

AUTÓMATAS CELULARES BIDIMENSIONALES

Melany Shirley Lopez Herrera
 Universidad Mayor de San Andrés
 Carrera de Informática
 Teoría de la Información y Codificación
melshir45@hotmail.com

RESUMEN

Los autómatas celulares son sistemas dinámicos discretos que evolucionan a través del tiempo, pueden evolucionar en varias dimensiones, producir réplicas de sí mismos y soportar comportamientos complejos.

El estudio de los autómatas celulares de dos dimensiones o bidimensionales es muy importante ya que son utilizados y aplicados al mundo real. La belleza de los sistemas complejos que ocurren en la naturaleza es que las acciones de los componentes simples con la información y la comunicación locales dan lugar al tratamiento de la información global de la coordinación. Los autómatas celulares pueden destapar muchas de las características ocultas de tales sistemas, es por esta razón que la motivación para el acercamiento a la tecnología viene de la necesidad de entender los sistemas naturales y también los sistemas artificiales de nuestro mundo.

PALABRAS CLAVE

Bidimensionales, célula, reglas semitotalistas, propiedades de catálisis, Juego de la vida, aplicaciones.

1. INTRODUCCIÓN

Los autómatas celulares son herramientas útiles para modelar cualquier sistema en el universo. Pueden considerarse como una buena alternativa a las ecuaciones diferenciales y han sido utilizados para modelar sistemas físicos, como interacciones entre partículas, formación de galaxias, cinética de sistemas moleculares y crecimiento de cristales, así como diversos sistemas biológicos a nivel celular, multicelular y poblacional.

Una forma para simular un autómata celular de dos dimensiones está con una hoja infinita de papel de gráfico junto con un sistema de las reglas para que las células sigan. Cada cuadrado se llama una "célula" y cada célula tiene dos estados posibles, blancos y negros. Los "vecinos" de una célula son los 8 cuadrados que la tocan. Para tal célula y sus vecinos, hay 512 ($= 2^9$) patrones posibles. Para cada uno de los 512 patrones posibles, la tabla de la regla indicaría si la célula de centro será intervalo negro o del blanco encendido la próxima vez. Juego de Conway de la vida es una versión popular de este modelo.

Los autómatas celulares se simulan a menudo en una rejilla finita más bien que infinita. En dos dimensiones, el universo sería un rectángulo en vez de un plano infinito.

2. MARCO TEÓRICO

2.1 Concepto

El autómata celular bidimensional es el más común de los autómatas celulares a nivel de simulación y estudio. Consiste en la consabida cuadrícula compuesta por células (x),

implantada por Von Neumann por consejo y Stanislaw Ulam. Este tipo de autómata celular, por ser el más estudiado, ha sido variado en múltiples ocasiones.

El principio de vecindad de Von Neumann, que implica cuatro vecinos para cada célula, pero este no es el único. En 1970 se dio a conocer el juego de la vida de John Conway, que se basaba en un principio de vecindad diferente. Este principio se conoce con el nombre de vecindad de Moore, y aplica ocho vecinos a cada célula, es decir, los cuatro que consideraba Von Neumann más las cuatro células de las diagonales respectivas. Además, se basaba en una condición de frontera de tipo periódico y dos estados posibles.

2.2 Descripción

Los autómatas celulares en dos dimensiones evolucionan en el plano cartesiano. Sea $\Sigma = \{0, 1\}$ el conjunto de estados, C_i

la configuración inicial y su función de transición φ va a estar determinada por dos tipos de vecindades, la vecindad de von Neumann y la vecindad de Moore (Figura 1) respectivamente.

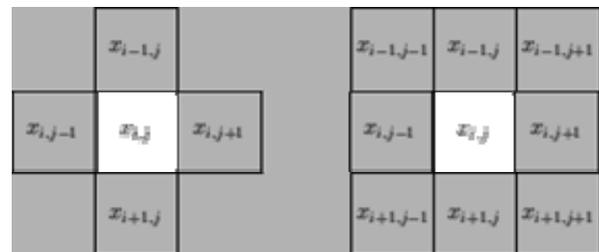


Figura 1: Vecindad de von Neumann y vecindad de Moore

En la teoría de autómatas celulares en dos dimensiones existe poca literatura que defina una generalización de dichos autómatas, esto se debe porque las herramientas que se emplean en una dimensión no son prácticas para aplicarse en dos y tres dimensiones. Algunos estudios realizados sobre la teoría del comportamiento tanto local como global se han realizado de manera estadística.

