multiplicidad de aspectos que deben ser considerados desde este punto de vista, podríamos mencionar, por ejemplo, los siguientes:

- a) Aproximaciones, estimaciones, registros intuitivos de situaciones de interés individual y colectivo, manejo apropiado de magnitudes múltiples, percepciones matemáticas implícitas y explícitas en el mundo del trabajo cotidiano de cada persona en sus diversos espacios de acción diaria e interacción sociocognitiva.
- b) elaboración, discusión y aplicación de modelos matemáticos sencillos, especialmente aquellos implícitos en el mundo de las prácticas laborales de cada sujeto, no necesariamente estandarizados en el mundo de las prácticas matemáticas formales de todas las personas.
- c) Elaborar, leer, interpretar, analizar críticamente y construir, cuando sea posible, diversas gráficas y dibujos técnicos que requieren un conjunto de ideas, saberes y conocimientos matemáticos no convencionales, diferentes a aquellos establecidos en el mundo de las denominadas “matemáticas formales”.
- d) Uso y aplicación de las matemáticas como parte esencial de los diversos medios de comunicación disponibles por todas las personas para establecer interacciones comunicativas con los demás, siempre desde una visión crítico-reflexiva del mundo y sus contradicciones.

- e) Desarrollo apropiado con datos estadísticos, en lo posible elaborados por los/as propios/as participantes, interpretación crítica de afirmaciones probabilísticas y estadísticas en correspondencia con situaciones reales problemáticas social y cognitivamente significativas.
- f) Manejo crítico y profesional de medios de ayuda tales como calculadoras populares y científicas, computadoras y sus respectivos programas matemáticos y/o interdisciplinarios, donde las matemáticas juegan un papel fundamental (Fischer y Malle, 1985; Freudenthal, 1973; Howson y Bryan, 1986; Niss, 1987; Mora, 2005 y 2009; entre otros/as).

Todos estos aspectos deben quedar claramente reflejados y establecidos en los diversos ámbitos de la formación general básica de todas las personas, donde se tiene que ver las matemáticas de manera reflexiva y estrechamente unidas a las actividades diarias de cada sujeto, independientemente de sus acciones y profesiones en el mundo de la producción comunitaria de carácter sociopolítico e histórico. La teoría de la actividad, por ejemplo, nos suministra la posibilidad conceptual necesaria para el desarrollo de la educación matemática desde esta perspectiva, puesto que la misma explica claramente cómo se aprende y se enseña en correspondencia con las prácticas concretas y los contextos específicos. Así, por ejemplo, Lave nos proporciona la siguiente idea básica sobre el particular:

En la perspectiva de la teoría de la actividad, el análisis del «contexto» empieza con las contradicciones que surgen históricamente y caracterizan a todas las instituciones y relaciones sociales concretas. A diferencia de otras tradiciones, también inspiradas en los principios marxistas, la teoría de la actividad enfatiza el carácter no determinado de los efectos de las estructuras sociales objetivas. Las diferencias en la posición social de los actores son inherentes a las estructuras político-económicas y se elaboran dentro de prácticas socioculturales específicas. Las diferencias de poder, intereses y posibilidades de acción son omnipresentes. Toda acción particular se constituye socialmente y recibe su significado de su ubicación en sistemas de actividad generados social e históricamente. El significado no se crea por las intenciones individuales, sino que se constituye mutuamente en las relaciones entre sistemas de actividad y personas que actúan, y tiene un carácter relacional. El contexto puede ser considerado como las relaciones concretas históricamente constituidas entre situaciones y dentro de ellas. Como afirma Engeström (en este volumen): «Los contextos son sistemas de actividad. Un sistema de actividad integra al sujeto, el objeto y los instrumentos (herramientas materiales y también signos y símbolos) en un todo unificado (...) [que incluye relaciones de producción y comunicación, distribución, intercambio y consumo]». Dreier (en este volumen) sostiene que: «La situación se basa en determinadas conexiones con la estructura social general de posibilidades, significados y acciones que produce y reproduce la formación social concreta (...) Por lo tanto, las conexiones inmediatas “internas” de la situación están también socialmente mediatizadas de una manera concreta y particular». (2001: 30)

2.2. Mantenimiento de los saberes y conocimientos matemáticos como parte de la herencia cultural de los pueblos

La matemática tiene que superar, en el campo de la formación general básica, su papel puramente histórico en el sentido de su derecho adquirido como disciplina científica de alto uso y aplicación en los diversos campos del saber y del actuar de todas las personas en cualquier momento, espacio y acción del cosmos donde se desenvuelve la humanidad. Aquí consideramos que las matemáticas no pueden reducirse simple y llanamente a una acumulación o colección de técnicas y procedimientos especializados, particularmente algorítmicos, sino que deben verse como parte esencial de una forma de pensamiento y acción, así como una capacidad de resolución de problemas de connotación local y universal.

Aquí aparece como altamente relevante la discusión histórica de muchas décadas del pensamiento y la problemática de la educación matemática desde la mirada de las ideas fundamentales, las cuales proporcionan un vínculo altamente sustantivo entre las matemáticas “puras” y aquéllas propias de la cultura extra-matemática (realidad concreta) donde todos/as nos desenvolvemos. Este es el camino ejemplar que deberíamos seguir en el mundo de las matemáticas escolares y, por supuesto, de las matemáticas necesarias en el campo de la alfabetización matemática general de toda la población en cada rincón del planeta (Bruner, 1987, 1988 y 1997; Lave, 2001; Bishop, 1999 y 2000; Skovsmose, 1994; Serrano, 2005 y 2009; Heymann, 1996; Mora, 1998 y 2009; etc.).

En tal sentido, podemos insistir brevemente en este aspecto fundamental: la educación matemática debe orientarse en el mundo de las ampliamente conocidas ideas fundamentales, universales o centrales, sobre las que muchos/as autores/as han escrito a lo largo del siglo XX y, muy especialmente, durante el inicio del presente siglo (Bruner, 1987, 1988 y 1997; Lave, 2001; Bishop, 1999 y 2000; Heymann, 1996; Mora, 1998 y 2009; Schweiger, 1992; Tietze, Klika y Wolpers, 1982 y 1997; etc.). Entre esas ideas fundamentales de la educación matemática, podemos mencionar las siguientes: 1) *idea de número*, 2) *idea de la medida*, 3) *idea de la dependencia funcional*, 4) *idea de la probabilidad*, 5) *idea de la estructuración espacial*, 6) *idea del algoritmo*, 7) *idea de la modelación matemática*, 8) *idea de la comunicación intra y extra-matemática*, 9) *idea de la resolución de problemas intra y extra-matemáticos*, y 10) *idea de la matemática productiva y comunitaria*.

Estas diez ideas básicas de la educación matemática pudieran ser consideradas como la relación más estrecha y directa entre las matemáticas y la complejidad cultural de cada pueblo a lo largo y ancho del mundo. El verdadero significado e importancia de las matemáticas debe ilustrarse mediante el tratamiento de situaciones problemáticas completamente diferentes al mundo de las matemáticas “convencionales”, normalmente practicadas en la cotidianidad de los momentos

sociomatemáticos al interior de los procesos educativos formales, correspondientes a los requerimientos de la sociedad capitalista.

Es muy importante resaltar que la intención de las ideas fundamentales no debe contener nuevamente las intencionalidades de la sociedad burguesa con respecto al logro de competencias individuales matemáticas, con la finalidad de garantizar un adecuado desenvolvimiento de los/as trabajadores/as en el mundo de las relaciones de producción capitalistas, las cuales obviamente requieren de las matemáticas. Por supuesto que no se trata de un ataque o rechazo al trabajo en sí mismo; el mismo Vigotsky (1926/2005: 293) era un defensor de la relación entre trabajo y estudio como medio apropiado para un mejor aprendizaje, con mayor sentido y significado social y cognitivo; este autor nos señala, entre otras afirmaciones importantes sobre el particular, lo siguiente:

En el trabajo industrial, el niño tropieza desde el comienzo con las formas superiores de elaboración de los materiales naturales y aprende a seguir el largo camino por el que pasa el material en bruto, desde el momento que entra en la fábrica hasta que sale de ésta como producto elaborado y terminado. En el transcurso de este largo camino, el material tiene que poner de manifiesto casi todas sus propiedades esenciales y principales, tiene que evidenciar en los hechos que se supedita a todas las leyes de la física y la química, y por lo tanto el proceso de elaboración de cualquier materia prima es algo así como la demostración de estas leyes especialmente organizadas para el alumno. A la vez, las propias características del material que lo distinguen de otros no desempeñan un papel esencial. El material actúa, ante todo, como material en general, como portador de ciertas propiedades comunes que de acuerdo con el tipo de producción, se modifican cuantitativa pero no cualitativamente. Ya sea que operemos con madera o metal, con lana o algodón, con piedra o hueso, en todos estos casos nos vemos ante cierta magnitud, densidad, elasticidad, deformación del material y otras propiedades del mismo. Por lo tanto, el carácter de la producción moderna permite discriminar de todos los más diversos materiales sus partes comunes y generalizar palpablemente ante los ojos del alumno los atributos comunes de la materia. En la producción moderna -y éste es su rasgo esencial- el material no aparece como tal con todas sus características individuales y específicas, sino como cuerpo físico o conglomerado químico y, en este sentido, ante los alumnos, no sólo en las páginas del manual, sino también en las páginas de la vida, se revelan los rasgos comunes que son inherentes por igual, pero en diferente cantidad, tanto a las más finas hebras de algodón como al más duro acero. Por consiguiente, las leyes generales de la física y la química de la sustancia universal pasan ante los alumnos en el proceso del trabajo industrial con una fuerza totalmente directa e impactante.

No menos importante es el hecho de que, en el proceso de esa producción, pasan ante los alumnos también las principales leyes de elaboración de ese material, que están estructuradas teniendo en cuenta la mecánica científica y que le descubren no

una ciencia natural estática, sino una ciencia práctica dinámica. El conocimiento de las tres partes de la fábrica moderna presupone necesariamente que el alumno posea el más preciso conocimiento de mecánica y la habilidad de dirigir esas máquinas está basada, en última instancia, en estos conocimientos.

2.3. Complejidad internacional y superación de las desigualdades

Podríamos decir que la transformación de la educación matemática debe tomar en cuenta, primeramente, una orientación educativa centrada en el trabajo creador de la población, pero también en garantizar posibilidades reales y concretas de un empleo digno y liberador, contrario al trabajo inhumano y explotador propio de las sociedades liberales y neoliberales. Por otra parte, esta educación matemática debe tomar en cuenta las realidades y problemáticas del cambio climático como parte de la vida actual de todas las personas, pero también de los peligros potenciales que encierra actualmente el mundo de las contradicciones sociopolíticas de la sociedad capitalista, impuesta prácticamente en todo nuestro planeta.

Estos dos aspectos constituyen los elementos sustantivos e irrenunciables de una educación matemática contemporánea. Al tratar en las clases de matemáticas intra y extraescolares estas temáticas, estaríamos tomando en cuenta, por otro lado, buena parte de lo que realmente necesitan nuestras sociedades en su sentido complejo y sistémico. No se trata sólo de un planteamiento puramente racional, sino también de un componente espiritual, puesto que las matemáticas, su aprendizaje y enseñanza están asociadas al mundo de la vida compleja de todos/as nosotros/as, también de nuestro mundo interior, catalogado por algunos como la vida intrínseca, a veces incomprensible, de nuestra personalidad individual, pero también de la conciencia colectiva de cada sujeto, independientemente de sus propias caracterizaciones.

El aprendizaje, en particular de las matemáticas, se constituye en un proceso que ayuda inexorablemente a comprender las realidades, pero también a transórmalas, así como a transformar al sujeto, puesto que éste forma parte de las realidades sociales y naturales, encontrándose permanentemente en un proceso dinámico de cambio y transformación tanto del sujeto como de la colectividad comunitaria. Wenger, por ejemplo, nos ilustra claramente este punto de visita en la siguiente cita:

Como el aprendizaje transforma quiénes somos y lo que podemos hacer, es una experiencia de identidad. No es sólo una acumulación de detalles e información, sino también un proceso de llegar a ser, de convertirse en una persona determinada o, a la inversa, de evitar convertirse en determinada persona. Incluso el aprendizaje que realizamos totalmente por nuestra cuenta acaba contribuyendo a convertirnos en una clase específica de persona. Acumulamos capacidades e información, pero no en abstracto, como un fin en sí mismo, sino al servicio de una identidad. En esa formación de una

identidad el aprendizaje se puede convertir en una fuente de significado y de energía personal y social. Visto como una experiencia de identidad, el aprendizaje supone tanto un proceso como un lugar. Supone un proceso de transformación de conocimiento, además de un contexto en el que definir una identidad de participación. En consecuencia, apoyar el aprendizaje no sólo supone apoyar el proceso de adquirir conocimiento, sino también ofrecer un lugar donde se puedan plasmar nuevas maneras de conocer la forma de esa identidad. En consecuencia, si alguien no aprende como se espera, puede ser necesario considerar, además de los posibles problemas que pueda tener el proceso, la falta de un lugar como el mencionado y la competición de otros lugares. Para redirigir el aprendizaje, con frecuencia puede ser necesario ofrecer a los aprendices formas alternativas de participación que sean una fuente de identidad en la misma medida que las fuentes que encuentran en otros lugares. La práctica transformadora de una comunidad de aprendizaje ofrece un contexto ideal para desarrollar nuevas comprensiones porque la comunidad sustenta el cambio como parte de una identidad de participación. (2001: 260)

En el caso de las matemáticas, concretamente, se hace indispensable encontrar medios de aprendizaje cooperativo, colaborativo y participativo con el que se puedan alcanzar estas transformaciones. La idea de la modelación matemática, por ejemplo, puede ayudar considerablemente en el fortalecimiento de la concepción de las matemáticas como herramienta central para comprender buena parte de los acontecimientos locales, regionales, nacionales, internacionales y mundiales, pero también para transformarlos. Podríamos decir que lo decisivo no está en la aplicación, por muy crítica que ésta pueda ser, de modelos matemáticos previamente contruidos, muy probablemente en contextos ajenos a nuestras propias realidades socioculturales, sino la conformación de modelos altamente contextualizados y profundamente específicos. De esta manera se podrá reflexionar sobre el proceso de elaboración del modelo, el modelo propiamente dicho y sus consecuencias reales, prácticas y transformadoras durante y después de sus respectivas aplicaciones.

Al asumir la educación matemática desde este punto de vista, podríamos estar garantizando, por un lado, el aprendizaje de las matemáticas en su ámbito interior y, en segundo lugar, sobre las realidades extra-matemáticas, pero también altamente significativas para quienes actúan y participan en ellas, siempre con la perspectiva de poder alcanzar altos grados de comprensión del dinamismo de la realidad práctica (Pollak, 1979; Oberliesen, 1998; Oberliesen y Reuel, 2003; Maaß, 1988; Lange, 1987 y 1996; Mora, 1998, 2005 y 2009; etc.).

La educación matemática permite ver una gran cantidad de situaciones y fenómenos cotidianos con otros ojos, es decir, mediante la complejidad de las estructuras fundamentales que determinan, en última instancia, las relaciones entre los componentes al interior de las matemáticas y de las realidades concretas, como también al interior de las acciones y pensamientos de las personas. Si

logramos popularizar una visión diferente de las matemáticas, pero también de las realidades, entonces habríamos ganado considerablemente una nueva visión de la transformación de esas realidades; estaríamos en presencia de un mundo, visto desde las matemáticas, altamente diferenciado y complejo, con necesidades de tratamiento y soluciones diferentes a las creencias y concepciones comúnmente aceptadas por las comunidades de educadores/as matemáticos/as y de la población en general.

Por supuesto que no todo lo que es importante en la vida puede y debe ser modelado o matematizado, pero sí puede verse a través de lentes críticos, lógicos y reflexivos, todo lo cual podría ser producto del tratamiento matemático de situaciones reales complejas, ejemplares, reales y, muy particularmente, significativas en lo cognitivo, cognoscitivo y social. Esto quiere decir que cada ejemplo problemático tratado dentro o fuera de la escuela sirve como experiencia y conocimiento básico para la comprensión-transformación de otras situaciones problemáticas similares o de mayor complejidad. Esta concepción de la educación matemática cambia totalmente nuestras estructuras mentales, altamente socializadas y acomodadas a un mundo trivializado por las repeticiones y producciones cotidianas de los conocimientos.

