

# Formando docentes de matemática para la enseñanza del álgebra lineal

---

*Mariagabriela Gracia*  
mg\_alzuarde@yahoo.es

## RESUMEN

El presente estudio pretende, fundamentalmente, diseñar y aplicar una propuesta para la enseñanza de las matrices y los sistemas de ecuaciones lineales, con base en la resolución de problemas reales, a docentes de matemática en formación, para lo cual utilizamos el método de investigación-acción. Con esta intención, diseñamos situaciones de aprendizaje que luego fueron aplicadas en el curso de Introducción al Álgebra Lineal con un grupo de estudiantes de matemática del Instituto Pedagógico de Miranda José Manuel Siso Martínez. Para la recolección de los datos obtenidos durante el proceso de implementación de esta propuesta didáctica, aplicamos la técnica de la entrevista en profundidad, de tipo semi-estructurada; por otra parte, los estudiantes llevaron diarios de clase. Todos los datos recogidos con estos instrumentos fueron analizados con ayuda de la aplicación denominada *Atlas-Ti*, a partir de procesos de categorización (Martínez, 2007) y triangulación (Ferrer y Jiménez, 2006). Entre las conclusiones del estudio podemos destacar: 1) Una de las principales dificultades en la formulación de problemas a partir de un contexto real, consiste en la organización de los datos reales y la complejidad que para los estudiantes presenta la realidad. 2) Los estudiantes opinan que los problemas de programación lineal permiten trabajar simultáneamente diversos temas de la matemática, dándoles un sentido de aplicación a la realidad. 3) Este tipo de estrategias de resolución y formulación de problemas de contexto real, debe y puede ser llevada al aula de clases para su aplicación en el bachillerato, tanto por las competencias matemáticas que permiten desarrollar como por la motivación que despierta en los estudiantes.

**Palabras clave:** resolución de problemas, enseñanza del álgebra lineal, formación docente en matemática, enseñanza de la matemática.

## ABSTRACT

The present study's purpose is to design and apply a proposal, based on real problems solving, for the teaching of matrixes and lineal equations systems to the in training math teachers so, in order to do it, we have used the action-research method. With this intention, we have designed learning situations which were applied later in the Introduction to Lineal Algebra course on a group of math students of the José Manuel Siso Martínez Pedagogical Institute of Miranda. In order to collect the data obtained during the implementation process of this pedagogic project, we have applied the mid-structured depth interview technique; by the other side, the students wrote class diaries. All the data collected with these instruments was analyzed using an applet called *Atlas-Ti*, beginning from categorization (Martínez, 2007) and triangulation (Ferrer y Jiménez, 2006) processes. Within the conclusions of this study, we can highlight: 1) One of the main difficulties in the formulation of problems that become from a real context is the real data organization and the complexity that the reality presents to the

students. 2) The students think that the lineal programming problems allow the work over diverse math themes, giving them an over the reality meaning. 3) This type of strategies for real context problems formulation and solving must and can be carried to the classroom for its use in high school, both the math skills that allow getting and the motivation it raises in the students.

**Keywords:** problems solving, lineal algebra teaching, teacher's math training, math teaching.

## **1. Formando docentes de matemática para la enseñanza del álgebra lineal**

La matemática en la educación primaria, en el bachillerato e inclusive en la universidad, tiene características similares: se desarrolla de forma muy marcada dentro del paradigma del ejercicio (Skovsmose, 1999: 65), pues se aplica muy pocas veces la resolución de problemas; falta una conexión entre los contenidos matemáticos desarrollados y los contextos reales y cercanos al estudiante, entre otras cosas.

Los estudiantes de los distintos niveles del sistema educativo, consideran que la matemática es un cuerpo acabado de conocimientos y algoritmos ininteligibles cuyo campo de acción no supera el salón de clases, que sólo es utilizado por el profesor para otorgar una calificación y por los alumnos para obtener un título (Skemp, 1993; Gasquet, 1997). De esta situación no escapan los estudiantes de educación en la especialidad de matemática quienes, en muchas ocasiones, consideran que lo que aprenden sobre matemática en la universidad nada tiene que ver con lo que necesitarán para desempeñar su rol de profesores de matemática.

Es por ello que se han desarrollado diversas corrientes sobre educación matemática alrededor del mundo. Entre ellas podemos encontrar la didáctica Fundamental en Francia, la socioepistemología en México, la educación matemática crítica en Dinamarca y Venezuela, la etnomatemática en Brasil y España, el pensamiento matemático avanzado en EE.UU., la educación matemática realista en Holanda, etc.

La educación matemática crítica, por su parte, promueve y argumenta el poder formativo de las matemáticas en términos de las competencias democráticas y la alfabetización matemática, dándole así un carácter político a su aprendizaje pues está basada en considerar el papel de las matemáticas en la sociedad y su poder formativo, es decir que los principios que guían la educación matemática no provienen más de ella misma, sino de su contexto social (Skovsmose, 1999: 130).

Esta concepción de la educación matemática, en los distintos niveles del sistema educativo del mundo, puede ponerse en práctica a través de diversas metodologías de trabajo, una de las cuales es el trabajo por proyectos. Esta metodología requiere que la educación matemática esté orientada hacia los intereses de los estudiantes,

vinculando sus diferentes disciplinas con el mundo social y natural a través de la experimentación directa, para la transformación de la realidad con base en una explicación de los elementos que intervienen en el proyecto. En este sentido, podemos decir que el trabajo por proyectos requiere de un nivel de comunicación profundo entre las disciplinas, un trabajo interdisciplinar que sólo es posible mediante la implicación activa de los participantes (profesores, estudiantes, comunidad escolar y extraescolar) en todas las actividades que implica el proyecto.

Sin embargo, la formación que recibe la mayoría de los docentes en las universidades latinoamericanas tiene un gran contenido disciplinar, que no permite siquiera reconocer la relación existente entre matemática y realidad. Entonces, mucho menos permitirá reconocer la importancia de la forma de trabajo interdisciplinar conducente dar solución a un problema social o explicación a un fenómeno natural o social. Los estudiantes de educación matemática no han recibido formación en las competencias necesarias para el trabajo por proyectos, ni en las técnicas que permiten la matematización de las situaciones reales, tales como la modelación matemática.

Podemos citar como ejemplo el caso venezolano de la universidad Pedagógica Experimental Libertador (UPEL), donde la autora de esta investigación se formó como docente de matemática y ahora se desempeña como tal aplicando el mismo currículo. En Venezuela, la UPEL es una de las universidades más importantes en lo que se refiere a formación de docentes de matemática, pues cuenta con ocho institutos pedagógicos ubicados en distintos puntos del territorio nacional<sup>1</sup>. En esta universidad, tal como lo explicamos en otra obra (Gracia, 2009), el plan de estudios para los estudiantes de matemática tiene 4 componentes, a saber: 1) formación general; 2) formación pedagógica; 3) formación especializada; y 4) práctica profesional.

El componente de formación especializada, está compuesto a su vez por todos los cursos que corresponden a la formación en matemática que recibirán los futuros docentes durante su carrera; mientras que, por otra parte, el componente de formación pedagógica se encarga de formarlos en las áreas teórico-educativas y metodológicas. Pero son los cursos de formación especializada los que verdaderamente influyen en las concepciones de estos estudiantes acerca de cómo se enseña y cómo se aprende matemática. Este tipo de estructura curricular para la formación inicial de los docentes de matemática hace que la enseñanza científica quede restringida al estudio de la materia específica, mientras que la formación pedagógica se circunscribe a los límites de lo teórico e instrumental (Davini, 2001).

---

<sup>1</sup> Instituto Pedagógico de Miranda, Instituto Pedagógico de Caracas, Instituto de Mejoramiento Profesional del Magisterio, Instituto Pedagógico de Barquisimeto, Instituto Pedagógico de Maracay, Instituto Pedagógico del Mácara, Instituto Pedagógico Gervasio Rubio e Instituto Pedagógico de Maturín.

Es necesario que, en los cursos de formación especializada, se presenten situaciones de aprendizaje en las que los estudiantes vivan diversas formas de abordar el conocimiento matemático a partir de contextos reales y, lleguen a la resolución y formulación de problemas contextualmente reales e interesantes para ellos. Consideramos, tal como señala Mora, que esta tendencia a trabajar con el planteamiento y resolución de problemas reales y problemas de aplicaciones “no será entendida como contenidos de aprendizajes extras, sino que ellos se han de conectar con el tratamiento cotidiano de los planes de aprendizaje y enseñanza ya existentes” (2001: 4). Esto permitirá al docente en formación ampliar su concepción acerca de la relación entre la matemática y otras áreas del quehacer humano, identificar situaciones sociales y naturales susceptibles de ser interpretadas y transformadas a partir de la matemática, e incorporar a su práctica educativa las experiencias de aprendizaje matemático adquiridas durante su formación inicial como docente.