El espacio celular en dos dimensiones está definido por el producto cartesiano $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$, entonces una célula $x_{i,j} \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ es directamente conectada a una célula $\{(x_{i+k_1}, x_{j+k_2}) : \text{Max}\{|k_1|, |k_2|\} \leq 1\}$, es decir, la vecindad de Moore donde i, j y $k \in \mathbb{Z}$. La vecindad de Moore está formada por una célula central y ocho vecinos alrededor de ésta, si se utiliza la notación de una dimensión tendríamos que $k = 2$ y $r = 4$, entonces la

vecindad tiene $2r + 1 = 2(4) + 1 = 9$ células en total, esto origina $k^{2r+1} = 2^9 = 512$ vecindades y $k^{k^{2r+1}} = 2^{512}$ reglas de evolución. Nótese la dificultad de representar una regla de evolución en dos dimensiones, por eso es útil emplear reglas semitotalísticas para representar la función de transición con la vecindad de Moore.

Sea $\Sigma = \{0, 1\}$ el conjunto de estados, \mathcal{V} es la vecindad isotrópica en realidad esta vecindad son los vecinos con respecto a una célula central por lo tanto $\mathcal{V} = 8$ y \mathbf{x}_0 la célula central en estudio donde $\mathbf{x}_0 = x_{i,j}$ y las células $\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_y = x_{i-1,j-1}, \dots, x_{i+1,j+1}$ son sus vecinos, para toda $\mathbf{x}_i \in \Sigma$. En la Ecuación 1 la función φ define la transformación local, las variables N_{min} y S_{min} indican el número mínimo de células ocupadas por el estado 1 en \mathcal{V} y las variables N_{max} y S_{max} el número máximo de células ocupadas por el estado 1 en \mathcal{V} en un tiempo t . Si $\mathbf{x}_0 = 0$ en el tiempo t , entonces $\mathbf{x}_0 = 1$ en el tiempo $t+1$ si $N_{min} \leq \sum_{i=1}^y \mathbf{x}_i \leq N_{max}$. Si $\mathbf{x}_0 = 1$ en el tiempo t , entonces $\mathbf{x}_0 = 1$ en el tiempo $t+1$ si $S_{min} \leq \sum_{i=1}^y \mathbf{x}_i \leq S_{max}$.

Finalmente una regla semitotalística en dos dimensiones se representa como $R(S_{min}, S_{max}, N_{min}, N_{max})$, donde N y S deben tomar valores entre 1 y 8.

$$\varphi(x_0, x_1, \dots, x_y) = \begin{cases} 1 & \text{si} \begin{cases} x_0 = 0 \text{ y } N_{min} \leq \sum_{i=1}^y x_i \leq N_{max} \\ x_0 = 1 \text{ y } S_{min} \leq \sum_{i=1}^y x_i \leq S_{max} \end{cases} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Ecuación 1

La vecindad de von Neumann se puede representar de manera análoga ajustando la Ecuación 1, esta vecindad suprime las células diagonales y conserva las células ortogonales con respecto a la vecindad de Moore, la función de transición φ tiene cuatro vecinos y una célula central por lo tanto $\mathcal{V} = 4$, si se emplea la notación de una dimensión $k = 2$ y $r = 2$, entonces se tienen $k^{2r+1} = 2^5 = 32$ vecindades y 2^{32} reglas de evolución. Sea $\Sigma = \{0, 1\}$ el conjunto de estados, $\mathbf{x}_0 = x_{i,j}$ la célula central y $\mathbf{x}_1 = x_{i-1,j}$, $\mathbf{x}_2 = x_{i,j-1}$, $\mathbf{x}_3 = x_{i,j+1}$,

$\mathbf{x}_4 = x_{i+1,j}$ son los vecinos o la vecindad isotrópica para toda $\mathbf{x}_i \in \Sigma$.

En la Ecuación 2 la función φ define la transformación local, las variables N_{min} y S_{min} indican el número mínimo de células ocupadas por el estado 1 en \mathcal{V} y las variables N_{max} y S_{max} el número máximo de células ocupadas por el estado 1 en \mathcal{V} en un tiempo t . Si $\mathbf{x}_0 = 0$ en el tiempo t entonces $\mathbf{x}_0 = 1$ en el tiempo $t+1$ si $N_{min} \leq \sum_{i=1}^y \mathbf{x}_i \leq N_{max}$, pero si $\mathbf{x}_0 = 1$ en el tiempo t , entonces $\mathbf{x}_0 = 1$ en el tiempo $t+1$ si $S_{min} \leq \sum_{i=1}^y \mathbf{x}_i \leq S_{max}$, donde N y S deben tomar valores entre 1 y 4.