En consecuencia, la educación matemática debe permitir la acumulación de experiencias múltiples, es así como podemos elaborar verdaderos procesos de modelación intra y extra-matemáticos, conseguir una mejor comprensión de los fenómenos dentro y fuera de las matemáticas, del significado de estas modelaciones, en especial en correspondencia con el mundo de las actividades cotidianas de los sujetos y, muy particularmente, del dominio primario de hechos y fenómenos aparentemente ajenos a las matemáticas, pero que al tratarlos con herramientas y explicaciones matemáticas podamos ver su incesante y compleja interacción con ellas. Con la finalidad de precisar estas apreciaciones, citaremos a continuación a Perrone (2003: 55-56), quien a su vez hace referencia al *National Council of Teachers of Mathematics*:

El Consejo Nacional de Docentes de Matemática (*National Council of Teachers of Mathematics*, NCTM) ha convertido la comprensión de los usos de la matemática en su centro de atención. Desafía de tal manera la separación tradicional de la matemática en las materias independientes álgebra, geometría, trigonometría, análisis, estadística y probabilidad, proclamando que los alumnos de todos los niveles deberían entender la matemática como un campo de investigación plenamente integrado, que apunta a ayudarlos a resolver problemas, comunicarse, razonar y hacer conexiones. Tales metas significan que “los alumnos deberían estar expuestos a numerosas y diversas experiencias interrelacionadas que los alienten a valorar la empresa matemática, a desarrollar hábitos mentales matemáticos y comprender y valorar el papel de la matemática en los asuntos humanos; que debería motivárselos a explorar, calcular y hasta cometer y corregir errores para que tengan confianza en su capacidad para resolver problemas complejos; que deberían leer, escribir y

discutir matemática y que deberían conjeturar, probar y construir argumentos sobre la validez de una conjetura”. Aunque recomiendan que se enseñen contenidos particulares en cada conjunto de niveles, las normas del NCTM no estipulan requisitos curriculares detallados. En cambio, ponen el énfasis en integrar tópicos para que los estudiantes comprendan las ideas matemáticas relacionadas entre sí y en relación con el mundo de todos los días. Las “normas piden que se cambie el énfasis de un currículo dominado por la memorización de hechos y procedimientos aislados y por la solvencia en las habilidades con papel y lápiz, a uno que enfatice la comprensión conceptual, las representaciones y conexiones múltiples, la modelación matemática y la resolución matemática de problemas”. Una orientación más integradora y funcional hacia la matemática también está respaldada en *On the Shoulders of Giants* [En los Hombros de Gigantes], el informe de la Junta de Ciencias Matemáticas del Consejo Nacional de Investigación, Academia Nacional de Ciencias: “Lo que los seres humanos hacen con el lenguaje de la matemática es describir modelos. La matemática es una ciencia exploratoria que busca entender todo tipo de modelos: modelos que aparecen en la naturaleza, modelos inventados por la mente humana e inclusive modelos creados por otros modelos. Para crecer desde el punto de vista matemático, los niños deben ser expuestos a una rica variedad de modelos adecuados a sus propias vidas, por medio de los cuales puedan ver variedad, regularidad e interconexiones”.

2.4. Preparación sociocrítica, política y transformadora de toda la población, especialmente de los menos favorecidos

Todos/as sabemos que las matemáticas forman parte del gran bagaje cultural de la humanidad, producto de largos años de trabajo individual y compartido en diversas partes del mundo; cada cultura ha aportado enormemente a la construcción del gran mundo que representan hoy los saberes y conocimientos matemáticos (Freudenthal, 1973; Burkhardt, 1981; Bishop, 1999 y 2000; Skovsmose, 1994 y 2005; Serrano, 2005 y 2009; Greeno, 1998; Gellert, 1998; Mora, 1998, 2005 y 2009; etc.), mismos que van desde las matemáticas elementales propias del quehacer cotidiano, cultivadas por buena parte de la población, hasta las matemáticas de mayor complejidad, propias de quienes dedican buena parte de sus vidas a su comprensión y desarrollo, los/as matemáticos/as profesionales. Entre ambos extremos existe obviamente un espectro muy grande de niveles de complejidad matemática y, por lo tanto, de posibilidades de abstracción y aplicación. Lamentablemente, por razones de espacio no podemos extendernos en el análisis de estos niveles de dinamismo horizontal y vertical de las matemáticas.

Quienes hemos estado vinculados con las matemáticas desde hace muchos años, pretendemos con o sin razón conformar una disciplina científica que se acerque realmente a la explicación “verdadera” de fenómenos naturales, sociales y propios del mundo de las mismas matemáticas. Esta percepción no es arbitraria, ni tampoco

obedece a una visión positivista de la ciencia, puesto que también aquéllos paradigmas más subjetivos, como el caso del interpretativo-naturalista y el sociocrítico, también usan un tipo de razonamiento lógico inductivo, deductivo o abductivo que tiene que ver mucho con las matemáticas.

Dentro de la comunidad de matemáticos/as denominados/as “puros/as” y educadores/as matemáticos/as existen, por lo menos, dos tendencias: quienes consideran que esta disciplina está libre de toda contradicción, posición predominante y anhelada por la mayor parte de los/as matemáticos/as, y quienes consideran que toda obra construida por el ser humano no está exenta de ellas.

Paradójica y muy lamentablemente, la mayor parte de las personas que han estado relacionadas con las matemáticas considera que son incomprensibles y no entienden absolutamente nada de ellas ni de sus aplicaciones, llegándose a considerar que es posible estudiar, analizar y transformar el mundo sin las matemáticas. Esta trivialidad epistemológica no sólo es mal intencionada, sino que carece de toda veracidad y consistencia conceptual, llegando inclusive a un estado de desinformaron incomprensible. Por el contrario, cada cultura ha necesitado y seguirá requiriendo de las matemáticas, en muchos casos vinculadas con el mundo de la política, la producción y las relaciones de poder. Esto lo demuestra, por ejemplo, Gary Urton en su trabajo de investigación sobre “una antología de los números y la filosofía de la aritmética quechuas”, quien afirma que:

De otro lado, lo que una devaluación de la moneda como la que acabo de mencionar *habría* hecho es violar los principios de la aritmética de la rectificación. Esto es, cuando el Estado cambiaba el valor de la moneda que circulaba mediante un acto como la devaluación del circulante, ello violaba *el pacto* entre el portador de las monedas y el Estado, y minaba por extensión los sistemas económicos y filosóficos de los valores sobre los cuales se llevaban a cabo los intercambios a todo nivel de la sociedad en forma cotidiana. El punto aquí, claro está, es que los referentes primarios de la aritmética de la rectificación eran *relaciones* sociales, políticas económicas y de otro tipo mantenidas (idealmente) en un estado de balance, armonía y equilibrio. Para hacer correcciones -mediante la aplicación de los “procedimientos correctivos” (*yapa*) de la suma, resta, multiplicación y división-, la necesidad de las mismas debía ser comprendida y evidente para las dos partes de la relación contractual. Por ejemplo, en su obligación de cumplir servicios laborales para el Estado inca, la disminución de la población de una comunidad habría sido reconocida tanto por ésta como por el Estado, y se habría hecho una corrección (como la reducción en el número de trabajadores requeridos para los proyectos estatales). Del mismo modo, si el Estado necesitaba un *input* laboral adicional estaba obligado a incrementar su *largesse* recíproca. Sin embargo, en la economía política del Estado colonial, el rey podía decidir que necesitaba elevar la producción (incrementando, por lo tanto, más trabajadores), o que necesitaba vender más de su producción en el mercado

colonial (como con el repartimiento)¹, y efectuar las correcciones necesarias en su relación con sus súbditos. Mas, en estos casos, los comuneros de los pueblos y aldeas andinas afectados por esos “procedimientos correctivos” no formaban parte del proceso de toma de decisiones, ni tampoco gozaban de beneficio alguno con su implementación; más bien eran simplemente los receptores de los mandatos del Estado. Aún más importante es que esta abreviación que la administración colonial hacía de lo que hemos encontrado eran ciertos principios filosóficos comunes y esenciales de la matemática de la rectificación -esto es, la estandarización, la equidad, el equilibrio, y la idoneidad- constituía una violación de la relación del Estado con las comunidades locales; estos actos fueron recibidos durante todo el período colonial con el desacato, la resistencia y ocasionalmente con la rebelión abierta. (2003: 215)

Podríamos mencionar múltiples ejemplos de la relación de las matemáticas con la producción, la vida comunitaria, las ciencias, la tecnología, etc., pero también podríamos enumerar una gran cantidad de afirmaciones, muchas de ellas sin sentido alguno, que atacan a las matemáticas, inclusive desde una mirada “profesional” y supuestamente “científica”. Ahora bien, ¿dónde podríamos encontrar entonces una respuesta a esta profunda contradicción?

Por una parte, consideramos que la explicación estaría relacionada con el tratamiento de las matemáticas escolares, desvinculadas de la vida y la realidad de los sujetos que participan en el quehacer educativo, lo cual no trataremos detalladamente en este documento. En segundo lugar, se podría bosquejar también una posible explicación en el mundo extra-matemático, pero obviamente lleno de matemáticas social y cognitivamente significativas, escasamente incorporado al proceso de aprendizaje y enseñanza. Este último aspecto lo tratamos indirecta y tangencialmente en el presente documento, quedando abierta, sin embargo, la búsqueda de una explicación mucho más profunda a este fenómeno. Aquí nos interesa pensar, entonces, en una matemática política, social, crítica y significativa para toda la población, que permita de alguna manera la emancipación del sujeto y la transformación profunda de nuestras realidades.

Para poder alcanzar este objetivo se requiere, además de la tradicional afirmación del desarrollo del pensamiento crítico, unas matemáticas (y su praxis) totalmente diferentes a las convencionales, practicadas durante muchos años en la educación formal e informal. Una de esas posibilidades consiste en prestarle atención a situaciones problemáticas y fenómenos sicionaturales del mundo cotidiano, de nuestras propias realidades, permitiendo con ello la realización de juicios bien argumentados y justificados no a través de fórmulas, ecuaciones o demostración de teoremas abstractos, sino mediante razonamientos matemáticos comprensibles, puesto que ellos también forman parte esencial del pensamiento y las explicaciones que hace, con una alta frecuencia, cada persona en relación con sus mundos.

Este tipo de matemáticas, su aprendizaje y enseñanza es totalmente posible, sólo hace falta iniciar un proceso de búsqueda y construcción de esas matemáticas diferentes, más humanas y reales. Si una de las tareas básicas de la educación matemática consiste en hacer uso apropiado de la razón en cualquier momento de acción e interacción de los sujetos en correspondencia con sus propias problemáticas, entonces son más importantes la precisión y la ejemplificación profunda que el dominio memorístico de unas matemáticas imponentes e impresionantes, pero escasamente comprensibles y significativas (Andelfinger, 1996; Blum, 1993; Böer, 1996; Borba, 1990; Bishop, 1999 y 2000; Mora, 2005 y 2009).

Una condición importante para la comprensión matemática, en el sentido que le hemos dado en este documento, consiste en la creación de puentes entre los pensamientos cotidianos de quienes participan en el quehacer educativo, especialmente los/as estudiantes, y el conjunto de explicaciones matemáticas concretas “formalmente” explicadas por los/as docentes a partir del desarrollo de las actividades producto del tratamiento complejo de los *Temas Generadores de Aprendizaje y Enseñanza Interdisciplinarios e Investigativos* (TGAEII) (Freire, 1973 y Mora, 2010).

En la actualidad tenemos amplios conocimientos con respecto al comportamiento de las personas a la hora de enfrentarse a hechos o fenómenos socionaturales aparentemente difíciles o con altos niveles de complejidad. Uno de los comportamientos más comunes consiste en dejar de lado tales situaciones, aunque consciente o inconscientemente se considere que esta es una actitud totalmente incorrecta. Otra reacción tiene que ver con un comportamiento de rechazo, odio o aversión hacia aquéllos objetos/sujetos que causan de alguna manera dificultades sociocognitivas a los sujetos. Estos dos comportamientos se pueden observar en la relación de las personas, especialmente de quienes asisten a la escuela de manera formal, con las matemáticas.

La tarea de los/as educadores/as matemáticos/as tiene que ver con la superación de estos y otros comportamientos contrarios al cultivo crítico y reflexivo de las matemáticas, en relación con los contextos reales concretos cercanos al sujeto o alejados del mismo. Por ello, se debería suministrar tiempo suficiente y buenas oportunidades de combatir estos comportamientos, con la finalidad analizar profundamente las situaciones problemáticas desde diversas miradas y razonamientos, muchas de ellas con altos contenidos matemáticos, a veces sorprendentes. De esta manera, se podría tener una gran oportunidad para la popularización de las matemáticas, siempre en beneficio de la formación metódica, investigativa, interdisciplinaria, crítica, política y emancipadora.

Es necesario hacer uso de las matemáticas cotidianamente para interpretar, conocer y cambiar la sociedad; de la misma forma, podemos hacer uso de otras

disciplinas, desde la perspectiva intradisciplinaria, o de la unión de muchas disciplinas, desde la perspectiva de la inter y transdisciplinariedad, con la intención de alcanzar el mismo objetivo, es decir, la formación de ciudadanía, siempre desde la perspectiva crítica y política. Como se puede apreciar en esta cuarta característica de las diez que conforman nuestro repertorio, el tema trasciende, además, a la simple relación entre matemática y realidad; el mismo tiene que ver, evidentemente, con la concepción pedagógica y didáctica, lo cual veremos más adelante. Por el momento citaremos a Cerda y otros (2004: 241-242), quienes manifiestan la importancia y necesidad del proceso reflexivo como vía apropiada para la conformación y fortalecimiento de la ciudadanía:

El tema de la reflexividad en nuestra sociedad, que se expresa en la capacidad de tener conciencia de sí y de los demás, se constituye progresivamente en una capacidad fundamental para comprender los contextos sociales en cambio constante. La adecuada comprensión de la sociedad en que se vive, está directamente relacionada con las posibilidades de interactuar con otros y de participar creativamente en la solución de las necesidades personales y colectivas. De igual manera, la estructura productiva de la actual sociedad del conocimiento demanda el desarrollo de capacidades y habilidades reflexivas, como garantía de integración a ésta. Junto a ello se afirma que las exclusiones sociales se definirán en un futuro cercano, en gran medida, por la posesión o carencia de capacidades básicas de pensamiento. Generar un proceso reflexivo en forma espontánea no es fácil, observándose frecuentemente que se llega a una demanda por opinión, lo que los alumnos realizan a partir de su sentido común. Problematizar estos sentidos comunes, que significa avanzar en procesos reflexivos, es difícil realizarlo si no existe, conscientemente en los docentes, el objetivo de la reflexión. Esto implica, a su vez, tener claridad en la secuencia del pensamiento reflexivo y entregar orientaciones específicas a los alumnos que enmarquen el ámbito de debate. La dispersión en las opiniones y la ausencia de diálogos fluidos entre el docente y los alumnos, y entre ellos mismos, van obturando las posibilidades reflexivas, a pesar de la intención de los docentes por implementarlas. En aquellas escuelas donde la planificación del trabajo en el aula se realiza metódicamente y las secuencias planificadas se implementan, se suele observar dinámicas reflexivas más consistentes y productivas. En estos casos, es frecuente también que se incorpore objetivos específicos de reflexión, en el marco de los contenidos curriculares que se está trabajando.

2.5. Desarrollo de actitudes y aptitudes relacionadas con la responsabilidad individual y colectiva

La concepción convencional que se tiene de la calidad de la educación matemática, en cuanto a rendimiento y competencia, no está dentro de nuestras prioridades ni mucho menos forma parte de los propósitos básicos de la educación y la formación en sentido amplio. La calidad de la educación matemática, en caso de considerar

una posición alterna a la tradicional, no dependería entonces del contenido matemático propiamente dicho, sino del método, de las estrategias didácticas con que se debería manejar esos contenidos matemáticos dentro y fuera de las aulas de clase.

En principio, la concepción pedagógica y didáctica puesta en práctica por los/as docentes durante el desarrollo del proceso de aprendizaje y enseñanza forma parte, también, de la responsabilidad que tienen los/as docentes con las prácticas educativas, por un lado, y con los/as estudiantes y la comunidad en general, por otro. Esto significa que, para poder exigir responsabilidad de los/as demás, se requiere en primera instancia dar el ejemplo y éste no sólo debe estar caracterizado por la palabra y el discurso pedagógico del “deber ser”, sino del “ser” propiamente dicho. Aquí el/la docente es la primera persona que está en la obligación moral y social de actuar responsablemente.

De la misma manera, los/as estudiantes deben desarrollar un conjunto de actitudes y aptitudes que les permitan asumir situaciones frecuentes de manera seria y responsable, tanto desde el punto de vista individual como colectivo. Estas capacidades, destrezas y habilidades no podrán ser alcanzadas, tampoco, sin la ejemplificación por parte de los/as estudiantes. Para ello es necesario, por supuesto, el trabajo serio y responsable de cada sujeto, en el sentido individual, pero también de grupos, en el sentido colectivo. La educación matemática tradicional, centrada en los contenidos matemáticos, en su mayoría irrelevantes, y en los/as docentes, quienes ejercen el poder de sus acciones y discursos, no brinda oportunidades a los/as participantes en la praxis educativa para que cultiven actitudes y aptitudes responsables con el estudio, las matemáticas, la comunidad, la sociedad y el trabajo.