Uno de los cursos del componente de formación especializada, en la UPEL, es Introducción al Álgebra Lineal (IAL-0813), que se imparte en el cuarto período académico de la carrera, de acuerdo con la matriz de ubicación y secuencia del plan de estudios de la especialidad de matemática. Los contenidos contemplados en este curso tienen una estrecha relación con los que corresponden al 5º año del bachillerato venezolano; por esta razón, este curso se perfila como un escenario ideal para proponer e implementar las situaciones de aprendizaje centradas en la resolución de problemas realistas y reales en matemática.

En este trabajo, procuramos hacer aportes concretos a la implementación de las ideas sobre resolución de problemas y matemática y realidad; para ello, pretendemos elaborar una propuesta para el trabajo con contenidos propios de este curso: matrices, operaciones elementales por filas, método de reducción por filas de Gauss-Jordan y resolución de sistemas de ecuaciones, a través de la resolución y formulación de problemas de programación lineal en contextos realistas y reales.

## 2. Algunos referentes teóricos de nuestro trabajo

### Tradiciones en la formación docente

Las *tradiciones en la formación docente* es un término acuñado por Davini, investigadora de la universidad de Buenos Aires con una larga trayectoria de trabajo y estudios en este campo. Esta autora las define como “configuraciones de pensamiento y de acción que, construidas históricamente, se mantienen a lo largo de tiempo, en cuanto están institucionalizadas, incorporadas a las prácticas y a la conciencia de los sujetos” (2001: 20).

La autora señala tres tradiciones hegemónicas en la formación docente: la normalizadora-disciplinadora (el buen maestro), la académica (el docente enseñante)

y, por último, la eficientista (el docente técnico). A continuación presentamos un cuadro en el que resumimos el origen, la visión de la educación, la visión del docente y la visión de la formación docente de cada una de estas “tradiciones”.

*Cuadro 1*  
Tradiciones en la formación docente

Tradición	Orígenes	Visión de educación	Visión del docente	Visión de la formación docente
Normalizadora El buen maestro	La cantidad de personas que migraron del campo a la ciudad, producto de la industrialización, hizo necesario para la filantropía del siglo XIX la introducción de la pedagogía para “normalizar” los comportamientos de estos sujetos.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Orientada a disciplinar la conducta, los comportamientos y costumbres de las masas, más que a desarrollar el pensamiento, la formación de habilidades, o el desarrollo del conocimiento.</li> <li>- Basada en la filosofía positivista y en el espiritualismo pedagógico.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Rol socializador y moralizador.</li> <li>- Difusor de cultura, entendida como las formas de comportamiento aceptables, y por el conocimiento básico y mínimo que pudiera ser de utilidad para la mayoría.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Basada en la filosofía positivista y en el espiritualismo pedagógico.</li> <li>- Se desarrolló principalmente en las escuelas normales, de las cuales egresaban los maestros normalistas.</li> </ul>
Académica El docente enseñante	En América Latina se sustenta en Flexner (1930) y sus seguidores.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Es un sistema que permite la “transposición” del conocimiento, considerado como legítimo por la dirigencia y las corporaciones de expertos en las distintas disciplinas, al ciudadano común.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Persona con profundos conocimientos disciplinarios en la materia que enseña, encargado de la transposición didáctica.</li> <li>- Reproductor del conocimiento producido por “los expertos”.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Se considera triviales los cursos de formación pedagógica, sin rigor científico. Las competencias necesarias para la enseñanza se los logra en la práctica.</li> <li>- Se privilegia la enseñanza de la disciplina</li> </ul>

Cuadro 1 (cont.)

Tradición	Orígenes	Visión de educación	Visión del docente	Visión de la formación docente
Eficientista El docente técnico	Se inició en los años sesenta con las ideas de alcanzar el desarrollo económico y la sociedad industrial. Se preveía un estadio de despegue, otro de impulso hacia la madurez y una etapa de alto consumo de masas.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Vinculada a la economía, vista como una inversión o para formar el recurso humano necesario para la industria y negocios. Implanta la división técnica del trabajo escolar.</li> <li>- Apoyada en el conductismo, centra la enseñanza en la definición de objetivos operativos y control de resultados.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Un técnico que trae a la práctica, simplificada-mente, un currículo determinado por objetivos de conducta y medición de rendimientos.</li> <li>- Pierde el control de las decisiones en la enseñanza, pues se consolida la desconexión entre la concepción y la ejecución de la educación.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Marcada por la lógica tecnista.</li> <li>- Invadida por temas como planificación, recursos Instruccionales, evaluación objetiva, enseñanza audiovisual.</li> <li>- Enfocada en la modernización, desarrollo, formación de recursos humanos (capital humano)</li> </ul>

Fuente: Davini (2001).

Davini también hace referencia a lo que denomina *tendencias no consolidadas en tradiciones*, que define como “proyectos ideológicos pedagógicos de los docentes, como formas de resistencia a los proyectos de dominación de las tradiciones hegemónicas” (2001: 42), apoyadas en las propuestas más liberadoras construidas a partir del pensamiento pedagógico contemporáneo para la práctica pedagógica en la escuela, la enseñanza y la formación de los docentes. Entre estas tendencias no consolidadas menciona las propuestas hechas desde la “Pedagogía de la Educación para la Democracia de Dewey y Kilpatrick, pasando por los diversos desarrollos de la Escuela Activa, del constructivismo piagetiano y pospiagetiano, de la crítica antiautoritaria de Neil y de las líneas de Pedagogía Humanista, hasta los aportes de la Pedagogía Institucional” (Ibíd.).

Estas propuestas, aunque muy importantes y enriquecedoras, no han logrado producir programas concretos de formación inicial de docentes con perfiles curriculares propios y han sido implementadas dentro de prácticas y mensajes contradictorios. Por ejemplo, se enseñan a través del método expositivo los principios de la Escuela Activa, se promueve el constructivismo piagetiano junto con técnicas de planificación basadas en el conductismo. Según Davini, “para formar docentes compenetrados con estos enfoques, ellos mismos deberían pasar por la experiencia de aprendizaje institucional semejante” (2001: 43).

## Modelos docentes y modelos epistemológicos del conocimiento matemático

En este apartado nos referiremos a un artículo escrito por Gazcón (2001), en el que estudia la correspondencia entre los modelos epistemológicos generales que han existido a lo largo de la historia de las matemáticas y algunos modelos docentes más o menos estructurados que, en cierta forma, cohabitan entremezclados en las diferentes instituciones educativas, incluyendo las instituciones de formación docente. El autor describe dos grupos de teorías epistemológicas generales: las euclídeas y las cuasi-empíricas<sup>2</sup>, y añade un tercer grupo de teorías epistemológicas, las constructivistas.

### Cuadro 2

#### Modelos docentes y teorías epistemológicas de la matemática

		Modelos docentes	Características principales	Papel de la resolución de problemas	
Teorías Epistemológicas	Euclidianismo  El conocimiento matemático se deduce de un conjunto finito de proposiciones trivialmente verdaderas (axiomas) que constan de términos perfectamente conocidos (términos primitivos).	Teoricismo	Pone el acento en los conocimientos acabados y cristalizados en 'teorías' no considerando la actividad matemática, sólo el fruto final de ésta.	Actividad auxiliar en el aprendizaje de las teorías, no constitutiva del pensamiento matemático. Usados para aplicar, ejemplificar, consolidar teorías, introducir conceptos, motivar o justificarlos.	
		Tecnicismo	Identifica implícitamente "enseñar y aprender matemática" con "enseñar y aprender técnicas algorítmicas"	Trivializados por su fijación en las técnicas, especialmente algorítmicas. Consideran problemas no rutinarios y fuera del contexto en el que se originan	
	Cuasi-empirismo  El origen y el método de la matemática, e incluso su propia justificación, ha de provenir de la experiencia... en un sentido más sofisticado de experiencia matemática	Modernismo	Identifica "enseñar y aprender matemáticas" con enseñar y aprender esta actividad exploratoria, libre y creativa, de problemas no triviales.	Hacer ensayos, conjeturas, formular planes de resolución, establecer contraejemplos. El enunciado no indica el procedimiento para su solución, y el dominio conceptual en el que se encuentran es familiar al estudiante.	
		Procedimentalismo	El fin principal del proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas es el dominio de técnicas no algorítmicas (heurísticas).	Se centra en el desarrollo, utilización y dominio de "estrategias complejas" para resolver problemas.	