A veces nos encontramos con afirmaciones de profesionales, tales como abogados o sociólogos, por ejemplo, que se ufanan de decir que nunca les gustaron las matemáticas, o que con frecuencia obtuvieron bajas calificaciones en matemáticas durante el tránsito de su formación general básica. Estas afirmaciones forman parte, precisamente, de comportamientos y actitudes irresponsables en relación con el estudio, la sociedad y las mismas matemáticas. Por supuesto que estos profesionales “irresponsables” son producto también de una educación altamente “irresponsable”, en la cual existe una gran cantidad de cómplices, unos con mayor o menor grado de irresponsabilidad. Miguel de Guzmán, por ejemplo, hace al respecto la siguiente apreciación:

La sociedad se encuentra, por tradición de siglos, con una cultura fuertemente escorada hacia sus componentes humanísticos. Cultura parece ser sinónimo de literatura, pintura, música, etc. Muchas de nuestras personas ilustradas no tienen empacho alguno en confesar abiertamente su profunda ignorancia

respecto de los elementos más básicos de la matemática y de la ciencia y hasta parecen jactarse de ello sin pesar ninguno. Las páginas de la mayor parte de nuestros periódicos aún no se han percatado de que las ciencias, y en particular las matemáticas, constituyen ya en nuestros días uno de los pilares básicos de la cultura humana. Es más, parece claro que, como afirma Whitehead, «si la civilización continúa avanzando, en los próximos dos mil años, la novedad predominante en el pensamiento humano será el señorío de la intelección matemática». Sería muy deseable que todos los miembros de la comunidad matemática y científica nos esforzáramos muy intensamente por hacer patente ante la sociedad la presencia influyente de la matemática y de la ciencia en la cultura. Una sociedad con el conocimiento cabal de lo que la ciencia representa para su desarrollo se hará colectivamente más sensible ante los problemas que la educación de los más jóvenes en este sentido representa. En la comunidad matemática internacional, se viene prestando recientemente una gran atención a los medios convenientes para lograr abrir los ojos de amplios sectores de la sociedad hacia los beneficios de todos los órdenes que puede reportar una cultura que integre, del modo debido, ciencia y matemática. (2007: 55)

Independientemente de estas reflexiones, debemos insistir en que la educación matemática podría contribuir considerablemente, más de lo que piensa la mayoría de la gente, a la formación integral y responsable de todas las personas que tienen la oportunidad de participar en clases de matemáticas realmente interesantes, problematizadoras, realistas y significativas en el orden social y cognitivo. Esta formación responsable y para la responsabilidad individual y colectiva, sólo es posible mediante el tratamiento de situaciones problemáticas que requieran indagación, investigación, experimentación, discusión, reflexión y elaboración compartida de ideas matemáticas y extra-matemáticas.

Si un grupo de cuatro estudiantes, por ejemplo, tiene la oportunidad de trabajar, investigativa e interdisciplinariamente sobre un tema complejo socionatural, entonces ellos/as estarán formados/as adecuadamente para argumentar, explicar y sustentar responsablemente sus descripciones y afirmaciones. En ningún momento deberían atreverse a mostrar conclusiones poco originales o escasamente respaldadas con saberes y conocimientos matemáticos, muchos de ellos resultantes de sus mismas investigaciones (Capon y Kuhn, 1979; Carraher, 1991; Carraher, Carraher y Schliemann 1982 y 1985; y Civil, 1992).

2.6. Fomento de las prácticas participativas, cooperativas, colaborativas y comunicativas en procesos de interacción incluyentes y democráticos

La educación matemática, tal como la concebimos en este y otros documentos, cumple un doble papel fundamental: por un lado posibilita que los/as participantes, mediante la realización de investigaciones en el marco de los TGAEEI, tengan que

trabajar en equipos pequeños durante el trabajo e interactuar permanentemente con los/as demás miembros de la comunidad intra y extraescolar. Todo trabajo educativo práctico, a través de los temas generadores de aprendizaje y enseñanza (TGAE), requiere necesariamente del desarrollo de acciones compartidas, en grupos de por lo menos dos participantes. En la medida en que se da esta forma de estudio, siempre vinculada con la realización de actividades investigativas, en esa misma medida surge un conjunto de relaciones con docentes, el colectivo de la clase, el personal directivo, las demás clases y el personal administrativo al interior del centro educativo comunitario autónomo (Mora y Oberliesen, 2004).

En cuanto al mundo exterior a la institución escolar, de la misma manera los/as estudiantes, como investigadores/as, establecen un conjunto de interacciones con la comunidad externa involucrada directa o indirectamente en el quehacer investigativo como esencia del desarrollo mismo de los procesos de aprendizaje y enseñanza. En segundo lugar, es ampliamente conocido que el trabajo educativo grupal permite considerablemente el desarrollo y fortalecimiento de un conjunto muy importante de cualidades de carácter colaborativo, cooperativo y participativo. Al respecto, Jonson, Jonson y Jonson (1994/1999: 113) señalan lo siguiente:

En la escuela de producción masiva, los docentes están organizados, fundamentalmente, de manera horizontal (en equipos por años o departamentos). Los estudiantes pasan de una materia a otra y se educan por partes (por ejemplo, de una clase de matemáticas a una de ciencias y luego a otra de estudios sociales o de 1º año a 2º año y luego a 3º). Cada docente es responsable de una pequeña parte de la educación de sus alumnos. Hay barreras que separan a los docentes y los obligan a concentrar toda su atención en una pequeña porción del programa general. En una escuela cooperativa, los equipos no son optativos. Son algo dado. Todo el trabajo importante se hace en ellos. El equipo de docentes asume simultáneamente la educación y la enseñanza. Los docentes constituyen equipos verticales (interdisciplinarios) en los que varios docentes son responsables de los mismos alumnos a lo largo de varios años. Los equipos verticales rompen las barreras que separan a los docentes, los niveles de año y los departamentos académicos y aseguran que todos los docentes puedan ver el proceso general al que aportan sus esfuerzos. Un equipo docente puede estar integrado por dos maestros principales y dos maestros secundarios, que reciben la responsabilidad de educar a unos 120 estudiantes en un período de 6 años. Otro equipo secundario puede estar integrado por un profesor de lengua, uno de matemáticas, uno de ciencias, uno de estudios sociales y uno de lengua extranjera, que deben educar a 120 alumnos durante 3 años (por ejemplo, desde 7º hasta 9º año).

Desde el momento en que los/as participantes en el hecho educativo socializan colectivamente un conjunto de iniciativas, con la finalidad de tomar algunas decisiones importantes en cuanto a los temas generadores que serán trabajados durante un determinado tiempo, hasta la finalización de todas las actividades teórico-prácticas,

se está trabajado principalmente de forma cooperativa y colaborativa, puesto que la gran cantidad de acciones y actividades requeridas durante el proceso investigativo no pueden estar centradas sólo en el trabajo individual de los/as participantes.

Todo esto significa que la participación, cooperación y colaboración son indispensables en los procesos de comprensión de las matemáticas, pero también forman parte del desarrollo del aprendizaje y la enseñanza. Por otra parte, este tipo de práctica educativa no puede existir sin poner en funcionamiento alguna forma comunicativa entre los/as actores principales del quehacer educativo. Esto significa que el trabajo participativo, cooperativo y colaborativo está estrechamente unido a los procesos comunicativos, en su sentido amplio (Damerow, 1986; Howson y Bryan, 1986; Joseph, 1993; Mora, 2005 y 2009).

Cada acción colectiva implica automáticamente un mensaje, intencional o no, hacia los/as demás, quienes a su vez responden mediante otro mensaje, expresado mediante una determinada acción o a través de una respuesta directa y precisa al mensaje recibido. Por ello, podríamos afirmar que todo trabajo participativo, cooperativo y colaborativo está estrechamente unido a un proceso comunicativo, el cual hace posible, evidentemente, que se entablen esas interacciones interpersonales alrededor de un conjunto de acciones concretas. Éstas no serían posibles sin la existencia de diversas formas comunicativas, muchas de ellas diferentes al lenguaje verbal comúnmente usado por los seres humanos en los procesos comunicativos (Mora, 2010).

Es muy importante resaltar que la cualidad comunicativa lograda a través de la educación matemática participativa, cooperativa y colaborativa, no sólo se refiere al desarrollo de habilidades, destrezas y capacidades comunicativas en el sentido convencional de la comunicación, sino especialmente al uso apropiado de las matemáticas escolares básicas para poder manejar apropiadamente informaciones y argumentos sobre el comportamiento de la realidad, sus interacciones y posibilidades concretas de transformación. Esto significa que las matemáticas se han convertido realmente en un medio apropiado e indispensable para fortalecer los procesos comunicativos entre las personas, siempre en correspondencia con hechos reales y situaciones concretas. El uso apropiado de las matemáticas facilita enormemente las interacciones, informaciones y comunicaciones entre quienes participan activamente en una determinada comunidad (Serrano, 2003, 2005a, 2005b, 2006 y 2009).

2.7. Fortalecimiento de la independencia y autodeterminación del sujeto con respecto al aprendizaje

Aunque hay quienes consideran que el desarrollo del proceso de aprendizaje y enseñanza individualizado, en términos generales, proporciona a los/as sujetos participantes en el hecho educativo las herramientas procedimentales, afectivas

y cognitivas necesarias para el desenvolvimiento de las personas de manera independiente y autodeterminada, consideramos que estas cualificaciones pueden ser altamente potenciadas por el mismo sujeto, siempre que se trabaje profundamente en el campo de las matemáticas realistas, con sentido social y cognitivo; igualmente, si este trabajo matemático tiene lugar en espacios abiertos con altos niveles de participación, cooperación y colaboración, tal como lo expusimos ampliamente en el punto anterior, entonces el interés y la motivación serán multiplicados.

El programa de matemáticas realistas que venimos impulsando desde diversos espacios en América Latina y el Caribe, está centrado en el trabajo investigativo de los/as estudiantes sobre temáticas de interés individual y colectivo, siempre vinculadas con diversos contextos locales, regionales, nacionales e internacionales. Estas matemáticas realistas requieren, por un lado, pero también se fortalecen, por otro, de las capacidades de independencia y autodeterminación de los sujetos en relación con la descripción, análisis y transformación del mundo, aunque este proceso de transformación sea a mediano o largo plazo. Pensamos que éste no tendrá lugar mediante el desarrollo de una educación escolástica, dependiente, bancaria y castradora de la creatividad del sujeto.

Para lograr nuestro objetivo liberador y emancipador de todas las personas, o lo que es lo mismo, de la sociedad en su conjunto, se requiere necesaria e indispensablemente de un tratamiento de las matemáticas y de su educación totalmente distinto a aquél al que hemos estado acostumbrados/as durante muchas décadas. Nuestra concepción teórica, pero también nuestras prácticas educativas, están orientadas hacia el tratamiento de problemáticas reales, muy específicas y nuestras, para lo cual obviamente se exige de todos/as los/as participantes altos niveles de compromiso y trabajo liberador, y esto contradice ampliamente la idea básica de una educación reproductiva y colonizadora (Bigott, 2010).

Además, es sumamente importante pensar en los/as excluidos/as, marginados/as, oprimidos/as y olvidados/as de este mundo, con quienes tenemos una inmensa deuda no sólo social, económica y política, sino también ética: se trata simple y llanamente de hacer una justicia real con los/as abandonados/as de este mundo, cuya situación es producto del desarrollo de un sistema capitalista demoleedor de las personas, de la mayor parte de la humanidad. Para superar estas grandes injusticias, es necesario e indispensable asumir una postura crítica, ideológica y dialéctica, como por ejemplo en el caso de los procedimientos evaluativos basados en la simple selección social de las personas, tal como lo señala Gimeno Lorente en su trabajo crítico sobre el mantenimiento del sistema de opresión mediante la evaluación; es decir:

A la teoría pedagógica se le piden soluciones. Como profesores necesitamos fórmulas y acciones prácticas que nos ayuden a desarrollar nuestro trabajo de cada día. El problema reside en que, en una tarea profesional de claro contenido simbólico como el nuestro, cualquier acción práctica (de enseñanza

o de evaluación) responde a un esquema axiológico acerca de la cultura, la sociedad y el individuo y por tanto no pueden existir “fórmulas mágicas” ni “soluciones” a los problemas cotidianos que se generan en el quehacer del aula. Cada opción ideológica conllevará su propuesta de acción educativa y didáctica. Por ello, desde esta perspectiva teórico-crítica, se propone que cualquier opción o estrategia docente que se nos ocurra sea pasada inmediatamente por el tamiz de la crítica ideológica; es decir, si nos planteamos utilizar un determinado instrumento de evaluación deberemos reflexionar críticamente sobre las consecuencias que tal instrumento tiene en la forma de considerar el conocimiento de la materia y en los alumnos. Pero, para poder cuestionarnos las acciones didácticas necesitaremos recurrir a unos criterios de carácter ideológico (concepciones de la cultura, de la sociedad y del individuo) que nos sirvan como criterios referentes para la crítica. Valorar una acción humana es una acción cognitiva atribuible a cualquier acto que realice el hombre. Valorar es simplemente atribuir valor a algo teniendo como referente un criterio de aquello que es correcto/incorrecto, verdadero/falso, bueno/malo, etc. (2001: 162)

Como se puede observar, nuestra filosofía en el campo de la educación matemática trasciende el mundo de las convenciones pedagógicas, didácticas e ideológicas que sostienen las estructuras de exclusión-explotación que han estado histórica y culturalmente aferradas a la imposición y transmisión de conocimientos previamente elaborados por unas cuantas personas, impidiendo con ello que la ciencia, la tecnología y los conocimientos, en particular aquéllos inherentes a las matemáticas, formen parte del pensar y hacer de grandes colectividades a lo largo y ancho del planeta.

En la medida en que las personas trabajen individual y colectivamente sobre temáticas reales, significativas, necesarias e interesantes para el sujeto, pero también para el colectivo, en esa misma medida podríamos hablar de independencia y autodeterminación cognitiva, cognoscitiva y práctica, tanto en el ámbito individual como colectivo.

En este sentido, pensamos realmente que cada persona, además de ser responsable por sus actos y acciones de toda naturaleza, tal como lo hemos explicado anteriormente, también debe alcanzar niveles importantes de comprensión de manera independiente y autodeterminada, cuyas consecuencias no sólo serán positivas en el ámbito de los aprendizajes, sino básicamente en el campo de los cambios necesarios e indispensables que requieren nuestros pueblos (Apple, 1982, 1979 y 1996; Carr y Kemmis, 1988; Jackson, 1996 y 2002; Carr, 1990; Kemmis, 1992 y 1996; Frankenstein, 1997; Grundy, 1998; Bernstein, 1990, 1997 y 1998; Torres, 1994 y 2001; Giroux, 1990 y 2003; y Magendzo, 1996 y 2003), todo ello para poder establecer una filosofía sobre educación, pedagogía, didáctica y currículum totalmente diferente a los paradigmas tradicionales, los cuales hemos

analizado y criticado en otros trabajos relacionados con estas temáticas (Mora, 2005 y 2010).

2.8. Capacitación permanente de los/as participantes en el mundo de la educación productiva y comunitaria

Generalmente estamos acostumbrados/as al desarrollo de una educación matemática, prácticamente en todos los ámbitos del sistema educativo, desde una visión puramente intelectual, o sea, desde una perspectiva centrada en aspectos cognitivos y cognoscitivos, dejando de lado las diversas formas de práctica que podrían estar relacionadas con los procesos de aprendizaje y enseñanza. Es muy probable que esta tradición tenga sus orígenes, por un lado, en la influencia griega en cuanto a la idea de la producción de conocimientos y, por otro, a raíz de los aportes al método científico impulsado por René Descartes, especialmente a través de su famoso libro *El Método*.

Estas influencias tuvieron su auge objetivista, teórico, racional y cuantitativo con el advenimiento de la corriente positivista (Adorno, 1973; Viaña, 2009). Toda esta influencia racionalista en las matemáticas quedó plenamente reflejada en su enseñanza, reproduciéndose, además de una concepción positivista intradisciplinaria de las ciencias, concepciones puramente abstractas de las matemáticas. Podríamos decir que la historia de la educación matemática está impregnada de la creencia, equivocada por cierto, de que las matemáticas son producto sólo del pensamiento de sujetos individuales, descuidando por completo los saberes matemáticos existentes en cada cultura durante toda la historia de la humanidad.

Esta dualidad, altamente contradictoria, aún no se ha resuelto, particularmente cuando se trata de educación matemática escolar; por una parte, insistimos en señalar, obedeciendo a constataciones irrefutables concretas, que el desarrollo histórico de las matemáticas ha respondido a la necesidad que ha tenido el ser humano de estudiar y explicar situaciones propias de las realidades, lo cual obviamente ha permitido que la matemática, como disciplina científica, haya sufrido un avance independiente y abstracto sumamente importante, el cual a su vez ha contribuido a la solución de problemas posteriores muy reales y concretos de interés colectivo.