<sup>2</sup> Caracterización tomada de Lakatos, I. (1978), *Mathematics, science and epistemology: philosophical papers*. Volumen II.

Cuadro 2 (cont.)

		Modelos docentes	Características principales	Papel de la resolución de problemas
Teorías Epistemológicas	Constructivismo	Constructivismo psicológico	El conocimiento matemático se obtiene a través de un proceso exclusivamente psicológico. No se refieren explícitamente la naturaleza matemática, la construcción del conocimiento, ni el contexto en el que ésta se realiza.	Instrumento para la construcción de conocimientos nuevos. En los problemas propuestos el conocimiento que se pretende que el estudiante construya debe constituir el insumo más conveniente para su resolución.
	Los mecanismos e instrumentos que establecen la transición de un período de la matemática a otro se corresponden con los que establecen el paso de un “tránsito psicogenético” al siguiente.	Constructivismo matemático	El estudiante construye el conocimiento a través de la formulación de un modelo matemático, de un sistema intra o extra-matemático.	Tiene como objetivo primordial la obtención de conocimientos sobre el sistema modelizado.

Fuente: Gazcón (2001).

El cuadro anterior resume los modelos docentes derivados de asumir ciertas teorías epistemológicas de la matemática, haciendo hincapié en el papel que cumple la resolución de problemas en cada uno de ellos.

Consideramos que este último modelo docente, el constructivismo matemático, es el más idóneo para el trabajo en la enseñanza de matemática basada en contextos reales. Según Gazcón, en este modelo la resolución de problemas “pasa siempre por la construcción explícita de un modelo del sistema subyacente y tiene como objetivo la producción de conocimientos relativos a ese sistema” (2001: 150). Es por ello que esta relación, entre el sistema y su modelo, tiene gran importancia al generar conocimiento matemático referente al sistema modelizado.

La limitación más importante de este modelo docente es que se deja de lado el papel de la técnica, y su dominio por parte del estudiante, en la construcción del conocimiento matemático y en la actividad matemática en sí misma. Estaremos atentos a la limitación señalada por este autor sobre el descuido de la técnica, del conocimiento y de la actividad matemática, para ello pretendemos formalizar los conocimientos matemáticos que deriven de los problemas planteados.

## Resolución de problemas

Con el ánimo de avanzar hacia una definición de *problema* adaptada a nuestra investigación, presentamos a continuación una lista de definiciones tomada de Juidías y Rodríguez (2007):

- “Una cuestión que causa perplejidad o que presenta dificultad” (Webster, 1979, citado en Schoenfeld, 1992).
- “Una situación que exige la aplicación de un plan de acción con objeto de transformarla” (McDermott, 1978, citado en Puente, 1994).
- “Una tarea que plantea al individuo la necesidad de resolverla y ante la cual no tiene un procedimiento fácilmente accesible para hallar la solución” (Lester, 1983, citado en Pérez, 1987).
- “Para Schoenfeld (1989), una actividad de aprendizaje es un verdadero problema si el alumno se interesa en ella y no tiene medios matemáticos de fácil acceso para alcanzar la solución”.

En el marco de este trabajo, consideraremos que una situación presentada al estudiante es un problema matemático si, frente a ella, el estudiante siente interés por resolverla y requiere de un proceso reflexivo y de aplicación de elementos propios de la matemática para llegar a la solución.

### **Matemática realista**

A finales de la década de los sesenta se empezó a implementar la denominada Matemática Moderna, vista como la solución a los problemas económicos surgidos inmediatamente después de la segunda guerra mundial (Mora, 2001). Entre los cambios fundamentales que llevó a cabo esta reforma de la enseñanza de la matemática, encontramos el dominio en los programas de la teoría de conjuntos<sup>3</sup> en el currículo, “llegándose hasta el punto de decir que en el futuro toda la enseñanza elemental de la matemática debería estar fundamentada en ella” (: 10). Por ello, muchos de los contenidos matemáticos en la escuela debieron ser traducidos al sistema de expresión propio de la teoría de conjuntos, y las aplicaciones basadas en la realidad no fueron tomadas en cuenta durante el desarrollo de esta matemática.

Vredenduin (1972, citado en Torres, 2002: 11) opinaba: “la matemática moderna es un edificio maravilloso, pero no creo que haya un solo estudiante que comparta esta visión”. Este rechazo generó, a nivel internacional, un movimiento que exigía desarrollar una educación matemática importante y de utilidad para los estudiantes. La persona que tuvo una actuación decisiva en este movimiento de rechazo a la matemática moderna fue el holandés Hans Freudenthal, al convocar un encuentro en Utrech en el que exigía una educación matemática distinta, basada en su relación con la realidad y que partiera de aplicaciones pues, según él, la enseñanza de la matemática tiene justificación si ella es útil y divertida.

---

<sup>3</sup> Llamada en nuestro país “la conjuntivitis”, a manera de chanza.

En el siguiente cuadro resumimos los objetivos fundamentales de la educación matemática realista.

*Cuadro 3*  
Objetivos fundamentales de la educación matemática realista

Tipo de Objetivo	Descripción
Objetivos de contenido	La realidad y el campo de la experiencia son los puntos iniciales para la enseñanza y el aprendizaje de términos y métodos matemáticos.
Objetivos pedagógicos	Consolidación de la enseñanza de la matemática como un agente que contribuya a la formación de un ciudadano crítico, que participa en la solución de problemas sociales y ambientales.
Objetivos de utilidad	Desarrollo de competencias para ejercer una relación responsable con su ambiente.  Desarrollo de habilidades y destrezas para aplicar procesos de modelaje en la solución de problemas sociales, científicos, ambientales, etc.  Consolidación de una visión de interdependencia entre la matemática y la realidad.
Objetivos psicológicos	Fomento de la motivación y de una actitud positiva hacia la matemática.
Objetivos orientados a la ciencia	Formar una imagen realista de las matemáticas, como una ciencia desarrollada históricamente.
Objetivos sociales	Reflexionar acerca de los problemas de la sociedad que pueden tratarse a partir de la matemática.

Fuente: Mora (2001)

De acuerdo con Torres, en 1962 fue publicado un memorando en *Mathematics Teacher* y *American Mathematics Monthly*, en el que se afirmaba que las matemáticas alejadas de las otras ciencias dejan de producir interés y motivación. Además, se plantea en este memorando que “se debe motivar y aplicar un nuevo concepto si uno desea convencer a un joven inteligente de que el concepto vale la pena” (2002: 12). Por lo tanto, para introducir conceptos y términos matemáticos se debe trabajar, en primer lugar, en lo concreto, para continuar con aplicaciones genuinamente interesantes, desechando la tendencia a emplear material inconcreto.

Según este autor, la declaración publicada sentó los principios básicos para la elaboración de un currículo basado en la matemática realista. Estos son:

1. La matemática debe ayudar a constituir el acervo cultural de todos los estudiantes, además de proporcionar una formación profesional a posteriores usuarios.
2. Se debe evitar las discrepancias entre saber matemática y utilizar matemática.

3. “La matematización conceptual está acentuada extrayendo el concepto apropiado de la situación concreta” (Torres, 2002: 12).
4. Las matemáticas no deben estar aisladas de las otras ciencias.

Nos referimos a la matematización en el sentido que le da Alsina a este término, al considerarla como un proceso mediante el cual se trabaja la realidad mediante ideas y conceptos matemáticos. Este trabajo se realiza en dos direcciones: a partir de un contexto real, diseñar “esquemas, formular y visualizar los problemas, descubrir relaciones y regularidades, hallar semejanzas con otros problemas..., y trabajando entonces matemáticamente, hallar soluciones y propuestas que necesariamente deben volverse a proyectar en la realidad para analizar su validez y significado” (2007: 91).

De acuerdo con Mora (2005), es necesario reforzar las conexiones internas de la matemática, además de fortalecer la incorporación de contextos extramatemáticos como basamento de los procesos de aprendizaje y enseñanza de la matemática, a través de aplicación de técnicas como la modelación matemática. Además, este autor considera como uno de los aspectos que, generalmente, se descuidan durante el desarrollo de la educación matemática realista, el proceso de formalización de los contextos, que constituye una condición necesaria para la consolidación de conocimientos matemáticos, y la fundamentación de nuevos conocimientos. Es por ello que los docentes deben trabajar explícitamente los conceptos y procedimientos matemáticos específicos y generales que subyacen en las actividades prácticas.