Por otro lado, los procesos de aprendizaje y enseñanza no tienen que ver con la primera parte del análisis anterior, sino que nos hemos quedado sólo el tratamiento intra-matemático, señalando con frecuencia que tales contenidos pueden ser aplicados en lo inmediato o en el futuro en diversos campos de las ciencias o en la solución problemas concretos de la realidad, especialmente mediante procesos de modelación de la realidad con herramientas matemáticas. A pesar de estas reiteradas afirmaciones, las prácticas educativas en la mayor parte de los países

del mundo están totalmente alejadas de una verdadera relación entre el mundo de las matemáticas y el mundo exterior a ellas; Corbalán, por ejemplo, expresa al respecto lo siguiente:

Tenemos que poner de manifiesto los estrechos vínculos entre las matemáticas y la vida cotidiana (además de los medios de comunicación a los que acabamos de referirnos), ahora y en el pasado (para lo que habrá que dar importancia a la Historia de las matemáticas). Y algo más profundo: mostrar mediante la utilización de todos los instrumentos a nuestro alcance que las matemáticas son un instrumento imprescindible para entender el mundo que nos rodea y para poder diseñar modelos que nos permitan plantear y/o resolver los problemas que se nos presenten. Constatando la actual invisibilidad social de las matemáticas (intervienen en una gran cantidad de aspectos de la vida diaria pero casi nunca los ciudadanos normales son conscientes de ello), es un aspecto en el que los profesores de matemáticas (nexo entre matemáticas y sociedad) tenemos que hacer esfuerzos colectivos, conscientes y planificados, para acabar con esa situación. Tenemos que utilizar el entorno próximo de los alumnos (que es su vida diaria) para poner de manifiesto el papel de las matemáticas en esos contextos. Los alumnos no detectan muchos ejemplos de uso fuera de las aulas, aparte de organizar el (poco) dinero que tienen, constatar que los objetos tienen formas geométricas sencillas y medir el tiempo. No saben aplicar a su vida lo que estudiaron en clase ni son capaces de detectar como matemáticas muchas de las tareas que realizan en su trabajo; y lo que es más grave, muchas veces ni se enteran de que saben matemáticas. (2000: 74)

Esta situación se agrava si tomamos en cuenta los procesos de transformación educativa impulsados en buena parte por los países de América Latina y el Caribe, especialmente aquéllos que han asumido la construcción del socialismo como única posibilidad real y concreta de luchar contra los males irreversibles acumulados por el sistema capitalista internacional, tales como los países de la Alianza Bolivariana para los Pueblos de nuestra América (ALBA). Los cambios educativos, particularmente desde una nueva concepción del currículo (Mora, 1998, 2009 y 2010; Grundy, 1998; Stenhouse, 1984 y 1987; Carr y Kemmis, 1988; Freire, 1973, 1985 y 2002; etc.), están orientados hacia una educación productiva y comunitaria. Por supuesto que esta idea básica no puede estar desprendida de una concepción sobre producción y comunidad totalmente contraria a la idea impuesta por el capitalismo sobre estos dos constructos, especialmente sobre producción.

La educación matemática tiene que responder, entonces, a una idea de comunidad, no exclusivamente de carácter agrario y/o campesino, sino más bien en el sentido de la interacción social al interior de grupos que comparten espacios, intereses, necesidades, aspiraciones, contradicciones, formas diversas de relación y producción; esta idea de comunidad no sólo tiene lugar en aquéllos lugares donde se practica una economía rural-campesina-agraria, sino en cualquier espacio urbano, semi-urbano,

etc. Consideramos que la complejidad estructural de las comunidades está presente y continuará acomodándose espacial y socialmente; sin embargo, lo que hace falta es construir organizaciones y redes de interacción comunitaria, tal como podría ocurrir con los consejos comunales o las organizaciones vecinales comunitarias, en sus diversas manifestaciones, existentes en algunos países de América Latina y el Caribe, lo cual obviamente tendrá consecuencias importantes en el desarrollo de los procesos de aprendizaje y enseñanza (Wenger, 2001; Delanty, 2003; etc.).

La educación matemática, por lo tanto, debe estar vinculada a las comunidades exteriores al mundo de la escuela. La única forma, según nuestras apreciaciones, consiste realmente en tratar, durante el desarrollo de los procesos de aprendizaje y enseñanza de las matemáticas, problemas interdisciplinarios que requieran un tratamiento investigativo, en lo posible vinculados directamente con las comunidades donde están ubicados los centros educativos comunitarios autónomos, sobre los cuales hemos escrito en varias oportunidades (Mora, 2004 y 2019). Esto quiere decir, en consecuencia, que hace falta una educación matemática comunitaria, siempre unida a los procesos de producción al interior de los centros educativos, de las comunidades extraescolares, de la realidad nacional y de las interacciones complejas internacionales.

Por supuesto que esta educación matemática también debe estar determinada por una concepción muy diferente de la idea producción en contraposición con la concepción manejada históricamente por el sistema capitalista local o global. No se trata de seguir produciendo con la finalidad de acumular capital y/o bienes puramente materiales, en la mayoría de los casos innecesarios. Esta idea de producción, unida por supuesto a una concepción de desarrollo extractivo y acumulativo, no tiene en el tiempo el suficiente sustento energético y material sobre el que apoyar sus pilares, además de las consecuencias negativas para el planeta como resultado de las grandes cantidades de residuos tóxicos y contaminantes generados por la producción y consumo de bienes materiales, muchos de ellos suntuarios.

La idea de *producción*, considerada en este trabajo como relevante y apropiada, está asociada a la elaboración solamente de bienes materiales e inmateriales necesarios para el *vivir bien* de toda la población, y ello estaría caracterizado por: vivienda digna y adecuada, vestimenta suficiente, salud, educación, servicios básicos indispensables, transporte público masivo, alimentación saludable y balanceada, recreación y satisfacción intelectual, todo lo cual debe ser producido a bajos costos para la “madre tierra” y con muy bajos niveles de consumo de energía, en lo posible no contaminantes.

Si nos pudiésemos poner de acuerdo con algunas matrices básicas esenciales de producción, especialmente comunitarias, entonces avanzaríamos significativamente hacia la permanencia de la vida en la tierra, con altas posibilidades de que toda la

población del mundo viva en armonía con la naturaleza, por un lado, pero sobre todo sin sufrir las grandes calamidades a las cuales está sometida más del cuarenta por ciento de la población mundial, por otro.

La educación matemática, por lo tanto, tiene obligatoriamente que estar orientada hacia la concepción de la educación comunitaria y productiva, en los términos antes mencionados sobre comunidad y producción. Al igual que en el caso de la educación matemática comunitaria, aquí estamos en presencia de una educación matemática productiva no sólo al interior de las mismas matemáticas, sino también en correspondencia con el mundo de la producción de bienes materiales e inmateriales en los diversos ámbitos en que tenga lugar, es decir, en la escuela, la comunidad extraescolar, las ciudades, las regiones, el país y el ámbito internacional.

Finalmente, queremos destacar que es indispensable la conformación de una Educación Matemática Comunitaria y Productiva (EMCP) para que todos/as vivan bien, lo cual sólo será posible en una sociedad socialista, como tránsito hacia la sociedad comunista, para lo cual se requiere, obviamente, entender que la educación no puede estar aislada, descontextualizada y desligada de la lucha de las contradicciones sociales que caracterizan actualmente al mundo capitalista, puesto que el ser humano no es un sujeto pasivo ante el dinamismo del mundo sacionatural, sino que él lo transforma y se transforma así mismo, siempre en relación con los demás. Aquí es necesario recordar las palabras de Gmurman y Korolev:

Al elaborarse los problemas del materialismo histórico, Marx y Engels se dedicaron directamente a la teoría de la educación como fenómeno social. Incluso los más insignes pensadores, no sólo de los tiempos antiguos, sino también de los modernos, no podían explicar las leyes o regularidades esenciales de la educación como uno de los fenómenos de la vida social. El carácter limitado de sus concepciones filosóficas inmovilizaba sus pensamientos y los subordinaba a las condiciones transitorias de la sociedad de clases antagónicas. El marxismo también en esta esfera llegó a « conclusiones a las que no podían arribar individuos limitados por los marcos burgueses o atados por las ligaduras de los prejuicios burgueses ». Pero siendo así, no despreció las valiosas conquistas del pensamiento científico del pasado sino que « lo reelaboró, sometió a crítica y comprobó en el movimiento obrero ». Marx y Engels tuvieron en alta estimación todo lo nuevo que los materialistas franceses introdujeron en la teoría de la educación: en las experiencias de Owen veían el germen de la educación del futuro. Las conquistas de los pensadores avanzados fueron utilizadas y de forma crítica fueron reelaboradas. Marx y Engels criticaron el materialismo unilateral mecanicista, que consideraba al hombre como un producto pasivo de la influencia del medio, de las circunstancias, de la educación. Aun explicando que las circunstancias crean a los hombres en cierta medida, y en otra cierta medida, los hombres crean las circunstancias, los fundadores del marxismo llegaron a [la] genial conclusión de que el hombre, en el proceso de su gestión activa sobre la naturaleza y

la sociedad, cambia su naturaleza social. La importancia de dicha conclusión teórica es extraordinaria y multilateral. Precisamente esta tesis es la que iluminó como un proyector la perspectiva de la educación de las masas explotadas en el curso de la revolución socialista. Al basarse en esta comprensión de las leyes que rigen la formación de la psicología de los hombres, los fundadores del marxismo pudieron afirmar con seguridad: "... tanto para el surgimiento masivo de la conciencia comunista como para el logro del propio objetivo, es necesario un cambio masivo de los hombres, lo cual sólo es posible en el movimiento práctico, «en la revolución»; por consiguiente, la revolución es necesaria, no sólo por el hecho de que no hay otro camino para desalojar a las «clases explotadoras» del poder, sino también porque la clase «explotada» puede liberarse de su ignominia y hacerse capaz de crear la nueva base social sólo en la propia revolución". (1967: 77)

2.9. Desarrollo de cualificaciones interdisciplinarias e investigativas en todos/as los/as integrantes del proceso educativo

Ya hemos mencionado en varias oportunidades, en este y otros documentos, que nuestra propuesta didáctica, también en el campo de la educación matemática, consiste en desarrollar la praxis educativa a través de los Temas Generadores de Aprendizaje y Enseñanza Interdisciplinarios e Investigativos (TGAEII), lo cual no significa que no se pongan en práctica también otras estrategias didácticas, como por ejemplo la resolución de problemas o el método por proyectos intra y extra-matemáticos. Este tema ha sido trabajado ampliamente en la segunda parte del libro *Didácticas de las Matemáticas*, publicado por el Instituto Internacional de Integración del Convenio Andrés Bello (Mora, 2010).

El tratamiento de los TGAEII incluye realmente todos los demás principios pedagógicos y didácticos de la educación matemática que hemos venido desarrollando en el presente documento. Se trata concretamente de seleccionar una temática problemática de interés colectivo, con la finalidad de buscarle solución mediante un proceso investigativo con una mirada metódica y conceptual de carácter interdisciplinario. Esto significa, obviamente, que todos/as los/as participantes del quehacer educativo logran una formación en dos direcciones, por un lado al interior de las disciplinas que intervienen en la realización de las actividades investigativas, las cuales podrían estar clasificadas normalmente en *matemáticas, ciencias naturales, ciencias sociales, ciencias humanas, ciencias del movimiento y artes en general*; y por otro, lograrían una formación integral interdisciplinaria, a través de la unión de saberes y conocimientos de estos seis grandes campos científicos.

Como se puede apreciar, la idea consiste en un movimiento con cuatro dimensiones fundamentales: formación intradisciplinaria, interdisciplinaria y transdisciplinaria, todo ello en un espacio-contexto determinado y un tiempo específico, puesto que se asume definitivamente una concepción curricular

dinámica (Mora, 2009). Esta doble formación posibilita el logro de un amplio conocimiento general, por un lado, y por otro la profundización en el conocimiento de cada disciplina participante, así como la incorporación de los saberes ancestrales, populares, individuales y sociales en el tratamiento de los problemas generales y específicos interdisciplinarios e investigativos.

Para ello, sin embargo, se requiere de tres condiciones fundamentales: en primer lugar, romper con la idea que tenemos actualmente de las matemáticas escolares y su aprendizaje-enseñanza; en segundo lugar, es necesario transformar profundamente las características imperantes actuales del sistema educativo, especialmente de los *Centros Educativos Comunitarios Autónomos* (CECA); y en tercer lugar, se necesita una formación integral de los/as docentes, directivos/as de los centros educativos, personal de apoyo educativo, instancias ministeriales, comunidad extraescolar, etc., puesto que la gran estructura educativa local, nacional e internacional, incluyendo todas las personas que trabajan en los diversos ámbitos del sistema educativo, están claramente identificadas y socializadas en el marco de la concepción educativa tradicional, positivista y capitalista.

La formación de los/as docentes es más exigente, amerita un mayor esfuerzo tanto por parte de quienes tienen a su cargo liderar los procesos de transformación educativa, como de los/as docentes dedicados/as a la preparación-actualización-capacitación, en cascada y desde las bases, de la gran mayoría de los/as maestros/as y profesores/as que podrán en práctica la nueva concepción curricular. Por supuesto que estos cambios profundos no pueden tener lugar de la noche a la mañana o simplemente por decreto; es indispensable, sin embargo, recorrer ese largo camino, en algunos casos altamente problemático, y mantener una línea clara, persistente, consecuente y revolucionaria en el tiempo y en los espacios en que tienen lugar los nuevos procesos educativos. Se trata realmente de una verdadera revolución socioeducativa.

2.10. Cambios revolucionarios de los diversos ámbitos del sistema educativo, incorporando activamente a toda la comunidad educativa

En la mayoría de los países latinoamericanos y caribeños hemos vivido, directa o indirectamente, procesos importantes de reforma educativa; sin embargo, estos no han generado cambios profundos en los diversos aspectos que conforman la vida escolar dentro y fuera de los centros educativos. Este potencial y real fracaso se debe, en la mayoría de los casos, al escaso compromiso asumido por el Estado Docente como principal responsable y promotor de la educación de un país, a la escasa participación educativa de los diversos grupos de poder existentes en nuestras sociedades, cada vez más imbuidos en el mundo del consumo y la trivialidad, a la prácticamente nula acción de las comunidades extraescolares de donde provienen

los/as estudiantes que hacen su vida en las escuelas, a la poca reflexión sociopolítica de los/as docentes tanto dentro de sus centros educativos como fuera de los mismos, a la escasa capacidad de dirección por parte del equipo directivo de nuestros centros educativos, etc.

A estas razones se suma la imposición e influencia de los sectores de la economía nacional e internacional, interesados sólo en convertir la educación en un buen negocio, lo cual ha tenido en América Latina y el Caribe un espacio de ensayo muy exitoso durante las últimas décadas, especialmente en momentos del auge neoliberal (Torres, 2001; Sotelo Valencia, 2000; Pérez Gómez, 1998).

En este sentido, consideramos que es necesario impulsar, más que pequeñas reformas educativas circunstanciales, determinadas en última instancia por el mercantilismo educativo, revoluciones educativas de carácter nacional e internacional, mismas que deben romper definitivamente con las concepciones mentales de la educación castradora y reproductiva de las condiciones desiguales de vida y acción, así como con las estructuras sociopolíticas centradas en la dominación de unos pocos sobre la mayoría, particularmente de las personas excluidas de la educación y de otros derechos fundamentales (Flecha, 1997; Berstein y otros, 1997; Araujo de Freire, 2004).

Por ello, una revolución educativa trasciende el mundo de las pequeñas acciones o cambios temporales en algunos centros educativos, municipios o espacios de acción socioeducativa particulares, pequeñas acciones o cambios que, en la mayoría de los casos, se convierten sólo en proyectos piloto muy particulares, cuyas consecuencias no abarcan la totalidad de las escuelas y/o comunidades, quedando como simples ejemplos muy particulares para la academia o los políticos de turno que pretenden justificar algunas de sus escasas acciones dentro del mundo de la burocracia educativa.

Nuestra concepción sobre las revoluciones educativas trasciende los espacios particulares de los proyectos piloto o las simples experimentaciones. Aquí consideramos que es necesario e indispensable desarrollar acciones compartidas entre el Estado Docente, los Centros Educativos Comunitarios Autónomos (Mora, 2004), el magisterio en su totalidad, de acuerdo con sus diversas formas organizativas, los/as estudiantes, sobre la base de sus estructuras orgánicas, y muy especialmente la comunidad extraescolar donde está ubicado cada uno de los respectivos centros educativos. Si asumimos definitivamente acciones revolucionarias altamente participativas, que incorporen en igualdad de condiciones a los diversos actores vinculados directa e indirectamente con la educación, entonces estamos totalmente seguros de que en efecto lograríamos cambios sustantivos y efectivos en toda la estructura educativa de cada uno de nuestros países.

Estos cambios, por supuesto, tienen que ver con el mundo de la educación productiva y comunitaria (productiva en su sentido más amplio), lo cual tiene

que ver con la producción material necesaria y con la producción inmaterial, también indispensable, para el funcionamiento adecuado de nuestras sociedades, especialmente para la satisfacción de las necesidades básicas materiales y espirituales de toda la población. Para poder lograr este objetivo tan importante en cada uno de los rincones de la geografía internacional se requiere, necesariamente, la incorporación activa y participativa de las comunidades intra y extraescolar, lo cual hemos denominado, en términos generales, como *comunidad escolar*, puesto que la comunidad es en esencia el centro y motor del interés educativo de cada nación, todo lo cual ocurre independientemente de la formalidad del sistema educativo.

Para terminar este apartado, debemos destacar que nuestras inquietudes y exigencias en el campo de la participación comunitaria en el quehacer educativo no están referidas única y exclusivamente a los primeros niveles de los respectivos sistemas educativos, sino también a aquellos caracterizados tradicionalmente por sus comportamientos y acciones elitistas, como ocurre, por ejemplo, con la educación universitaria o de mayor especialización, la cual ha estado aislada de las comunidades y restringida sólo a grupos relacionados con sectores esencialmente académicos o dueños del poder económico, lo que les ha permitido comprar de una u otra forma el conocimiento científico especializado o, en última instancia, los resultados de tales conocimientos, como ocurre, por ejemplo, con la medicina.

Pensamos, en consecuencia, que es indispensable democratizar la educación y con ello la ciencia, la tecnología, los saberes y los conocimientos de toda naturaleza; si lográramos este objetivo, entonces estaríamos alcanzando realmente una profunda transformación educativa, es decir, una revolución educativa con la participación, en primera línea, de la comunidad, en sus diversas formas de acción y representación sociopolítica.

En el caso concreto de las matemáticas, creemos sin temor a equivocarnos que éstas tendrán un mayor significado y relevancia social si están al servicio de la comunidad y si ésta participa activamente en el campo de las matemáticas, en su sentido amplio. Ello quiere decir que las comunidades deben ser protagonistas de la construcción del conocimiento matemático y de la popularización de los saberes matemáticos propios de cada cultura; de igual manera, las matemáticas deben servir como herramienta indispensable del desarrollo integral del sujeto, en el sentido particular, y del colectivo, en términos más sociales.

Todo ello será posible si y sólo si impulsamos desde las bases una verdadera revolución educativa, más que simples cambios reformistas, propios de las sociedades que desean perpetuar sus estructuras sociopolíticas sin impórtales mucho las consecuencias altamente negativas tanto para el ambiente como para los seres humanos. La revolución educativa comunitaria asumida en nuestros documentos, desde diversos ángulos y perspectivas de análisis, debe afectar, además de al campo

de la gestión y organización educativas, a los procesos de aprendizaje y enseñanza, así como a los contenidos generales y específicos referidos a conocimientos y saberes, sean ellos disciplinarios, interdisciplinarios o transdisciplinarios.

Lo más importante, a nuestro entender, consiste en crear expectativas, intereses e inquietudes, siempre desde las perspectivas de quienes participan en el quehacer educativo; de esta manera, tanto las matemáticas y las ciencias naturales como las demás disciplinas podrán ser interesantes y significativas para toda la población intra y extraescolar (Mora, 2010). Muchos/as autores/as han trabajado esta temática, proponiendo diversas categorías y terminologías que en esencia guardan una estrecha relación. Así por ejemplo, Osborne habla de las “historias explicativas” al referirse a un tipo de aprendizaje que estaría focalizado también en ideas fundamentales, es decir:

En primer lugar, debemos abandonar cualquier intento de reconstruir el conocimiento científico de abajo hacia arriba, ladrillo a ladrillo. En su lugar, tenemos que reconocer que en el centro de la aportación cultural de la ciencia hay un conjunto de ideas importantes sobre los objetos del mundo y sobre cómo se comportan, por ejemplo, el modelo de partículas de la materia, la teoría del germen de las enfermedades infecciosas, el modelo genético de la herencia, el modelo heliocéntrico del sistema solar, etc. Por consiguiente, estas ideas y estos temas deben ocupar un lugar preeminente en el currículo de ciencias y son estas ideas las que hay que esperar que constituyan el destilado que permanece como residuo de cualquier educación científica. La conclusión es también que estas ideas, a las que decidimos llamar «historias explicativas», se deben mostrar, suscribir y nombrar con claridad y celebrar como una de las funciones evidentes de la formación científica, más que presumir que su adquisición se producirá por un puro proceso de difusión. Estas «historias explicativas» se enmarcan en los lemas generales de la vida y los seres vivos, la materia, el universo y de cómo está hecho el mundo. Todas ellas son áreas en las que la ciencia tiene algo fundamental que decir y juntas muestran una gran parte de la diversidad que cabe encontrar en las ideas y el pensamiento científicos. Nuestra propuesta es, pues, que la educación científica debe utilizar mucho más una de las formas de comunicación de ideas más poderosas y omnipresentes en el mundo: la forma narrativa, reconociendo que su objetivo primordial es presentar una serie de «historias explicativas». Con ello queremos decir que la ciencia cuenta con una explicación que puede ofrecer una respuesta a preguntas del tipo: «¿Cómo se contrae las enfermedades?», «¿cuántos años tiene la Tierra y cómo llegó a existir?», «¿cómo es que existe tal variedad desordenada de seres vivos en la Tierra?». Son estas explicaciones (las «historias explicativas») y sus amplios elementos los que interesan y atraen a los alumnos y, por consiguiente, son estas explicaciones las que cualquier currículo de ciencias nunca debe perder de vista como objetivo propio. La palabra «historias» no pretende sugerir que las explicaciones que proporciona la ciencia sean «meras ficciones». Al contrario: el valor de la narración está en su capacidad de comunicar ideas

haciéndolas coherentes, memorables y significativas. Así pues, creo que presentar los contenidos de conocimientos del currículo como un conjunto de «historias explicativas» tiene un valor y unas ventajas considerables. (2001: 54-55)

3. Las matemáticas como parte esencial de las interacciones socioculturales

3.1. Matemáticas y comprensión-transformación de la cotidianidad

La educación matemática y sus objetivos no deben limitarse simple y llanamente al logro del denominado “cálculo burgués”, propio de las sociedades orientadas a la producción-consumo de bienes materiales en la mayoría de los casos superfluos, o el simple dominio de operaciones matemáticas básicas elementales, de las cuales requieren en promedio los/as jóvenes y adultos/as para su vida cotidiana tanto profesional como privada, en su mayoría desde la perspectiva de las más elementales aplicaciones. Por el contrario, se trata de la disponibilidad conceptual, metódica y operativa que permita ponderar matemáticamente diversas actividades sociopolíticas útiles para el individuo y la colectividad, incorporando todas las formas posibles de pensar y actuar con la ayuda de las matemáticas.

Entre este conjunto de potenciales actividades de pensamiento y acción podrían estar, entre otras, las siguientes: a) aproximaciones, redondeos, registro intuitivo de magnitudes pequeñas y grandes; b) traducción de problemas cotidianos a modelos matemáticos sencillos y viceversa; c) interpretación y elaboración de representaciones gráficas y dibujos técnicos; d) el uso de las matemáticas como medio de comunicación; e) manejo de datos estadísticos e interpretación de afirmaciones probabilísticas en contextos reales y cotidianos; f) manejo comprensible de medios técnicos, tales como calculadoras y computadoras, los cuales deberían estar reflejados en cada clase de matemáticas en todos los ámbitos del sistema educativo en la medida en que aumentan los niveles de exigencia matemática y de las situaciones problemáticas tratadas dentro y fuera de las aulas; etc.

De esta manera se podrá no sólo entender los fenómenos socionaturales, sino esencialmente transformar el mundo de la cotidianidad cercana y/o lejana de cada sujeto participante en el proceso educativo. Esto significa, evidentemente, que debemos situar a las matemáticas, en términos generales, y a la educación matemática, como vínculo entre las matemáticas y la educación en su alta connotación, en una perspectiva mucho más social, sin que ello signifique descuidar los aspectos relevantes y altamente influyentes de la psicología y otras ciencias afines al aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. Sobre este particular, es muy importante citar, como ejemplo de tales reflexiones, a Apple, quien haciendo una crítica al predominio de los análisis internalistas sobre los externalistas, señala lo siguiente:

La mayoría de las discusiones sobre el contenido y la organización de los *currícula* y la enseñanza en áreas como las matemáticas son sorprendentemente internalistas. O, cuando se acude a fuentes “externas” distintas de la disciplina misma de las matemáticas, se desplazan, pero a las cercanías: a la psicología. Parece que existe la fuerte convicción de que uniendo las mejores matemáticas con las nuevas teorías psicológicas, se resolverá la mayor parte de los problemas del rendimiento educativo y de la equidad. Esto prolonga una historia muy larga en las ciencias de la educación de intentos de tomar nuestros paradigmas básicos de un conjunto muy limitado de marcos disciplinarios. La psicologización de la teoría y las prácticas educativas, aunque haya traído consigo ciertos beneficios -como demuestran algunos programas nuevos de matemáticas, descritos en los capítulos de Silver y Nelson, de Carey, Fennema, Carpenter y Franke y de Khisty, en su interesante y aún más sociopsicológico análisis del usos del lenguaje-, por desgracia, también ha traído un conjunto de importantes efectos limitadores. Ha supuesto, en un plano profundo, la eliminación de consideraciones culturales, políticas y económicas críticas de la esfera de las deliberaciones curriculares. En el proceso de individualización de su visión de los estudiantes, ha perdido todo sentido serio de las estructuras sociales y de las relaciones de raza, género y clase social, que configuran a estos individuos. Es más, de este modo, es incapaz de situar áreas como la educación matemática en un contexto social más amplio que incluya unos programas globales para una educación democrática y una sociedad más democrática. Por último, a causa de estos factores, nos deja unas visiones debilitadas de la práctica crítica. (1997: 348)

3.2. Conformación de la coherencia sociocultural a través del tratamiento de ideas matemáticas fundamentales

Las matemáticas tienen realmente sentido, en el marco de la formación general básica, si son entendidas más allá de la simple colección de técnicas especiales de orientación procedimental; es decir, ellas tienen sentido de ser y existir en la programación educativa general si posibilitan realmente el desarrollo del pensamiento crítico-reflexivo y suministran, al mismo tiempo, las herramientas básicas esenciales para la resolución de problemas con consecuencias locales y universales en el sujeto, en su sentido individual, y de la colectividad, en el sentido de la complejidad de interacciones entre sus participantes. Aquí se pone de manifiesto, nuevamente, el pensamiento discutido durante muchas décadas sobre desarrollar las clases de matemáticas en términos de ideas matemáticas fundamentales², lo cual tiene como horizonte básico establecer una conexión directa entre las matemáticas propiamente dichas y la cultura externa a ellas, es decir, el mundo extra-matemático (Mora, 2009; Corbalán, 2000; Reverand, 2010; Ortega, 2005; Rojas y Algara, 2009; Giménez, Díez-Palomar y Civil, 2007; Goñi y otros, 2006; etc.).

² También se habla de *ideas centrales* o *ideas universales* matemáticas. En este trabajo, preferimos hablar de *ideas matemáticas fundamentales*.

Esta temática será analizada a mayor profundidad en otros documentos referidos al tema de las ideas fundamentales tanto en matemáticas como en otras disciplinas. Por el momento, consideramos que se hace indispensable, cada vez más, orientar la educación matemática al mundo complejo donde ocurren los procesos educativos, pero también de los contextos y hábitat de los/as participantes en las diversas prácticas educativas matemáticas, especialmente en relación con situaciones problemáticas externas a las mismas matemáticas, en correspondencia con los adelantos de la inter y transdisciplinariedad didáctica.

Entre las *ideas matemáticas fundamentales* podríamos señalar, por ejemplo, las siguientes: a) idea del número; b) idea de la medida; c) idea de la dependencia funcional; d) idea de la probabilidad; e) idea de la estructuración espacial; f) idea del algoritmo; g) idea de la modelación sociomatemática. Es importante resaltar que esta concepción de la educación matemática, constituida básicamente por siete grandes ideas fundamentales, coincide con los planteamientos de Bishop (1988a y 1988b, 1999 y 2000), Stenhouse (1987) y Mora (2005 y 2009); sin embargo, desde el punto de vista del tratamiento pedagógico y didáctico de las matemáticas, los tres planteamientos no son exactamente sinónimos³.

Estas siete ideas matemáticas fundamentales podrían ser consideradas, en cierto modo, como cortes fronterizos entre las matemáticas y la totalidad del mundo sionatural. Su significado debe ser ilustrado mediante el tratamiento de temas matemáticos completamente diferentes a la caracterización tradicional de las clases de matemática, a las cuales generalmente estamos acostumbrados. Se debe garantizar claramente, sin embargo, que las ideas matemáticas fundamentales no caigan en la trampa de repetir nociones matemáticas básicas profesionales, tal como ha ocurrido con la implementación didáctica de algunas propuestas hechas en el campo de la educación matemática durante las últimas décadas, las cuales han caído en la tradicional concepción de la orientación puramente matemática con algunos pequeños disfraces realistas.

Un aspecto sumamente interesante e importante del planteamiento de una educación matemática centrada en las *ideas fundamentales*, consiste en fortalecer, desde el punto de vista pedagógico y didáctico, la relación entre las matemáticas y una visión compleja de la realidad; hacer esto equivale a lograr una mirada más crítica y compleja del mundo en sus aspectos globales, pero básicamente en sus elementos más particulares. Al respecto, Zabala señala lo siguiente:

Comprender, analizar, interpretar... para actuar, implica siempre haber resuelto situaciones en que nunca los problemas que se presentan son simples, las respuestas nunca se reducen a una sola área de conocimiento, algo que

³ Desde nuestra perspectiva educativa, consideramos que el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas debería desarrollarse tomando en cuenta estas tres orientaciones, las cuales tienen que ver con un acercamiento muy estrecho entre las matemáticas y el mundo externo a ellas.

solamente se da en el ámbito restringido de la escuela, y más concretamente en las pruebas que ésta propone en las evaluaciones, en las cuales los problemas se plantean de manera simple. Los problemas relevantes para los ciudadanos y ciudadanas siempre son globales y complejos. El sentido del conocimiento incluido en las diferentes ciencias, y sus problemas internos y específicos, no son los problemas relevantes para las personas. El saber científico únicamente puede tener sentido educativo cuando se dispone al servicio del desarrollo humano en sus vertientes personales y sociales. Cuando la opción educativa es la del conocimiento para la acción crítica, la enseñanza ha de orientarse al planteamiento de un saber escolar complejo. Se tiene que construir un currículum que refleje el nivel de incertidumbre presente en la vida, en el cual es imposible conseguir siempre una única respuesta válida y verdadera para los múltiples problemas que surgen en una realidad en la cual se interrelacionan múltiples y diferentes variables y dimensiones. Es decir, una formación que facilite una visión más compleja y crítica del mundo, superadora de las limitaciones propias de un conocimiento parcelado y fragmentado, que demuestra que es inútil para afrontar la complejidad de los problemas reales del ser humano. Un conocimiento que sea global, integrador, contextualizado, sistémico, capaz de afrontar las cuestiones y los problemas abiertos y difusos que plantea la realidad. (1999: 47)

3.3. Utilización de las matemáticas como parte de la realidad local y global

El concepto educativo basado en la orientación a las aplicaciones, especialmente relacionadas con situaciones problemáticas sociales y naturales, constituye el elemento irrenunciable de una clase de matemática moderna y progresista, en términos emancipadores y sociocríticos. Por supuesto que las matemáticas no están explícitas en tales situaciones problemáticas, sino que pueden ser encontradas de manera inmanente. Deben ser didácticamente visibles, haciéndolas, al mismo tiempo, accesibles y racionalmente tratadas en los espacios y tiempos propios de las clases inter y transdisciplinarias.

La idea de la modelación matemática puede ayudar a relacionar las matemáticas, en su forma profesional convencional, con las realidades sionaturales de quienes participan en el quehacer educativo. Con esto estamos insistiendo en la relación entre las matemáticas y el mundo exterior a ellas, lo cual constituye un altísimo avance en la comprensión-transformación sionatural y en la significación cognitiva crítica por parte de los/as estudiantes en cualquier ámbito de los sistemas educativos (Blum, 1985; Burscheid, 1983).

Lo decisivo para desarrollar el gusto por las matemáticas y un excelente aprendizaje de las mismas no es la presentación unilateral, es decir, por parte de los/as docentes, de modelos matemáticos previamente elaborados o existentes en los libros de texto, sino brindar posibilidades y ocasiones de construir modelos

matemáticos a partir de las situaciones problemáticas planteadas en correspondencia con los contextos específicos o de interés para todos/as los/as participantes. Con ello se podría reflexionar no sólo sobre el modelo matemático propiamente dicho, sino sobre el proceso de modelación, sus complejidades, su belleza y, sobre todo, su importancia sociocognitiva. Aquí los/as participantes en el proceso de aprendizaje y enseñanza comprenden algo de las matemáticas y de una parte o corte de la realidad tratada, sea ésta natural o social (Blum y Niss, 1991; Kaiser, 1995).