### 3. Los problemas de programación lineal

En primer lugar, escogimos el trabajo con problemas de programación lineal, también conocidos como problemas de optimización lineal, pues reconocimos en ellos varias características, como ser:

1. Son problemas que permiten el trabajo con diversos contextos realistas y reales de interés para los estudiantes.
2. Para la resolución de los problemas de optimización lineal se requiere la aplicación de varias técnicas, procedimientos y conceptos matemáticos que atraviesan casi todos los años del bachillerato y que además son propios del curso Introducción al Álgebra Lineal, como por ejemplo las operaciones elementales por filas en las matrices, el método de reducción por filas de Gauss-Jordan y la resolución de sistemas de ecuaciones. Otros conocimientos matemáticos necesarios son:
  - Representación de puntos en el plano
  - Ecuación general de la recta

- Solución de inecuaciones en el plano
- Intersección de regiones en el plano
- Funciones lineales
- Funciones de dos variables

Las situaciones reales que pueden ser modeladas a través de la optimización lineal son bastante frecuentes en la realidad directa del estudiante. Además, los métodos escogidos para la resolución de estos problemas de programación lineal son el método gráfico y una variante sencilla del método simplex.

## 4. Etapas diseñadas

### 4.1. Etapa I: Resolución de problemas de programación lineal con contextos realistas

Durante esta etapa, pretendíamos que los estudiantes:

1. Resuelvan problemas realistas de programación lineal en los cuales reconozcan el uso de diversos conceptos, técnicas y procedimientos matemáticos, entre ellos matrices, operaciones elementales por filas, método de reducción por filas de Gauss-Jordán y resolución de sistemas de ecuaciones, además de los descritos anteriormente.
2. Aprendan a resolver problemas de programación lineal aplicando el método gráfico y el método simplex.
3. Compren dan la definición de matriz.
4. Realicen operaciones elementales por filas en una matriz, con el fin de reducirla por filas, aplicando el método de Gauss-Jordán.
5. Reconozcan las interconexiones existentes entre diversas ramas de la matemática como la geometría, el cálculo y el álgebra.
6. Reconozcan la estructura de los problemas de programación lineal y los elementos que lo componen.

Algunos de los problemas de programación lineal<sup>4</sup> que propusimos para el trabajo con los estudiantes fueron los siguientes:

---

<sup>4</sup> Tomados del libro “Las Matemáticas en la vida cotidiana del COMAP”.

- a) Una compañía de reciclado usa papel y tela desechados para elaborar dos tipos diferentes de papel reciclado. Una tanda de papel reciclado de grado A se fabrica con 40 Kg. de tela y 180 Kg. de papel, mientras que una tanda de papel reciclado de tipo B se hace con 10 Kg. de tela y 150 Kg. de papel. La compañía dispone de 100 libras de tela y 660 de papel. Una tanda de papel de tipo A produce un beneficio de 500 Bs., mientras que una de tipo B arroja un beneficio de 250 Bs. ¿Qué cantidad deberá hacerse de cada tipo para conseguir el máximo rédito?
- b) Una panificadora produce pan y tortas. Elaborar una torta requiere 1 hora de horno (h/h) y 2 horas de preparación/decoración (h/p/d). En un día determinado se dispone 12 h/h y 16 h/p/d. Puesto que la panificadora obtiene un beneficio de 0,50 Bs. por cada pan y 2,50 Bs. por cada torta, ¿debería producir únicamente tortas?, ¿cuál debería ser su política de producción?
- c) Un embotellador utiliza tres clases de zumo puro -piña, naranja y parchita- para hacer dos jugos mezclados, piña-naranja y piña-parchita, que se venden en cartones de 1/4 litro. El beneficio es de 0,50 Bs. por cada cartón de piña-naranja y 0,40 Bs. por cada uno de piña-parchita. Cada mezcla se obtiene mezclando cantidades iguales de cada uno de los zumos que la componen. La cantidad de zumo disponible es de 100/4 l. de zumo de piña, 70/4 l. de zumo de parchita y 70/4 l. de zumo de naranja. ¿Qué cantidad de cada mezcla de zumos deberá hacerse para obtener el máximo beneficio?
- d) La compañía Animales Salvajes cría guacharacas y turpiales para repoblar el bosque y dispone de infraestructura para criar hasta 100 pájaros. Cuesta 20 Bs. criar una guacharaca y 30 un turpial. La fundación Vida Animal paga a Animales Salvajes por los pájaros, dejándole un beneficio de 14 Bs. por guacharaca y 16 Bs. por turpial. La compañía Animales Salvajes dispone de Bs. 2.400 para cubrir los costos. ¿Qué cantidad deberá criarse de cada pájaro?

Durante esta etapa, las sesiones de clase tuvieron las siguientes fases:

- 1. Inicio de la clase:** Los estudiantes se agruparon en grupos pequeños, de no más de tres personas cada uno, para la resolución de los problemas propuestos. A cada grupo se le presentó un problema distinto para su resolución.
- 2. Desarrollo de la clase:** En esta fase, cada estudiante aportó sus ideas, en los pequeños grupos, para la resolución de los problemas. En caso de considerarlo necesario, podían presentar el problema que les había correspondido al grupo completo para que los demás equipos aporten ideas acerca de su resolución. Durante esta fase los estudiantes debían emplear de los recursos conceptuales

y procedimentales que se requieren para resolver problemas de matemática; sin embargo, los contenidos de matrices, operaciones elementales por filas, método de reducción por filas de Gauss-Jordán y resolución de sistemas de ecuaciones no fueron abordados antes del trabajo con los problemas de programación lineal. Estos fueron tocados a medida que se los necesitó para la resolución de problemas y, a partir de esta actividad, se los formalizó.

3. **Cierre de la clase:** El cierre de la clase consistía, principalmente, en las reflexiones grupales acerca de lo que se había aprendido sobre la resolución de problemas en general, sobre la importancia y utilidad de la programación lineal y sobre los contenidos propios del álgebra, desarrollados a partir de la resolución de los problemas.

#### **4.2. Etapa II: Formulación de un problema de programación lineal a partir de un contexto real**

En este momento del trabajo, los estudiantes debieron:

1. Identificar una situación problemática de su interés para plantearla como un problema real de programación lineal.
2. Resolver el problema planteado aplicando los métodos estudiados en la etapa anterior, gráfico y simplex.

### **5. Tipo de investigación**

Tal como señala Becerra, “a la investigación la concebimos aunada a la práctica educativa, agregándole a ésta un valioso instrumento de reflexión y acción que le permitirá al docente-investigador mejorar su intervención educativa” (2006: 98). Es por ello que, para la realización de este trabajo, aplicamos la investigación-acción, pues nuestra investigación estuvo centrada en un curso de Introducción al Álgebra Lineal, administrado por la autora de este trabajo, en el cual se pretendía implementar la resolución de problemas e interrelacionar las nociones de matemática y realidad. Esto concuerda con el planteamiento de Carr y Kemmis, cuando afirman que “los ‘objetos’ de la investigación-acción (las cosas que los investigadores investigan y se proponen mejorar) son sus propias prácticas educativas y su entendimiento de dichas prácticas, así como de las situaciones que se practican” (1988: 191).

Es por ello que escogimos el trabajo con la investigación-acción participativa, porque queremos, tal como lo describe Bigott (1992, citado en Becerra, 2006: 102), producir cambios significativos en nuestras prácticas docentes, y consideramos que con este tipo de investigación se asume, de acuerdo con Pérez Serrano, “un compromiso moral, ético, con la práctica de la educación, no una simple manera de hacer las cosas de otra manera” (1998, citado en Becerra, *Ibíd.*).

Un grupo de investigación-acción debe estar integrado por personas que comparten y viven una misma situación. En nuestro caso, los nueve estudiantes y la profesora, quien guía esta investigación, del curso Introducción al Álgebra Lineal del período académico 2009-I. Este curso corresponde al cuarto período académico y, se ubica en el componente de formación especializada de la especialidad de Matemática del Instituto Pedagógico de Miranda José Manuel Siso Martínez.

## 6. Recolección y análisis de la información

Los estudiantes llevaron diarios de clase en los cuales reportaban, en orden cronológico, sus reflexiones, anécdotas, dudas, inquietudes, comentarios, interpretaciones, etc. surgidos durante la investigación. Además de estos diarios, se analizó una evaluación escrita presentada por los estudiantes durante la implementación de las situaciones de aprendizaje diseñadas.

Por otra parte, se realizó entrevistas en profundidad, definidas por Taylor y Bogdan como “encuentros cara a cara entre el investigador y los informantes, encuentros estos dirigidos hacia la comprensión de las perspectivas que tienen los informantes respecto de sus vidas, experiencias o situaciones, tal como las expresan con sus propias palabras” (1994: 101). En nuestra investigación, estas entrevistas fueron realizados antes y después de la aplicación de las situaciones de aprendizaje diseñadas.