Muchas veces no se entiende realmente que las matemáticas permiten ver fenómenos cotidianos de toda naturaleza con otra perspectiva, con los ojos de las estructuras básicas complejas e interdisciplinarias, visión que estaría altamente limitada en ausencia de las matemáticas, aunque éstas sean muy elementales. Si se incorpora esta visión matemática del mundo, se estaría ganando un concepto del mismo profundamente diferenciado; si se excluye a las matemáticas sociales de la formación integral del sujeto, entonces estaríamos en presencia de un empobrecimiento de nuestra formación y del tratamiento científico de las situaciones problemáticas de interés común, se estaría desembocando en la trivialidad de las interpretaciones, construcciones científicas y transformaciones. Por supuesto que no todo lo que es importante en la vida está sujeto a la modelación matemática, pero esto no implica que buena parte de la realidad no sea matemáticamente tratable.

Toda actividad educativa, materializada concretamente en procesos de aprendizaje y enseñanza, especialmente en el campo de las matemáticas, debe permitir la vivencia de experiencias múltiples y diversas con la finalidad de lograr una mejor comprensión y un dominio complejo de fenómenos inicialmente no matemáticos; para ello, es indispensable pensar y actuar matemáticamente, lo cual, a su vez, es posible mediante los procesos de modelación matemática. Sobre este particular hemos reflexionado profundamente en varias oportunidades, especialmente en el campo de las matemáticas escolares y universitarias (Mora, 2009).

Por supuesto que los procesos de modelación, como estrategia pedagógica y didáctica para el desarrollo de los procesos de aprendizaje y enseñanza, están referidos escasamente al mundo intra-matemático, sus contenidos son esencialmente realistas, del mundo cercano, intermedio o lejano a los/as participantes en el quehacer educativo, aunque en efecto puedan existir situaciones intra-matemáticas consideradas o tratadas mediante las herramientas comúnmente usadas para la modelación de problemáticas básicamente realistas, a diferencia de la teoría de las aplicaciones matemáticas. A este respecto, es importante resaltar lo que nos dice Da Ponte:

Finalmente, el contexto constituye una dimensión importante que debe tenerse en cuenta. En este punto, los polos vienen determinados por las tareas encuadradas en un contexto de la realidad y las tareas formuladas en términos

puramente matemáticos. Skovsmose (2000), en un interesante artículo, todavía distingue un tercer contexto, que designa como semirealidad, que es extremadamente frecuente en los problemas y ejercicios de matemáticas. Aunque aparentemente se pongan en entredicho situaciones reales, para el alumno, éstas pueden no significar gran cosa. Dejando de lado este aspecto, la mayoría de las propiedades reales de las situaciones no se tienen en cuenta. La atención apenas se focaliza en la propiedad o propiedades que interesan a quien ha enunciado la cuestión y es en éstas donde se supone que debe centrarse el alumno. Por eso, para el alumno acaba por ser un contexto tan abstracto como el contexto de las matemáticas puras... Las llamadas tareas de modelación son, en el fondo, tareas que se presentan en un contexto de realidad. Dichas tareas, en general, entrañan una naturaleza problemática y desafiante, además de dar lugar a problemas o investigaciones, de acuerdo con el grado de estructuración del correspondiente enunciado. También es frecuente hablar de *aplicaciones* de las matemáticas. Según su naturaleza, se trata de ejercicios o problemas de aplicación de conceptos e ideas matemáticas. Asimismo, hay que señalar que los ejercicios, problemas, investigaciones y exploraciones, tanto pueden surgir en contextos de realidad como de semirealidad o de matemáticas puras. (2004: 32)

3.4. Comprender las matemáticas y desarrollar el pensamiento sociocrítico para superar la ideología dominante

Todos sabemos que las matemáticas representan una realidad, abstracta en muchos casos, construida por los seres humanos; ellas no tienen realmente ningún carácter arbitrario, ni mucho menos casual. Están caracterizadas por la necesidad y los esfuerzos de aclaración de las contradicciones, por la coherencia y consistencia de sus modelos, por la precisión de sus argumentaciones, por su fuerza explicativa, por la belleza y precisión de sus encadenamientos conceptuales y algorítmicos, etc. Por estas razones, son comprensibles por quienes entran paciente y consecuentemente en contacto con sus diversas manifestaciones. Paradójicamente, para mucha gente que ha estado, en algún momento de su vida, en contacto directo o indirecto con las matemáticas, éstas han dejado de ser comprensibles, hasta el punto de que muchas personas las odian, las rechazan y escasamente las usan en sus vidas.

Podríamos afirmar, con mucha certeza, que las matemáticas no comprendidas dejan escasos recuerdos significativos en los sujetos, no les proporcionan absolutamente nada de su potencial creador y utilitario, dejan escasas huellas de la relación entre matemáticas y realidad y mucho menos del pensamiento crítico reflexivo, del cual se habla con frecuencia. Esta apreciación no significa, de ninguna manera, que nos olvidemos de las matemáticas como medio apropiado para el logro de actitudes y aptitudes emancipadoras, democráticas y liberadoras en todas las personas pertenecientes a una comunidad determinada.

Por el contrario, debemos insistir en la posibilidad real y concreta de incorporar radicalmente las matemáticas al mundo de la cotidianidad de cada persona, al mundo

de las interacciones sociales; por ello hablamos con frecuencia de la sociomatemática y de la equidad e igualdad entre todas las personas que participan en los procesos educativos, especialmente en aquellos vinculados a las matemáticas, dentro y fuera de las respectivas instituciones de formación, capacitación, preparación, acción, producción y reflexión sociopolítica en todos los ámbitos de nuestros sistemas educativos. La educación matemática, entonces, puede efectivamente contribuir al esclarecimiento de muchas contradicciones sociopolíticas de nuestros tiempos, así como ayudar a establecer mayor igualdad socioeconómica en todos los pueblos del mundo. Siguiendo las palabras de Skovsmose y Valero (2007):

La educación matemática proporciona nuevas oportunidades a las personas, pero podría también llegar a ser una obstrucción para ciertos grupos en términos del avance social. La educación matemática presupone recursos, y creemos que es necesario preguntar cómo estos recursos -humanos y materiales- crean oportunidades y, más esencialmente, cómo se distribuyen los recursos y las oportunidades alrededor del mundo. Al mismo tiempo, se podría reconocer la educación matemática como un recurso económico de la sociedad, pues apoya el desarrollo tecnológico. Y estos potenciales políticos y económicos de la educación matemática podrían operar de maneras muy distintas en diferentes contextos sociopolíticos.

Las matemáticas, obviamente, podrían ayudar considerablemente a explicar y aclarar fenómenos difusos y complejos del mundo cotidiano, especialmente en el ámbito social, sustituyendo con ello prejuicios por juicios argumentados y bien justificados, sustituyendo la alienación por la formación política, sustituyendo la educación bancaria por la liberadora. Si asumimos definitivamente que la educación matemática debe tener entre sus objetivos fundamentales la contribución a la conformación de un pensamiento sociocrítico, entonces la precisión y profundización del tratamiento matemático de la realidad es más importante que la memorización simplista de contenidos impuestos por la escuela conservadora, tal como lo analizaba amplia y sabiamente Paulo Freire (1973).

Una premisa básica para comprender esta importante tarea es considerar que los/as participantes en el proceso de aprendizaje y enseñanza deben constituir puentes entre sus pensamientos cotidianos, aprendidos durante sus procesos de socialización y enculturación, y el pensamiento matemático supuesto para ellos/as por quienes conocen y están encargados de la constitución del currículum matemático. Los/as participantes en actividades matemáticas tienen que enfrentar y aceptar en la mayoría de los casos situaciones poco agradables en relación con las matemáticas, no por culpa de sus supuesta dificultad, sino esencialmente por la concepción pedagógica y didáctica predominante.

Se trata fundamentalmente de impulsar un cambio radical en el mundo de la educación matemática, en cuanto la aceptación definitiva de que todas las

personas han estado o están vinculadas con las matemáticas, de una u otra forma, independientemente de su procedencia sociocultural, formación o relación con el mundo y las normas productivas (Mora, 2005 y 2009). Lo que se desea es comprender que, en efecto, todas las personas hacen matemáticas, en la mayoría de los casos sin darse cuenta, y que ellas constituyen parte de sus vidas, de sus formas argumentativas y comunicativas. Sobre el particular, Knijnik señala lo siguiente:

Discutir las posibilidades de incluir en el currículo escolar las historias de aquellos que son definidos como los otros en términos de clase social, raza/etnia, género, etc., considerando sus modos de razonar matemáticamente, no es una operación neutra, meramente técnica: implica optar por una política del conocimiento que subvierta la política del conocimiento dominante, que atribuye supremacía, por ejemplo, a la escritura, tornando invisible la oralidad matemática de otras culturas... (2007: 78)

Con frecuencia, quienes entran en contacto con las matemáticas, especialmente en el ámbito de la educación formal, tienen que asumir comportamientos sociocognitivos contrarios a sus formas de comprensión, particularmente aquellas que tienen que ver con sus procesos de enculturación y socialización histórica y contextual, así como con sus formas de vida, producción e interacción sociocultural. En muchas oportunidades ellos/as tienen que dominar estrategias de resolución de problemas matemáticos o extra-matemáticos, pero con la ayuda de unas matemáticas que no coinciden con sus formas particulares e independientes de enfrentar y resolver problemas sencillos y complejos de su cotidianidad. La escuela, entonces, no toma en cuenta los denominados conocimientos previos, pero tampoco sus contextos sociocognitivos específicos, puesto que ella, en nuestras sociedades capitalistas, obedece sencillamente a un aparato de dominación, control y opresión sociocognitiva, es decir, la escuela es, esencialmente, un medio de imposición de la ideología dominante.

Esta realidad del mundo de la escuela debe ser transformada radicalmente, incorporando una ideología liberadora y emancipadora. De esta crítica se desprende, en consecuencia, la oportunidad de superar formas pedagógicas y didácticas contrarias a la vida y formas de comprender de cada persona, como individuo, pero también como parte de un colectivo que aprende y enseña simultáneamente; con ello se permitiría, por lo tanto, el desarrollo de aptitudes y actitudes complejas y liberadoras en cada una de las personas que participa directa o indirectamente en el proceso educativo. Se debería brindar suficiente tiempo y oportunidades para que la comprensión de los conceptos matemáticos sea realmente significativa en los aspectos cognitivos y sociales, lo cual será posible sólo si existe una relación profunda con los fenómenos sociales y naturales tratados o relacionados con los conceptos matemáticos explícitos o subyacentes.

En este sentido, consideramos que, en última instancia, el currículo de las matemáticas escolares se convierte en el caballo de batalla de la imposición

ideológica de los sistemas capitalistas opresores, siendo precisamente el Estado el encargado de esta masificación curricular-ideológica en todos los ámbitos del sistema educativo, ideología que sólo sirve a los sectores dominantes, dueños del poder político, económico y militar. El trabajo de Moreno, *Ideología y Educación Matemática. El proceso de infusión ideológica*, es ampliamente esclarecedor en el tema de las matemáticas y su educación como medio de imposición de la ideología dominante; es decir:

Según el modelo de infusión ideológica, los diseños curriculares y los profesores (por medio de las relaciones de aula) transmiten ideología inconscientemente a los alumnos al crear con ellos un conjunto de representaciones y presupuestos ideológicos que utilizarán para la interpretación de situaciones sociales. La política participa de esta infusión ideológica contribuyendo a la elaboración del diseño curricular y en la formación y selección del profesorado. Los fines políticos, los valores jurídicos y el sistema económico definirán las finalidades de la educación matemática y la ubicación de las matemáticas como materia de enseñanza en la estructura del currículo educativo. La fragmentación del currículum en asignaturas, entre ellas la de matemáticas, oculta las relaciones de poder y asegura estabilidad al presentar los conflictos como problemas técnicos. Al mismo tiempo, las finalidades justifican adecuadamente la decisión deliberada de construir las matemáticas escolares como las matemáticas. Los planteamientos de la estructura de poder quedan ocultos en los diseños curriculares y difuminados en el proceso de formación y selección del profesorado. La transmisión ideológica se convierte entonces en infusión ideológica. (2004: 85)

3.5. Momentos subjetivos de las clases de matemáticas

En su desarrollo, los procesos de aprendizaje y enseñanza de matemáticas son tan subjetivos como los de otras disciplinas, tales como aquéllas referidas al campo de las ciencias sociales. Quienes hemos estado vinculados con estas temáticas, sabemos que el movimiento positivista intentó imprimir a la ciencia toda una connotación objetivista de los saberes populares, convirtiéndolos en conocimientos supuestamente científicos, avalados por la racionalidad de la ciencia. Por supuesto que el positivismo científico permitió, y aún permite, el avance del conocimiento, las disciplinas y la ciencia en general, pero también se ha convertido en un arma de dominación, explotación y desigualdad local e internacional. Las matemáticas, entonces, son usadas como medio ideal para el desarrollo de la ciencia y la tecnología, para que proporcionen mayores ganancias a los países y/o grupos internacionales que dominan industrial y técnicamente más del 90% de la economía, la política, la ciencia y la tecnología alrededor del mundo.

Consecuentemente, nuestra tarea consiste en generar también, con la ayuda de las matemáticas, mecanismos de liberación y emancipación nacional

e internacionalmente hablando, es decir, apropiarnos de las matemáticas para lograr nuestros objetivos, que tienen que ver con la formación sociopolítica y la formación metódica, técnica y científica. Con ello estaríamos superando en buena medida momentos de imposición ideológica subjetivos, disfrazados de tecnificismo, objetividad, dificultad, supremacía y veracidad absoluta del conocimiento matemático, con lo que se pretende imponer neutralidad sustantiva a las matemáticas y, con ello, a buena parte de las ciencias (Mora, 1998, 2005 y 2009; Moreno, 2004).

El problema sustantivo de esta corriente epistemológica consiste en asumir una supuesta neutralidad de la ciencia como parte de la denominada “objetividad científica”. Por suerte ha existido, a lo largo de la segunda mitad del siglo anterior y principios del presente, un movimiento crítico muy importante que ha develado profundamente esta falacia epistemológica, reconociéndose en la actualidad que la ciencia contiene una gran carga política y que ella obedece a hechos sociohistóricos, cargados a su vez de una gran carga ideológica, obedeciendo con frecuencia a los intereses y necesidades de los grupos dominantes, en la mayor parte de los casos, aquellos sectores poseedores de las riquezas financieras y económicas en cada grupo cultural y momento histórico a lo largo y ancho de nuestro planeta.

En este sentido, al conocimiento científico, particularmente a las matemáticas impuestas, por ejemplo, en los libros de texto, se la impregnado ese carácter de objetividad, neutralidad, credibilidad y aceptación acrítica. Es decir, se ha afianzado en los sujetos una forma de representación y reproducción de una supuesta verdad. Pérez, Mateos, Scheuer y Martín afirman, por ejemplo, que:

En cuanto a lo del segundo aspecto, hace referencia a las creencias sobre la fuente del conocimiento, que irían desde la creencia [de que] el conocimiento es externo al sujeto que conoce y reside en una autoridad (los problemas matemáticos sólo tienen un método de solución correcto y es el que viene en el libro de texto o ha expuesto el profesor) a la creencia en el propio sujeto como constructor de conocimiento (un problema sobre un área se puede resolver aritméticamente, midiendo directamente, por medio de dibujos, etc.; la forma en que se resuelva dependerá del interés, los conocimientos, etc. de quien lo resuelva), así como también a las creencias sobre el papel de la evidencia y los procesos de justificación, que irían desde la aceptación del conocimiento (lo pone en el libro) a la conciencia de la necesidad de justificar el conocimiento (demostración argumentada de cualquier solución). (2007: 72)

Otra crítica importante tiene que ver con la concepción unilateral de las disciplinas científicas, apartando toda posibilidad de intercambio disciplinario, la multidisciplinariedad, la interdisciplinariedad y la transdisciplinariedad. Por supuesto que nuestra posición filosófica en cuanto al desarrollo del conocimiento científico, especialmente en el campo de las matemáticas, tiene que ver con la complementariedad científica, la cual consiste en buscar puntos de encuentro

entre la profundidad de las disciplinas particulares o específicas y la inter y/o transdisciplinariedad conceptual, con la finalidad de encontrar un equilibrio entre la particularidad y la generalidad. Este es un problema esencialmente pedagógico y didáctico, cuya solución nos permitirá conseguir un paradigma educativo que posibilite en buena medida la formación general o integral de toda la colectividad, pero también la formación científica disciplinaria, con la finalidad de apropiarnos del conocimiento, democratizarlo y hacerlo útil para todos nuestros pueblos.

No debemos caer en la trampa, también ideológica, de que la transdisciplinariedad es la solución absoluta al dominio y control de la ciencia y la tecnología de unos pocos sobre la gran mayoría de la población mundial; debemos formarnos también en todos los campos de las ciencias y la tecnología, lo cual requiere la profundización en el campo de las disciplinas y sub-disciplinas altamente especializadas, lo que algunos peyorativamente denominan híper-especialización o súper-especialización.