Esta información fue categorizada tal como lo propone Martínez: “categorizar es clasificar, conceptualizar o codificar mediante un término o expresión breve que sean claros e inequívocos (categoría descriptiva), el contenido o idea central de cada unidad temática” (2007: 141). Según él, estas unidades temáticas están constituidas por uno o varios párrafos o escenas audiovisuales, lo que en nuestro caso se correspondería con los documentos descritos anteriormente y con las entrevistas realizadas.

Luego, se realizó la triangulación de la información recolectada que, de acuerdo con Ferrer y Jiménez, “tiene un carácter convergente y dialéctico en la legitimación de la información que emerge de la investigación; también se constituye en un proceso de relacionalidad de diferentes puntos de vista sobre el fenómeno estudiado” (2006: 46).

Para el procesamiento de la información recolectada utilizamos una versión *demo*, descargada gratuitamente de Internet, del programa denominado Atlas-Ti, el cual permitió almacenar los datos originales en los denominados *primary documents* (documentos primarios), incluidos en las *hermeneutic units* (unidades hermenéuticas), lo que nos aseguraba un acceso rápido y fácil a estos datos y nos permitía la creación de las *networks* o redes que se tejían a partir de las relaciones que

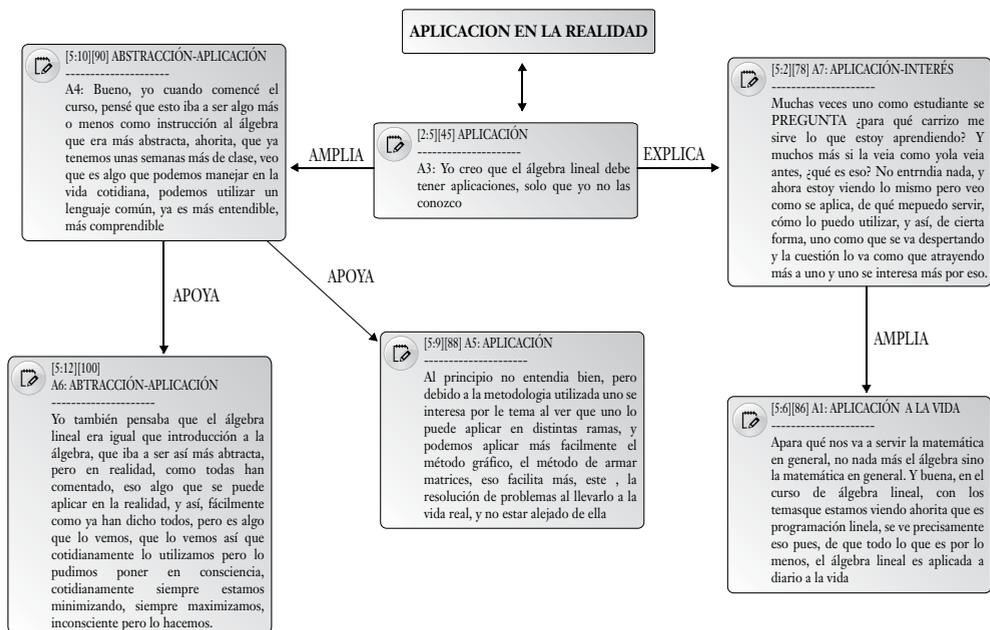
se establecían entre las categorías. De acuerdo con Becerra, “esta aplicación resulta de especial importancia debido a que tanto los datos originales, como las relaciones que establezcamos entre ellos, soportados en estas argumentaciones constituyen el *conocimiento* generado a través de esta investigación” (2006: 123).

## 7. Algunos resultados

### 7.1. Categoría visión del álgebra lineal. Sub-categoría aplicaciones en la realidad

Esta categoría pone de manifiesto cómo la concepción del álgebra lineal que tenían los estudiantes, basada en experiencias previas, fue cambiando de una visión de tipo estructuralista y abstracta a una visión más cercana al realismo científico. Aquí podemos observar cómo las situaciones de aprendizaje basadas en la resolución de problemas realistas y en la formulación de un problema real influyó claramente en su concepción del álgebra, dándoles herramientas para aplicarla en situaciones problemáticas reales que pueden plantear a sus futuros estudiantes durante su práctica profesional como docentes.

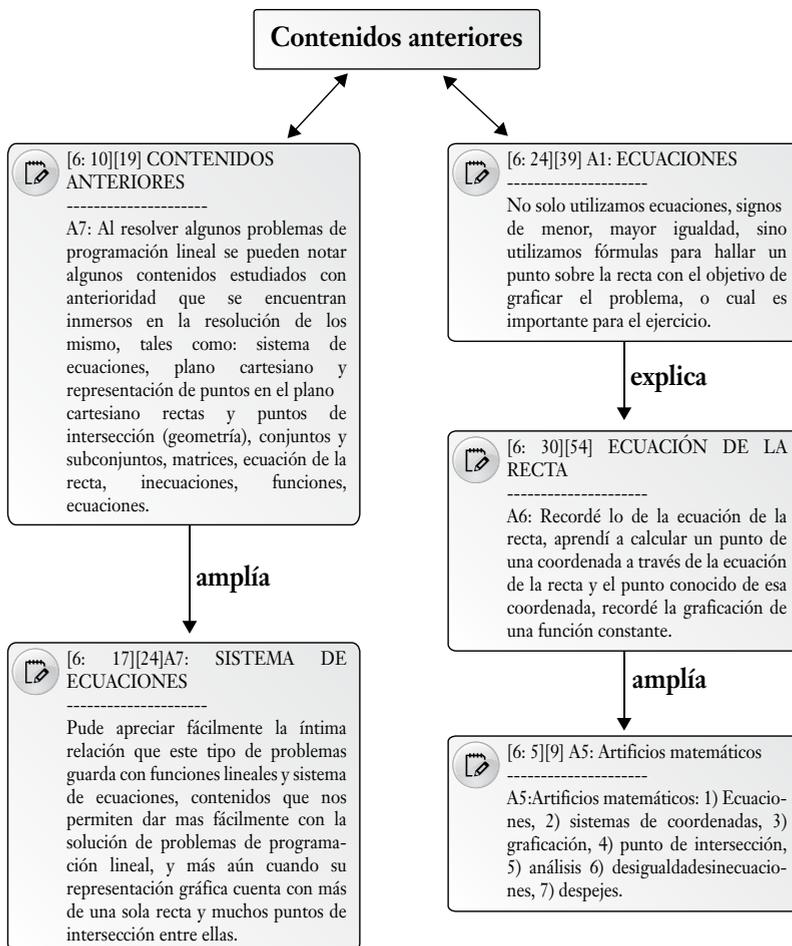
Gráfico 1  
Sub-categoría aplicaciones en la realidad



## 7.2. Categoría recursos conceptuales. Sub-categoría contenidos anteriores

Según Iglesias, Paredes y Ortiz (2007: 91), entre los elementos que generan debilidades en la apropiación de conceptos algebraicos tenemos el “uso del formalismo, el agobio ante las nuevas definiciones y la pérdida de conexión con lo que los alumnos ya saben de matemáticas”, así como la escasa vinculación de los contenidos trabajados durante su formación inicial como docentes con “el nivel de Educación Básica, Media y Diversificada, que es donde se desenvolverán los futuros docentes” (Ibíd.). Por ello, el estudio de la programación lineal en contextos reales es tan importante para trabajar en la resolución de sistemas de ecuaciones y matrices con los docentes en formación, pues estos pueden combinar otros contenidos de matemática relacionados con el nivel en el que trabajarán.