Por supuesto que las matemáticas, al igual que las demás disciplinas, no siempre están determinadas por altos niveles de objetividad conceptual, por ello asumimos una concepción amplia de las matemáticas, apegadas a las formas diversas y múltiples de producir y reproducir ciencia por parte de las diversas culturas en cualquier ámbito de nuestro planeta, desde la antigüedad hasta nuestros días. Cada pueblo ha construido unas matemáticas muy particulares, con características específicas de acuerdo a sus necesidades e intereses, siempre vinculadas con sus realidades específicas. Por ello, consideramos que las matemáticas también obedecen a orientaciones subjetivas, entre otras cosas, porque están sujetas a altos niveles de aproximaciones, suposiciones, avances y retrocesos, comprobaciones, etc.

La idea del desarrollo de una educación matemática crítica, tal como la hemos analizado en otras oportunidades (Mora, 2005 y 2009), tiene como consecuencia inmediata que, tanto en los procesos de aplicación y modelación matemática como en la resolución de problemas intra y extra-matemáticos, se tome en cuenta procesos sociomatemáticos altamente interactivos entre todas las personas que participan en el hecho educativo dentro y fuera de las aulas de clase. Al desarrollar los procesos de aprendizaje y enseñanza desde este punto de vista, estaríamos considerando momentos de subjetividad variables, alternos y profundamente dialécticos, lo cual superaría la idea de las matemáticas acabadas, objetivas y exentas de toda posibilidad de ensayo, error e improvisación conceptual, y esto es necesario e indispensable para la comprensión profunda de las ideas matemáticas explícitas o implícitas en su relación con situaciones problemáticas de interés colectivo.

Para culminar, queremos recalcar que la cualidad de las clases de matemáticas no es, en primera línea, dependiente de los contenidos, sino, en sentido amplio, de los métodos, de las formas en que se trata en las clases concretas ese contenido matemático y cómo se establece interacciones sociocríticas entre todos/as los/

as participantes en el desarrollo de una cultura de aprendizaje y enseñanza participativa, cooperativa y colaborativa. Creemos, sin temor a equivocarnos, que la comunidad educativa intra y extraescolar tiene un papel central en este proceso de transformación, y para desempeñarlo es indispensable trabajar permanentemente y en igualdad de condiciones con los/as docentes, puesto que son ellos/as los motores fundamentales de los cambios dentro y fuera de los centros educativos comunicarnos autónomos (Mora, 2004). Sobre esto, Parra nos dice:

La escuela es una configuración institucional específica que podemos abstraer de las organizaciones concretas en las que intervienen personas: alumnos, familias, directivos, docentes, personal auxiliar, etcétera. Pero cada una de ellas es un componente necesario para que la escuela sea lo que es y también puede ser un camino para transformarla en otra cosa. Por eso, puestos a pensar alternativas para el futuro de las escuelas, necesitamos ineludiblemente pensar en los sujetos que las integran. Cada cual piensa, siente y actúa¹ en la cotidianidad escolar aportando direcciones y contrapesos, colaborando en la conformación de un proyecto que será necesariamente colectivo, pero no por eso indiscriminado. La mirada de cada docente sobre la tarea y sobre su modo particular de vivirla se asienta en representaciones sobre lo que la escuela puede y tiene que hacer y comunica una concepción del espacio público escolar. Por eso, en este caso, nos interesa indagar la trama subjetiva de los docentes. En sus historias de vida, en sus preguntas abiertas y respuestas narrativas, el carácter político de la educación puede hallar un anclaje específico. Según Daniel Korinfeld «El acto es el nudo que liga la posición del educador y la producción subjetiva al educar, es decir que el acto educativo no se sostiene sólo desde el conocimiento, sino desde el propio ser del docente y que sólo desde allí puede alcanzar su dimensión política, su dimensión transformadora... (2005: 239).

3.6. Conclusiones

A lo largo del presente trabajo hemos insistido reiteradamente en los aspectos sociales, formativos y políticos que están directa e indirectamente relacionados con las matemáticas propiamente dichas y con la educación matemática, tanto desde la perspectiva del aprendizaje y la enseñanza como de los correspondientes programas de investigación que la caracterizan. Por supuesto que este trabajo no pretende agotar, ni mucho menos, esta extensa y necesaria discusión, la cual evidentemente debe continuarse y profundizarse en todos los espacios interiores de los centros educativos de cualquier ámbito del sistema, pero también en el conjunto de la sociedad, en muchos casos apartada de las matemáticas, de sus beneficios y de sus profundas contradicciones, tales como su fundamento científico y tecnológico o su mecanismo de dominación y alienación sociocultural.

En la mayor parte de las páginas que componen este documento se analiza, con cierto detalle, diez propósitos o tareas fundamentales que debe tener la educación

matemática de nuestro tiempo, siempre en correspondencia con el dinamismo y los cambios que caracterizan a las sociedades, en diversas partes del mundo, así como las transformaciones, innatas o provocadas por los seres humanos, de la naturaleza. El primero tiene que ver con la importancia que tienen las matemáticas y su tratamiento educativo, en cuanto a comprender las problemáticas cotidianas, relacionadas directamente con el mundo de la vida de todas las personas en un determinado grupo cultural. Este proceso de comprensión no sólo se refiere a una mirada externa al mundo de las realidades y sus posibles connotaciones matemáticas, sino más bien a reconocer la existencia de diversos niveles de comprensión, los cuales están obviamente asociados a los mismos procesos de cambio que influyen directamente en la misma actividad de aprendizaje y enseñanza.

En segundo lugar, hemos tratado la temática vinculada con la necesidad de mantener, cultivar, criticar y seguir desarrollando los saberes matemáticos propios de cada cultura, como parte esencial de la relación de los seres humanos con otros seres humanos en procesos altamente interactivos, y como parte de las herramientas culturales para transformar la naturaleza y la sociedad. Este aspecto ha sido analizado desde una posición profundamente crítica, puesto que no todo quehacer matemático es beneficioso para todas las personas y para el mundo natural en su profunda complejidad. En tercer lugar, consideramos aspectos relacionados con el papel que juegan las matemáticas en el estudio de la complejidad internacional y el esclarecimiento de las desigualdades socioculturales, en algunos casos fortalecidas por la ideología dominante que recubre el pensamiento y la acción de las matemáticas burguesas.

Como cuarto componente, hemos considerado importante resaltar que las matemáticas escolares pueden contribuir enormemente a la preparación sociocrítica, política y transformadora de la población, particularmente de quienes han sido excluidos de los beneficios de la ciencia y la tecnología, considerándolos no como simples consumidores de los productos altamente tecnificados, cuya producción reporta grandes ingresos a las transnacionales del conocimiento y a los países que se han apoderado de él, sino como analistas críticos de ese conocimiento y productores de conocimientos propios, siempre en correspondencia con las problemáticas contextuales de cada sociedad y grupo cultural. Aquí consideramos que las matemáticas deben estar definitivamente al servicio de los intereses y necesidades de los excluidos y olvidados de este mundo injusto y profundamente inhumano.

El quinto aspecto tiene que ver con el aporte de la educación matemática al desarrollo de actitudes y aptitudes altamente significativas en lo social, cultural y cognitivo, para el desarrollo de altos niveles de responsabilidad individual y colectiva, tan necesarios en nuestras sociedades impregnadas por las desigualdades, imposiciones y opresiones. Como sexto componente, hemos tratado elementos sustantivos del desarrollo de los procesos de aprendizaje y enseñanza, que tienen

que ver con el fomento de las prácticas participativas, cooperativas, colaborativas y comunicativas en procesos de interacción incluyentes y democráticos. En cuanto al séptimo aspecto, creemos que las matemáticas y su tratamiento escolar permitirán el fortalecimiento de la independencia y autodeterminación de las personas, para que puedan aprender y enseñar de manera independiente, responsable, crítica y reflexiva, con lo cual se alcanzará importantes cotas de comprensión y transformación.

En el octavo punto nos concentramos en establecer una relación fundamental entre la educación productiva, la comunidad y los procesos educativos, básicamente de las matemáticas. Aquí nos encontramos con un reto sumamente importante, puesto que nuestras instituciones escolares, los libros de texto y las prácticas docentes niegan, consciente o inconscientemente, el papel que juegan las matemáticas en el mundo de la producción sociocomunitaria, hasta el punto de considerar la inexistencia de tal relación. En este sentido, pensamos que está pendiente una tarea sumamente urgente en cuanto a la necesidad de desarrollar una educación productiva tanto en el mundo comunitario institucional como extraescolar, siempre con la incorporación las matemáticas como parte esencial de la ciencia, la tecnología y la producción.

Como noveno aspecto, vinculado directamente con todos los anteriores, hemos tratado la temática del desarrollo de cualificaciones interdisciplinarias e investigativas en todos/as los/as integrantes del proceso educativo, como un medio adecuado para un mejor y mayor aprendizaje. Este aspecto tiene que ver con la corriente pedagógica y didáctica que venimos impulsando desde hace algún tiempo, en cuanto a la necesidad de que las prácticas educativas concretas estén centradas en actividades de investigación, ricas, necesarias y motivadoras tanto para la comunidad extraescolar como para los actores directos del proceso educativo.

Por último, hemos considerado sumamente importante la necesidad de fortalecer las revoluciones educativas, no sólo en el aspecto organizativo, administrativo e institucional, lo cual obviamente es muy necesario, sino básicamente con respecto al desarrollo de los procesos de aprendizaje y enseñanza propiamente dichos. Para ello es necesario incorporar activamente a toda la población, organizada en comunidades donde se ubiquen los respectivos centros educativos comunitarios y autónomos.

En la segunda parte del presente trabajo tratamos, también con cierta profundidad en el análisis y la reflexión sociocrítica, las matemáticas como parte esencial de las interacciones socioculturales, insistiendo en los aspectos de carácter ideológico. Al igual que en la primera parte, aquí también nos hemos apoyado en una diversidad de autores/as que, aunque no todos/as se refieren exclusivamente a las matemáticas, sí nos proporcionan elementos sustantivos y argumentativos para poder elaborar algunos constructos teóricos críticos sobre tales interacciones. Analizamos aspectos como, por ejemplo, la utilidad de las matemáticas para comprender y transformar la cotidianidad del sujeto, en su sentido individual y colectivo, la importancia que

tienen las ideas matemáticas fundamentales en la formación sociocrítica de las personas en cualquier momento histórico y espacio sociocultural, o el tratamiento de las matemáticas como parte esencial de los diversos niveles de abstracción de la realidad, pero también desde las realidades locales y globales, ambas altamente influyentes en la conformación de una ciudadanía crítica.

También hemos considerado importante apuntar que la comprensión apropiada de las matemáticas permitirá desarrollar el pensamiento sociocrítico para superar la ideología dominante. Por último, tratamos de estudiar la caracterización de los momentos subjetivos de la educación matemática. Todo lo anterior ha sido analizado y estudiado con la ayuda de la bibliografía pertinente y disponible sobre las respectivas temáticas.

Bibliografía

Adorno, T. (1973). “Sobre la lógica de las ciencias sociales”. En: AA. VV. *La disputa del positivismo en la sociología alemana*. Barcelona: Grijalbo.

Andelfinger, B. (1996). *Allgemeine Mathematik - Sanfter Mathematikunterricht - Allgemeine Mathematikdidaktik. Trends und Perspektiven in einem Wechselwirkungsfeld*. Ulm.

Apple, M. (1997). “Tomar en serio el poder: nuevas orientaciones en la equidad en la educación matemática y más allá”. En: Secada, W.; Fenema, E. y Adajian, L. *Equidad y enseñanza de las matemáticas: nuevas tendencias*. Madrid: Morata.

Apple, M. (1979). *Ideology and Curriculum*. New York/Londres: Routledge y Kegan Paul.

Apple, M. (1982). *Education and Power*. New York/Londres: Routledge y Kegan Paul.

Apple, M. (1996). *Política cultural y educación*. Madrid: Morata.

Araujo Freire, A. (2004) (ed.). *La pedagogía de la liberación en Paulo Freire*. Barcelona: Editorial Graó.

Barton, B. (1999). Ethnomathematics and Philosophy. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*. 3.

Bauer, L. (1990). Mathematikunterricht und Reflexion. *Mathematik Lehren*. 38.

Bauersfeld, H. (1988). ¿Quo Vadis? Zu den Perspektiven der Fachdidaktik. *Mathematica didactica*. 11.

Bauersfeld, H. (1983). Subjektive Erfahrungsbereiche als Grundlage einer Interaktionstheorie des Mathematiklernens und -lehrens. *Lernen und Lehren von Mathematik, Aulis, Köln*.

Belle, T. (1987). *Educación no formal en América Latina y el Caribe. ¿Estabilidad, reforma o revolución?* Caracas: Editorial Ateneo de Caracas.

Bernstein, B. (1990). *Poder, educación y conciencia.* Barcelona: El Roure.

Bernstein, B. (1997). *La estructura del discurso pedagógico.* Madrid: Morata.

Bernstein, B. (1998). *Pedagogía, control simbólico e identidad.* Madrid: Morata.

Bernstein, B. y otros/as (1997). *Ensayos de pedagogía crítica.* Madrid: Editorial Popular.

Bigott, L. A. (1992). *Investigación alternativa y educación popular en América Latina.* Caracas: Fondo Editorial Tropykos.

Bishop, A. (1988a). *Mathematical Enculturation: A Cultural Perspective on Mathematics Education.* Dordrecht.

Bishop, A. (1988b) (ed.). *Mathematics Education and Culture.* Dordrecht.

Bishop, A. (1999). *Enculturación Matemática. La educación matemática desde una perspectiva cultural.* Barcelona: Paidós.

Bishop, A. (2000). "Enseñanza de las matemáticas: ¿cómo beneficiar a todos los alumnos?" En: Gorgorió, N.; Deulofeu, J. y Bishop, A. (coords.). *Matemáticas y educación. Retos y cambios desde una perspectiva internacional.* Barcelona: Graó.

Blum, W. (1985). Anwendungsorientierter Mathematikunterricht in der didaktischen Diskussion. *Mathematische Semesterberichte.* N° 32.

Blum, W. (1993) (ed.). *Anwendungen und Modellbildung im Mathematikunterricht: Beiträge aus dem ISTRON - Wettbewerb.* Hildesheim.

Blum, W. y Niss, M. (1991). Applied Mathematical Problem Solving, Modeling, Applications and Links to Other Subjects - State, Trends Issues in Mathematics. *Enstruction. Educational Studies in Mathematics.* Vol. 22.

Böer, H. (1996). Das Risiko von Atomkraftwerken. *Mathematikleberer.* N° 76.

Borba, M. (1990). Ethnomathematics and Education. *For the Learning of Mathematics.* Vol. 10.

Bruner, J. (1987). *La importancia de la educación.* Buenos Aires: Paidós.

Bruner, J. (1988). *Desarrollo cognitivo y educación.* Madrid: Morata.

Bruner, J. (1997). *La educación, puerta de la cultura.* Barcelona: Visor.

- Burkhardt, H.** (1981). *The Real World and Mathematics*. Blackie-Birkhauser; reprinted 2000, Shell Centre Publications, Nottingham, U.K. URL: <http://www.mathshell.com/scp/index.htm>.
- Burscheid, H. J.** (1983). Formen der wissenschaftlichen Organisation in der Mathematikdidaktik. *JMD*. 4.
- Capon, N. y Kuhn, D.** (1979). Logical reasoning in the supermarket: adult females use of a proportional reasoning strategy in an everyday context. *Developmental Psychology*. 15 (4).
- Carr, W.** (1990). *Hacia una ciencia crítica de la educación*. Barcelona: Laertes.
- Carr, W. y Kemmis, S.** (1988). *Teoría crítica de la enseñanza. La investigación-acción en la formación del profesorado*. Barcelona: Martínez Roca.
- Carraher, D.** (1991). "Mathematics in and out of School: A Selective Review of Studies from Brazil". En: Harris, M. (Hrsg.): *Schools, Mathematics and Work*. Londres: Falmer.
- Carraher, T. N., Carraher, D. W. y Schliemann, A. D.** (1985). Mathematics in the street and in schools. *British Journal of Developmental Psychology*. 3.
- Carraher, T., Carraher, D. y Schlieman, A.** (1982). *Na vida dez, na escola, zero: Os contextos culturais da aprendizagem da matemática*. Sao Paulo: Caderna de Pesquisa. 42.
- Cerda, A. M. y otros.** (2004). *El complejo camino de la formación ciudadana. Una mirada a las prácticas docentes*. Santiago de Chile: LOM Ediciones / PIIE.
- Civil, M.** (1992). "Entering Students Households: Bridging the gap between out of school and in-school mathematics". En: A. Weinzweigh y A. Cirulis (eds.). *Proceedings of the 44th International Meeting of ICSIMT*.
- Corbalán, F.** (2000). "El Currículum en la ESO". En: Goñi, J. M. *El currículum de matemáticas en los inicios del siglo XXI*. Barcelona: Editorial Graó.
- Da Ponte, J. P.** (2004). "Problemas e investigación en la actividad matemática de los alumnos". En: Giménez, J.; Santos, L. y Da Ponte, J. P. (coords.). *La actividad matemática en el aula*. Barcelona: Editorial Graó.
- Damerow, P.** (1986) (ed.). *Mathematics for all. Problems of cultural selectivity and unequal distribution of mathematical education and future perspectives on mathematics teaching for the majority*. París: UNESCO.
- Delanty, G.** (2003). *Community. Comunidad, educación ambiental y ciudadanía*. Barcelona: Editorial Graó.

Ernest, P. (1998). *Social Constructivism as a Philosophy of Mathematics*, State University of *New York Press*.

Fischer, R. (1982). "Einige Ansätze zur Philosophie im Mathematikunterricht". En: Steiner, Hans-George (ed.): *Mathematik - Philosophie - Bildung*, Aulis. Köln.

Fischer, R. (1988a). *Mittel und System. Zur sozialen Relevanz der Mathematik. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*. 20 (1).

Fischer, R. (1998b). "Technologie, Mathematik und Bewußtsein der Gesellschaft". En: Kadunz, G. (ed.) *Mathematische Bildung und neue Technologien*. Teubner, Stuttgart y Leipzig.

Fischer, R. y Malle, G. (1985). *Mensch und Mathematik. Eine Einführung in didaktisches Denken und Handeln*, BI Wissenschaftsverlag. Mannheim y Wien.

Flecha, R. (1997). "Pensamiento y Acción Crítica en la Sociedad de la Información". En: Bernstein, B. y otros. *Ensayos de Pedagogía Crítica*. Madrid: Popular.

Frankenstein, M. (1997). "La equidad en la educación matemática: el aula en el mundo exterior al aula". En: Secada, W. G.; Fennema, E. y Adajian, L. B. (comps.). *Equidad y enseñanza de las matemáticas: nuevas tendencias*. Madrid: Morata.

Freire, P. (1973). *Pedagogía del oprimido*. Madrid: Siglo XXI.

Freire, P. (1985). *La naturaleza política de la educación. Cultura, poder y liberación*. Barcelona: Paidós.

Freire, P. (2002). *Pedagogía de la esperanza. Un reencuentro con la pedagogía del oprimido*. Buenos Aires: Silo XXI.

Freudenthal, H. (1973). *Mathematik als pädagogische Aufgabe*. Bd. 1. Klett Verlag, Stuttgart.

Freudenthal, H. (1973). *Mathematik als pädagogische Aufgabe*. Volumen I und II. Stuttgart.

Gellert, U. (1998). *Von Lernerfahrungen zu Unterrichtskonzeptionen. Eine soziokulturelle Analyse von Vorstellungen angegebender Lehrerinnen und Lehrer zu Mathematik und Mathematikunterricht*. Berlín.

Gimeno Sacristán, J. (1995). *El currículum: una reflexión sobre la práctica*. Madrid: Morata.

Giroux, H. (1990). *Los profesores como intelectuales. Hacia una pedagogía crítica del aprendizaje*. Madrid: Paidós.

- Giroux, H.** (1992). *Teoría y Resistencia en Educación*. México: Siglo XXI.
- Giroux, H.** (1993). *La escuela y la lucha por la ciudadanía: pedagogía crítica de la época moderna*. México: Siglo XXI.
- Giroux, H.** (2001). *Cultura, política y práctica educativa*. Barcelona: Graó.
- Giroux, H.** (2003). *Pedagogía y política de la esperanza. Teoría, cultura y enseñanza*. Buenos Aires: Amorrortu.
- Gmurman, V. E. y Korolev, F. F.** (1967). *Fundamentos generales de la pedagogía*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Gorgorió, N.; Prat, M. y Santiesteban** (2006). “El aula de matemáticas multicultural: distancia cultural, normas y negociación”. En: Goñi, J. (2006) (coord.). *Matemáticas e interculturalidad*. Barcelona: Editorial Graó.
- Greeno, J.** (1998). The Situativity of Knowing, Learning, and Research. *American Psychologist*. January. Vol. 53.
- Grundy, S.** (1998). *Producto o praxis del currículum*. Madrid: Morata.
- Guzmán, de M.** (2007). Enseñanza de las ciencias y la matemática. *Revista iberoamericana de educación, enseñanza de la matemática*. Madrid: Organización de Estados Iberoamericanos.
- Hernández, F. y Ventura, M.** (2002). *La organización del currículum por proyectos de trabajo. El conocimiento es un calidoscopio*. Barcelona: Editorial Graó.
- Hersh, R.** (1997). *What is mathematics, really?* Oxford: Oxford University Press.
- Heymann, H. W.** (1996). *Allgemeinbildung und Mathematik. Bildungstheoretische Reflexionen zum Mathematikunterricht an allgemeinbildenden Schulen*. Weinheim.
- Hidalgo, M.** (2009). *Los proyectos de aprendizaje integrado. Una propuesta pedagógica*. Lima: Impresoras Grafimag.
- Howson, G. y Bryan, W.** (1986). *Las matemáticas en primaria y secundaria en la década de los 90*. Kuwait.
- Howson, G. y Bryan, W.** (1986). *Las matemáticas en primaria y secundaria en la década de los 90*. Kuwait.
- Jackson, Ph.** (1996). *La vida en las aulas*. Madrid: Morata.
- Jackson, Ph.** (2002). *Práctica de la enseñanza*. Buenos Aires: Amorrortu.

- Jonson, D.; Jonson, R. y Jonson, E.** (1994). *Los nuevos círculos del aprendizaje. La cooperación en el aula y la escuela*. Buenos Aires: Editorial Aique.
- Joseph, G.** (1993). "A Rationale for a Multicultural Approach to Mathematics". En: Nelson D.: Joseph, G. y Williams, J. *Multicultural Mathematics*. Oxford.
- Kaiser, G.** (1995). "Vergleichende empirische Untersuchungen in England und Deutschland zum realitätsbezogenen Lehren und Lernen von Mathematik". En: Steiner, V. (ed.): *Neue Probleme und praxisbezogene Forschungsansätze*. IDM 20, Köln.
- Kemmis, S.** (1992). "Mejorando la Educación mediante la investigación acción". En: Salazar, M. (ed.). *La investigación-acción participativa. Inicios y desarrollo*. Madrid: s/e.
- Kemmis, S.** (1996). *La investigación como base de la enseñanza*. Madrid: Morata.
- Lange, J.** (1996). "Using and Applying Mathematics in Education". En: Bishop, A. J. (ed.). *International handbook of mathematics education, Part one*. Utrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Lange, J.** (1987). *Mathematics-insight and meaning*. Utrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Lave, J.** (2001). "La práctica del aprendizaje". En: Chaiklin, S. y Lave, J. *Estudiar las prácticas. Perspectivas sobre actividad y contexto*. Buenos Aires: Amorrortu.
- Lave, J.** (2001). *Estudiar las prácticas. Perspectivas sobre actividad y contexto*. Buenos Aires: Talleres Gráficos Color Efe.
- Leontiev, A.** (1978). *Actividad, conciencia y personalidad*. Buenos Aires: Ciencias del Hombre.
- Leontiev, A.** (1979). *La actividad en la psicología*. La Habana: La Habana Editorial.
- Leontiev, A. N.** (1973). *El hombre y la cultura. Problemas teóricos sobre la educación*. México D. F.: Editorial Grijalbo.
- Lorente, P. G.** (2001). "Sugerencias para la Práctica de la Evaluación desde una Posición Teórica-Crítica". En: Mainer, J. (coord.). *Discursos y prácticas para una didáctica crítica*. Sevilla: Díada Editora.
- Maaß, J.** (1988). *Mathematik als soziales System . Geschichte und Perspektiven der Mathematik aus systemtheoretischer Sicht*. Weinheim: Deutscher Studienverlag.
- Maaß, J. y Schlöglmann, W. (eds.) (1989): *Mathematik als Technologie? Wechselwirkungen zwischen Mathematik, Neuen Technologien, Aus- und Weiterbildung*. Weinheim: Deutscher Studienverlag.
- Magendzo, A.** (1996). *Currículum, educación para la democracia en la modernidad*. Bogotá: s/e.

- Magendzo, A.** (2003). *Transversalidad y currículum*. Bogotá: Editorial Magisterio.
- McLaren, P.** (1997). *Pedagogía crítica y cultura depredadora. Políticas de opresión en la era postmoderna*. Barcelona: Paidós.
- McLaren, P.** (1998). *Pedagogía, identidad y poder. Los educadores frente al multiculturalismo*. Rosario/Santa Fe: Homo Sapiens.
- McLaren, P.** (2001). *El Ché Guevara, Paulo Freire y la pedagogía de la revolución*. Buenos Aires: Siglo XXI.
- McLaren, P.** (2005). *La vida en las escuelas. Una introducción a la pedagogía crítica en los fundamentos de la educación*. México D. F.: Siglo XXI.
- Mora, D.** (1998). *Probleme des Mathematikunterrichts in lateinamerikanischen Ländern-explorative empirische Studie zur Entwicklung didaktische und curricularer Innovationenansätze im Kontext der Educación Popular am Beispiel Nicaragua und Venezuela*. universidad de Hamburgo. Disponible en: www.sub.uni-hamburg.de/disse/05.
- Mora, D.** (2005). "Didáctica crítica y educación crítica de las matemáticas". En: Mora, D. (coord.). *Didáctica crítica, educación crítica de las matemáticas y etnomatemática. Perspectivas para la transformación de la educación matemática en América Latina*. La Paz: Editorial Campo Iris.
- Mora, D.** (2009). *Didáctica de las matemáticas desde una perspectiva crítica, investigativa, colaborativa y transformadora*. La Paz: Instituto Internacional de Integración.
- Mora, D. y Oberliesen, R.** (2004). *Trabajo y educación: Jóvenes con futuro. Ideas educativas y praxis sobre el currículum, la escuela, el aprendizaje, la enseñanza, la formación docente en un contexto internacional*. La Paz: Editorial Campo Iris.
- Moreno, A.** (2004). *Ideología y educación matemática. El proceso de infusión ideológica*. Barcelona: Editorial Octaedro-EUB.
- Niss, M.** (1987). Applications and Modeling in Mathematics Curriculum - State and Trends. *International Journal for Mathematical Education in Science and Technology*. 18.
- Oberliesen, R.** (1998). Arbeitsorientierte Bildung in Netzwerk von Lernorten. *Arbeiten und Lernen / Technik*. 8. N° 29. Seelze: Friedrich Verlag.
- Oberliesen, R. y Reuel, G.** (eds.) (2003). *Schule zwischen materieller und virtueller Lernkultur*. Ballmannsweiler: Schneider Verlag.
- Ortega, T.** (2005). *Conexiones matemáticas. Motivación del alumnado y competencia matemática*. Barcelona: Editorial Graó.

Osborne, J. (2001). "Hacia una educación científica para una cultura científica". En: Benlloch, M. (comp.). *La educación en ciencias: ideas para mejorar su práctica*. Barcelona: Paidós.

Pérez Gómez, Á. (1998). *La cultura escolar en la sociedad neoliberal*. Madrid: Morata.

Pérez, M.; Mateos, M.; Scheuer, N. y Martín, E. (2007). "Enfoque en el estudio de las concepciones sobre el aprendizaje y la enseñanza". En: Pozo, J. I. y otros. *Nuevas formas de pensar la enseñanza y el aprendizaje. Las concepciones de profesores y alumnos*. Barcelona: Editorial Graó.

Perkins, D. (1995). *La escuela inteligente*. Barcelona: Gedisa.

Perkins, D. (1997). *Un aula para pensar*. Buenos Aires: Aique.

Perkins, D. (2003). *La bañera de Arquímedes y otras historias del descubrimiento científico*. Buenos Aires: Paidós.

Perrone, V. (2003). "¿Por qué necesitamos una pedagogía de la comprensión?" En: Stone Wiske, M. (comp.). *La enseñanza para la comprensión. Vinculación entre la investigación y la práctica*. Buenos Aires: Talleres Gráficos D'Aversa.

Pollak, H. (1979). "The interaction between mathematics and other school subjects". En: UNESCO (eds.), *New trends in mathematics teaching IV*. Paris.

Restivo, S.; van Bendegem, J. P. y Fischer, R. (1993) (eds.): *Math Worlds. Philosophical and Social Studies of Mathematics and Mathematics Education*. New York: State University of New York Press.

Sacristán, G. (2005). *La educación que aún es posible*. Madrid: Morata.

Schroeder, J. (2000). "Mathematik". En: Reich, H. y Holzbrecher, A. y Roth, H.-J. (eds.). *Fachdidaktik interkulturell. Ein Handbuch, Leske + Budrich*. Opladen.

Schweiger, F. (1992). Fundamentale Ideen-eine geisteswissenschaftliche Studie zur Mathematikdidaktik. *Journal für Mathematikdidaktik*. 13 (1992) 2/3, S.

Serrano, W. (2003). *El discurso matemático en el aula*. Mimeografiado. Caracas: universidad Central de Venezuela.

Serrano, W. (2005a). El significado de objetos en el aula de matemáticas. *Revista de Pedagogía*. XXVI (75).

Serrano, W. (2005b). *Elementos de Álgebra. Unidad didáctica diseñada para el curso Introducción al Álgebra del Instituto Pedagógico de Miranda "José Manuel Siso Martínez"*. Tesis de Maestría no publicada. Caracas: universidad Pedagógica Experimental Libertador, Instituto Pedagógico de Caracas.

Serrano, W. (2006). *Algunos desarrollos teóricos en Educación Matemática: Una revisión de sus fundamentos*. Mimeografiado. Caracas: universidad Central de Venezuela.

Serrano, W. (2009). Algunos elementos para una educación matemática crítica en Venezuela: conocer y conocimiento. *Integra Educativa*. Vol. 2, N° 2. La Paz: III-CAB.

Siede, I. (2007). *La educación política. Ensayos sobre ética y ciudadanía en la escuela*. Buenos Aires: Paidós.

Skovsmose, O. (1994). *Towards a philosophy of critical mathematics education*. Dordrecht/Boston/London: Kluwer Academic Publishers.

Skovsmose, O. y Valero, P. (2007). “Educación matemática y justicia social: hacerle frente a las paradojas de la sociedad de la información”. En: Giménez, J., Díez-Palomar, J. y Civil, M. *Educación matemática y exclusión*. Barcelona: Editorial Graó.

Sotelo Valencia, A. (2000). *Neoliberalismo y educación. La huelga de la UNAM a finales del siglo XX*. Disponible en: <http://www.rebellion.org/docs/9882.pdf>.

Steiner, H. G. (1989). Philosophische und epistemologische Aspekte der Mathematik und ihr Einfluß auf den Mathematikunterricht. *Mathematische Semesterberichte*. 36 (1).

Stenhouse, L. (1984). *Investigación y desarrollo del currículum*. Madrid: Morata.

Stenhouse, L. (1987). *La investigación como base de la enseñanza*. Madrid: Morata.

Tietze, U.-P.; Klika, M. y Wolpers, H. (1982). *Didaktik des Mathematikunterrichts in der Sekundarstufe II*. Braunschweig: Vieweg.

Tietze, U.-P., Klika, M. y Wolpers, H. (1997). *Mathematikunterricht in der Sekundarstufe II. Band 1: Fachdidaktische Grundfragen, Didaktik der Analysis*. Braunschweig: Vieweg.

Torres, J. (2001). *Educación en tiempos de neoliberalismo*. Madrid: Morata.

Urton, G. (2003). *La vida social de los números. Una ontología de los números y la filosofía de la aritmética quechuas*. Cuzco: Centro de Estudio Regionales Andinos “Bartolomé de las Casas”.

Viaña, J. (2009). Teoría crítica o positivismo en la práctica pedagógica. *Integra Educativa*. Vol. 2, N° 2. La Paz: III-CAB.

Vygotsky, L. S. (1926). *Psicología pedagógica*. Buenos Aires: Editorial Aique.

Wass, S. (1992). *Salidas escolares y trabajo de campo en la educación primaria*. Madrid: Morata.

Wenger, E. (2001). *Comunidades de práctica. Aprendizaje, significado e identidad*. Barcelona: Paidós.

Wille, R. (1995). "Allgemeine Mathematik als Bildungskonzept für die Schule". En: Biehler, R. u.a. (eds.): *Mathematik allgemeinbildend unterrichten*. Aulis, Köln.

Winter, H. (1991). *Entdeckendes Lernen in Mathematikunterricht. Einblicke in die Ideengeschichte und ihre Bedeutung für die Pädagogik*. Braunschweig.

Xie, X. y Carspecken, P. F. (2008). *Philosophy, Learning and the Mathematics Curriculum. Dialectical Materialism and Pragmatism related to Chinese and U. S. Mathematics Curriculum*s. Rotterdam y Taipei: Sense Publishers.

Zabala, A. (1999). *Enfoque globalizador y pensamiento complejo. Una respuesta para la comprensión e intervención en la realidad*. Barcelona: Editorial Graó.