Gráfico 2  
Sub-categoría contenidos anteriores

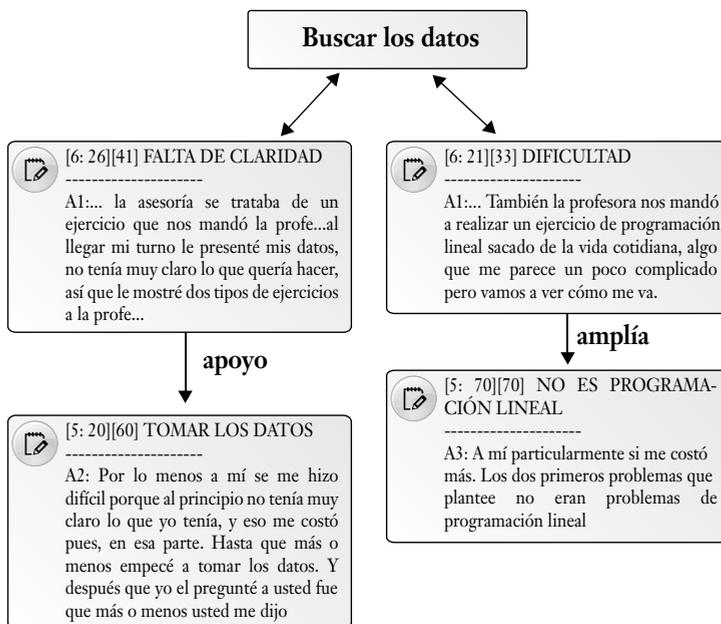


### 7.3. Familia formulación del problema. Categoría dificultades

#### Sub-categoría buscar los datos

Este método de plantear problemas es nuevo para los estudiantes y mucho más en este caso, pues deben buscar los datos en situaciones reales que les sean familiares y/o de interés. Es por ello que, siguiendo a Sepúlveda y Santos, “se requiere la participación del profesor en momentos precisos que contribuyan a destrabar posibles controversias, de manera que se avance en el aprendizaje” (2006: 1419). Por ello, las intervenciones del docente deben guiar a los estudiantes en el reconocimiento de datos relevantes, tanto desde el punto de vista de la situación problemática como desde el matemático, además del reconocimiento de verdaderos problemas en los que se requiera el uso de una herramienta matemática, que en este caso era la programación lineal.

Gráfico 3  
Sub-categoría buscar los datos

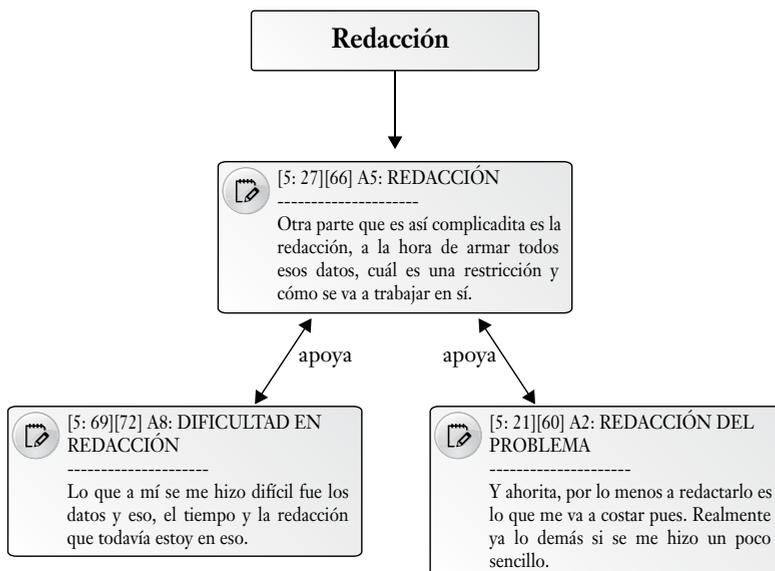


#### Sub-categoría redacción

Pozo y Postigo consideran que, al plantear problemas, “se activan procedimientos que ponen en juego capacidades relacionadas con la adquisición e interpretación de la información, ... por un lado se incorpora la información nueva a la que ya se posee y por otro lado se posibilita la decodificación” (1994: 306). Esta

decodificación a la que hacen referencia los autores, está relacionada en nuestro caso más bien al planteamiento de los datos, de manera tal que cualquier persona que no esté familiarizada con la situación problemática como nuestros estudiantes, pueda comprenderla y darle solución a partir de la utilización de los métodos para trabajar con problemas de programación lineal. La autora de este trabajo participó como mediadora en varios momentos, con la idea de guiar y orientar esta redacción de los problemas.

*Gráfico 4*  
Sub-categoría redacción



## 7.5. Categoría visión de su práctica

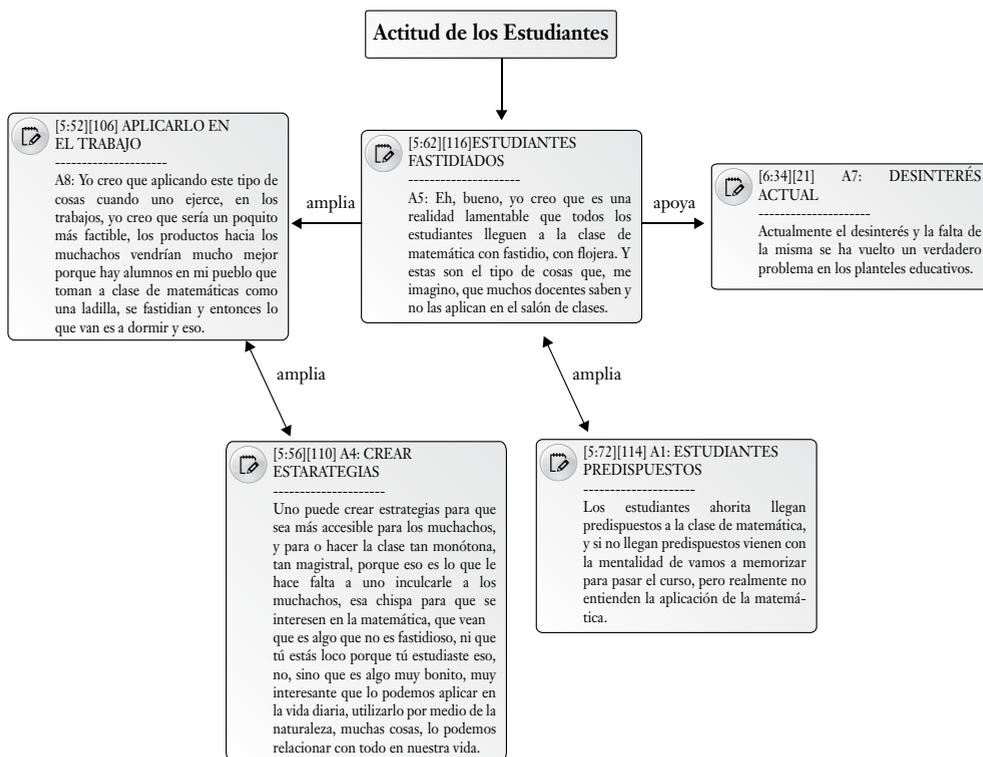
### Sub-categoría actitudes de los estudiantes

Consideramos, al igual que Calvo, que es necesario cambiar las prácticas docentes para lograr la erradicación de la concepción de la matemática como una materia aburrida y difícil, pues generalmente las clases de matemática carecen de significado para los estudiantes, al ser desarrolladas en contextos alejados de sus vivencias y “como consecuencia de ello, se les dificulta reconocer la importancia de la matemática y los lleva a preguntarse ¿para qué sirve esta materia?” (2008: 125).

Este cambio en la enseñanza de la matemática no es algo fácil. Pues, de acuerdo con Gil, Pessoa, Fortuny y Azcárate, el peso de la enseñanza tradicional “por su carácter reiterado y por su naturaleza de ejemplo vivo, real, mucho más eficaz que

cualquier explicación” (2001: 26), hace que, a falta de nuevas formas de trabajar la matemática en la escuela, “los estudiantes hagan uso de esa forma, incluso si, en su etapa de alumnos, rechazaban ese tipo de docencia” (Ibíd.). Por ello, resulta imperante que una formación docente que pretenda transformar esta realidad escolar no sólo ponga en evidencia las insuficiencias de la enseñanza recibida, sino que ofrezca alternativas realmente viables; lo que “obliga a que las propuestas de renovación sean vividas, vistas en acto” por los futuros docentes (ver gráfico 5).

Gráfico 5  
Sub-categoría actitudes de los estudiantes

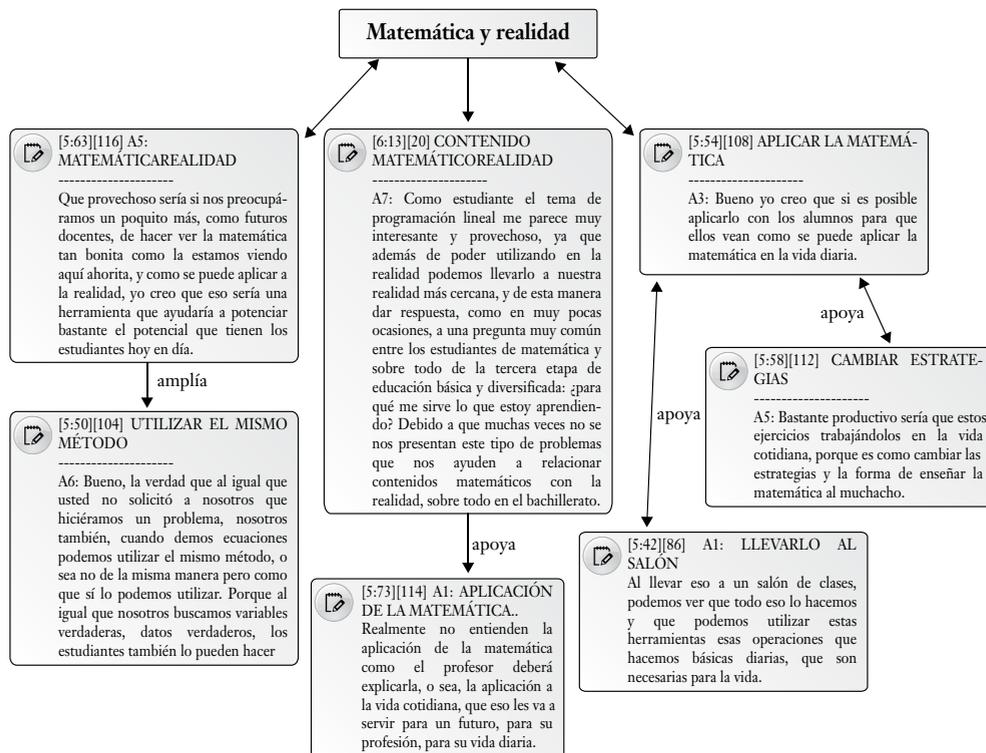


### Sub-categoría Matemática y realidad

Iglesias, Paredes y Ortiz afirman que la formación docente en “un área determinada, implica no sólo el dominio profundo de los contenidos, sino la búsqueda y utilización permanente de estrategias que permitan satisfacer las exigencias del nivel de enseñanza donde labore el docente” (2007: 90), por lo que consideramos fundamental que el docente en formación experimente situaciones que le permitan vivir el aprendizaje de la matemática a partir de contextos reales y de la resolución de

problemas, así como otras tendencias en la enseñanza de la matemática, de manera tal que vea cristalizadas las teorías educativas estudiadas en otros cursos, distintos a los de la formación especializada (ver gráfico 6).

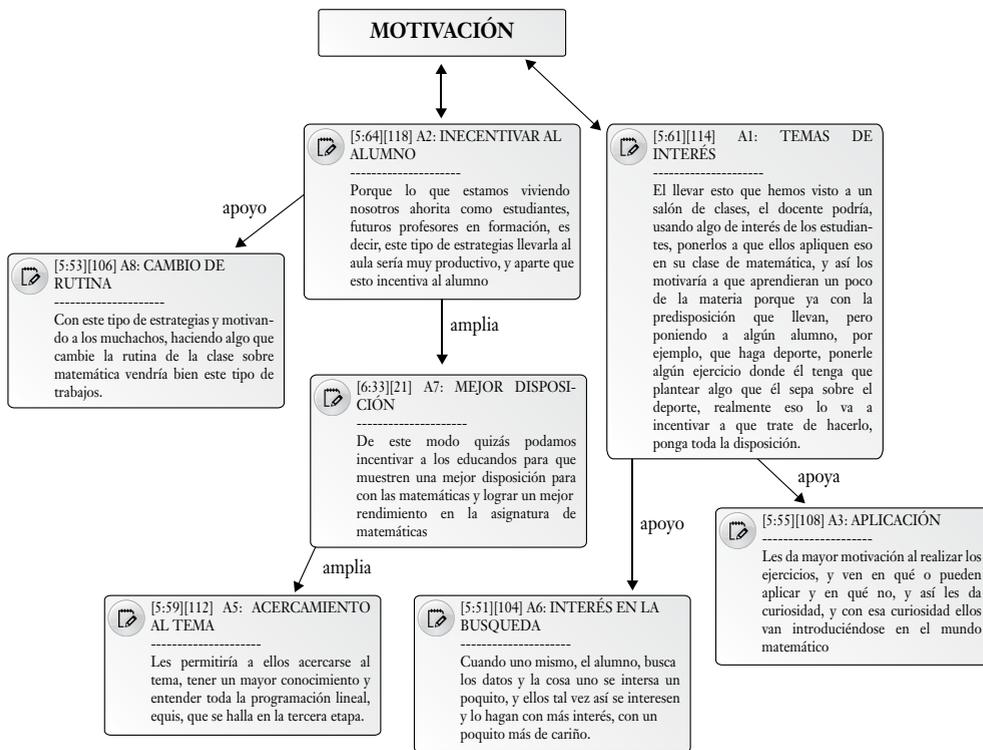
Gráfico 6  
Sub-categoría Matemática y realidad



### Sub-categoría motivación

Skovsmose afirma que las habilidades de los estudiantes “aumentan bastante” cuando intentan hacer algo que realmente quieren hacer. Además, agrega que existe una diferencia abismal entre *hacer* y *querer hacer*, pues “una gran energía epistémica se libera cuando el niño decide la orientación” (1999: 79), dándole un sitio preferencial a la motivación del estudiante a partir del trabajo orientado hacia sus intereses (ver gráfico 7).

Gráfico 7  
Sub-categoría motivación



## 8. Algunas conclusiones

### 8.1. Sobre la concepción del álgebra lineal de los estudiantes

Las concepciones de los estudiantes sobre el álgebra lineal pueden ser divididas en tres grandes grupos:

#### El álgebra lineal como expresiones matemáticas:

Considerándolas, por una parte, como expresiones que no toman valores pero siguen un patrón; y por otro, como expresiones matemáticas que permiten la representación en lenguaje matemático de situaciones o problemas reales, permitiendo hallar una solución. Esta visión coincide con la concepción del álgebra como el lenguaje de la matemática, pues inclusive se habla de *traducir* una situación al lenguaje matemático. Reconocemos la importancia que tiene el álgebra lineal como lenguaje, pero consideramos que, como futuros docentes de matemática, nuestros estudiantes deben tener una visión mucho más amplia de esta rama de las matemáticas.

### **El álgebra como formalizadora de la matemática:**

En este sentido, ven al álgebra como la rama de las matemáticas que permite demostrar teoremas, propiedades, etc., pues es durante los cursos de álgebra cuando comprueban que, en efecto, las propiedades se cumplen para todos los elementos y se hace las demostraciones de los teoremas, lo que les permite conectar el álgebra con otras ramas de la matemática y comprender otros problemas matemáticos. Esta visión del álgebra lineal tiene relación con la concepción estructuralista de las matemáticas, bajo la cual los contenidos estudiados son presentados siguiendo secuencias lógicas que conllevan a una gran consistencia interna, garantizando el equilibrio del álgebra; por ello, estos contenidos se presentan de manera formal, ordenada y sistemáticamente.

### **El álgebra lineal aplicable a la realidad:**

Esta concepción del álgebra lineal está relacionada con sus aplicaciones en contextos extra-matemáticos, con el poder del álgebra en la comprensión y solución de situaciones problemáticas reales. Esta visión se fue fortaleciendo a lo largo del desarrollo de las situaciones de aprendizaje implementadas con los estudiantes; al principio, esperaban que el curso estuviera marcado por la tendencia estructuralista, e incluso admitían que el álgebra lineal tenía aplicaciones que ellos desconocían. Esto ocurre, generalmente, cuando sólo repetimos la frase vacía que reza “*la matemática está en todas partes*” pero muchos profesores de matemática desconocemos las verdaderas aplicaciones de la matemática en contextos reales y, por ende, no podemos emplearlos en nuestra práctica educativa. Por ello, consideramos de suma importancia que el trabajo con matemáticas a partir de contextos reales sea implementado no sólo en el álgebra, sino en todos los cursos del componente de formación especializada, con miras al establecimiento de relaciones matemática-realidad.

## **8.2. Sobre las dificultades en la formulación de problemas reales de programación lineal**

En un principio, los estudiantes no tenían muy claro lo que se les pedía, pues era la primera vez que se enfrentaban a la tarea de formular un problema a partir de un contexto real. Inclusive, llegaron a plantear situaciones que no representaban problemas posibles de resolver con matemática mucho más elemental que el modelo de programación lineal. En este sentido, las orientaciones del docente, durante este proceso de formulación de problemas a partir de datos reales, deben guiar al estudiante hacia el reconocimiento de verdaderos problemas que requieran para su resolución el uso de la herramienta matemática.

En este proceso de reconocimiento de los datos relevantes para el problema de programación lineal, los estudiantes encontraron dificultades en la identificación

y planteamiento de las restricciones a las que estaba sujeta la función que querían optimizar, obtenida de los datos reales que manejaban. En este sentido, consideramos necesario que los estudiantes hagan un análisis profundo de los datos, guiados por el docente, para que puedan identificar los elementos de la situación real necesarios para crear el modelo matemático de programación lineal.

Además, la mayoría de los estudiantes presentó dificultades para la redacción del problema en lenguaje natural, de manera tal que cualquier otra persona pudiera leerlo y comprender la situación problemática a la que se quiere dar solución. Estas dificultades en la redacción de problemas vienen dados porque *a nuestros estudiantes no suele asignárseles como tarea el planteamiento de problemas matemáticos*, bien sea con datos reales o no, por lo que consideramos necesario que se incorpore este elemento de forma transversal en algunos cursos del componente de formación especializada, de lo contrario, durante su práctica docente, nuestros graduados se verán obligados a siempre *consumir* problemas propuestos por otros autores, ajenos a su contexto social, cultural, geográfico y educativo.

## Bibliografía

**Alsina, C.** (2007). Si Enrique VII tuvo 6 esposas, ¿cuántas tuvo Enrique IV? El realismo en Educación Matemática y sus implicaciones docentes. *Revista Iberoamericana de Educación*. N° 43.

**Barros, A.** (2007). Estrategias de aprendizaje empleadas por los estudiantes para resolver problemas matemáticos. *Scientia Et Technica*. 34 (12).

**Becerra, R.** (2005). “La educación matemática crítica. Orígenes y perspectivas”. En: Mora, D. (coord.). *Didáctica crítica, educación crítica de las matemáticas y etnomatemática. Perspectivas para la transformación de la educación*. La Paz: Campo Iris.

**Becerra, R.** (2006). *La formación del docente integrador bajo un enfoque interdisciplinario y transformador*. Tesis Doctoral no publicada. Caracas: universidad Pedagógica Experimental Libertador, Instituto Pedagógico de Caracas.

**Berrino, M. y otros.** (2006). *Resolución de problemas: una herramienta útil para desarrollar habilidades matemáticas*. Memorias de la I Reunión Pampena de Educación Matemática (REPEM).

**Beyer, W.** (2002). *Matemática y equidad*. Mimeografiado. Caracas: universidad Central de Venezuela.

**Calvo, M.** (2008). Enseñanza de la resolución de problemas en matemática. *Educación*. 32 (1).

**Carr, W. y Kemmis, S.** (1988). *Teoría crítica de la enseñanza. La investigación-acción en la formación del profesorado*. Barcelona: Martínez Roca.

**Courant, R. y Robbins, H.** (2002). *¿Qué son las matemáticas?* México D. F.: Fondo de Cultura Económica.

**Davini, M.** (2001). *La formación docente en cuestión: política y pedagogía*. Buenos Aires: Paidós.

**Davis, P.** (1964). El número. *Selecciones de Scientific American. Matemáticas en el mundo moderno*. Madrid: Blume.

**Díaz, M. y Poblete, A.** (2001). Categorizando tipos de problemas en Álgebra. *Uno: Revista de Didáctica de las Matemáticas*. N° 27.

**Fernández, J.** (2005). Avatares y estereotipos sobre la enseñanza de los algoritmos en matemáticas. *Unión Revista Iberoamericana de Educación Matemática*. N° 4.

**Ferrer, L. y Jiménez, C.** (2006). Propuesta estructural para la construcción metodológica en la investigación cualitativa como dinámica del conocimiento social. *Enlace Revista Venezolana de Información, tecnología y conocimiento*. 3 (3).

**García, M.** (2005). La formación de profesores de matemáticas. Un campo de estudio y preocupación. *Educación matemática*. 2 (7).

**Gazcón, J.** (2001). Incidencia del modelo epistemológico de las matemáticas sobre las prácticas docentes. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*. 4 (2).

**Gasquet, S.** (1997). *L'illusion mathématique. Le malentendu de maths scolaires*. París: Syros.

**Gil, D., Pessoa, A., Fortuny, J. y Azcárate C.** (2001). *Formación del profesorado de las ciencias y la matemática*. Madrid: Editorial popular.

**Gracia, M.** (2009). *Concepciones y creencias de los profesores de matemática sobre la metodología de trabajo por proyectos*. Trabajo de ascenso no publicado. Venezuela: universidad Pedagógica Experimental Libertador, Instituto Pedagógico de Miranda José Manuel Siso Martínez.

**Iglesias M., Paredes Z. y Ortiz J.** (2007). Sistemas de cálculo simbólico y resolución de problemas en la formación inicial de docentes de matemática. *Enseñanza de la Matemática*. Vol. 12.

**Juidías, J. y Rodríguez, I.** (2007). Dificultades de aprendizaje e intervención psicopedagógica en la resolución de problemas matemáticos. *Revista de Educación*. N° 342.

**Martínez, M.** (2007). La investigación cualitativa (síntesis conceptual). *Revista de Investigación en Psicología*. 9 (1).

**Mora, D.** (2001). Aprendizaje y enseñanza de la matemática enfocada en las aplicaciones. *Enseñanza de la Matemática*. 10 (1).

**Mora, D.** (2004). “Aspectos pedagógicos y didácticos sobre el método de proyectos”. En Mora D. (ed.). *Tópicos en educación matemática*. Caracas: Imprenta universitaria UCV.

**Mora, D.** (2005). “Didáctica Crítica y educación crítica de las matemáticas”. En: Mora, D. (coord.). *Didáctica crítica, educación crítica de las matemáticas y etnomatemática. Perspectivas para la transformación de la educación*. La Paz: Campo Iris.

**Mora, D.** (2008). “Teoría y método de la investigación-acción participativa en Ciencias Sociales, Naturales, Pedagogía y Didáctica. En: Mora, D., González, J. y Unzueta, S. (2008). *Metodología de investigación cualitativa e investigación-acción participativa. Concepciones teórico-prácticas para fortalecer la investigación cooperativa y colaborativa en América Latina y el Caribe*. La Paz: Campo Iris.

**Moya, A.** (2008). *Elementos para la construcción de un modelo de evaluación en matemática para el nivel de educación superior*. Tesis Doctoral no publicada. Caracas: universidad Pedagógica Experimental Libertador, Instituto Pedagógico de Caracas.

**Ortega, S.** (2001). Enfoque del álgebra desde la teoría de la Información. *Uno: Revista de Didáctica de las Matemáticas*. N° 26.

**Pérez, M.** “La solución de problemas en matemática”. En: Pozo, J. (1999). *La solución de problemas*. Madrid: Aula XXI.

**Platón.** *La república*. Caracas: Editorial Buchivacoa.

**Polya, G.** (2002). *Cómo plantear y resolver problemas*. México D. F.: Trillas.

**Pozo, J. y Gómez, M.** (1999). “La solución de problemas en ciencias de la naturaleza”. En: Pozo, J. *La Solución de problemas*. Madrid: Aula XXI.

**Pozo, J. y Pérez, M.** (1999). “Aprender a resolver problemas y resolver problemas para aprender”. En: Pozo, J. (coord.). *La solución de problemas*. Madrid: Aula XXI.

**Pozo, J. y Postigo, Y.** (1999). “La solución de problemas como contenido procedimental de la educación obligatoria”. En: Pozo, J. (1999). *La solución de problemas*. Madrid: Aula XXI.

**Quiróz, P., Suárez, C. y Vásquez, F.** (2008). “La investigación-acción participativa: una vía para perfeccionar Gestión de la Calidad en Educación”. En: Mora, D., González, J. y Unzueta, S. (2008). *Metodología de investigación cualitativa e investigación acción participativa. Concepciones teórico-prácticas para fortalecer la investigación cooperativa y colaborativa en América Latina y el Caribe*. La Paz: Campo Iris.

**Schoenfeld, A.** (1989). "Teaching Mathematical Thinking and Problem Solving". En: Resnick, L. y Klopfer, L. (eds.). *Toward the thinking curriculum: current cognitive research*. Washington D. C.: ASCD.

**Schoenfeld, A.** (1992). "Learning to think mathematically: problem solving, metacognition and sense making in mathematics". En: Grows, A. (ed.). *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: McMillan.

**Sepúlveda, A. y Santos, L.** (2006). Desarrollo de episodios de comprensión matemática. Estudiantes de bachillerato en procesos de resolución de problemas. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*. 31 (11).

**Skemp, R.** (1980). *Psicología del aprendizaje de las matemáticas*. Madrid: Morata.

**Skovsmose, O.** (1999). *Hacia una Filosofía de la Educación Matemática Crítica*. Bogotá: Una Empresa Docente.

**Taylor, S. J. y Bogdan, R.** (1994). *Introducción a los métodos cualitativos de investigación*. Barcelona: Paidós.

**Torres, C.** (2002). *Enseñanza de la Trigonometría basada en proyectos*. Trabajo de Grado de Maestría no publicado. Caracas: universidad Pedagógica Experimental Libertador, Instituto Pedagógico de Caracas.