$$\varphi(x_0, x_1, \dots, x_y) = \begin{cases} 1 & \text{si} \begin{cases} x_0 = 0 \text{ y } N_{min} \leq \sum_{i=1}^y x_i \leq N_{max} \\ x_0 = 1 \text{ y } S_{min} \leq \sum_{i=1}^y x_i \leq S_{max} \end{cases} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Ecuación 2

En la Figura 2 se ilustra el espacio de evoluciones en dos dimensiones, es un arreglo bidimensional y las posiciones $x_{i,j}$ son ocupadas por elementos del conjunto $\Sigma = \{0, 1\}$, el estado 0 se representa con el color blanco y el estado 1 se representa con el color negro.

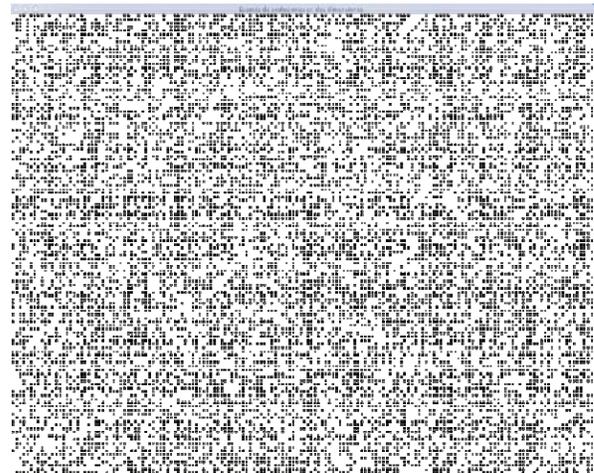


Figura 2: Espacio de evoluciones en dos dimensiones

En la **Figura 3** se ilustran algunas de las estructuras mas interesantes de la regla *Life*, esta regla de evolución es una regla semitotalística y se representa como **$R(2,3,3,3)$** . Estas estructuras fueron construidas cuidadosamente, pero varias de ellas pueden ser generadas desde una configuración aleatoria a través del tiempo.

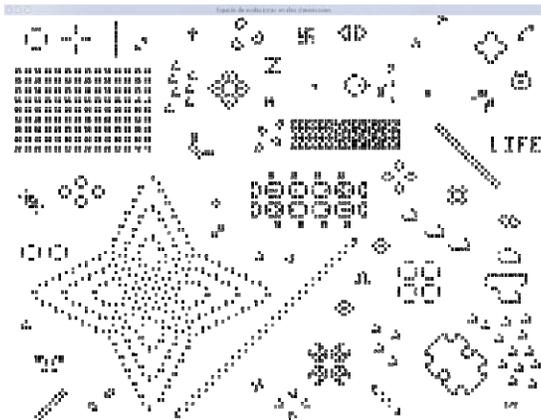


Figura 3: Configuraciones complejas en *Life*

En autómatas celulares de dos dimensiones no hay propiedades a la frontera, es decir, el arreglo bidimensional está definido por el producto cartesiano **$Z \times Z$** .

3. APLICACIONES

3.1 Juego de la vida

Uno de los autómatas celulares más conocidos es el que John Horton Conway (*Life Game*). El juego de la VIDA es un autómata celular bidimensional en cuadrícula con dos estados por celda. Cada celda o célula puede estar viva o muerta y en cada generación se aplica un algoritmo que sigue estas tres reglas:

1. **Nacimiento:** se reemplaza una célula muerta por una viva si dicha célula tiene exactamente 3 vecinos vivos.
2. **Muerte:** se reemplaza una célula viva por una muerta si dicha célula no tiene más de 1 vecino vivo (muerte por aislamiento) o si tiene más de 3 vecinos vivos (muerte por sobrepoblación).
3. **Supervivencia:** una célula viva permanecerá en ese estado si tiene 2 o 3 vecinos vivos.

El juego VIDA presenta configuraciones finales estables, periódicas o no. Langton defiende que presenta propiedades de catálisis (acciones de construcción arbitrarias), de transporte (borrando estructuras y reconstruyéndolas en otro lugar del espacio celular), estructurales (como elementos estáticos, barreras, etc.), de regulación, defensa e incluso informativas, y que por tanto estos autómatas virtuales tienen capacidades

computacionales suficientes para cumplir los papeles funcionales que juegan las macromoléculas en la lógica molecular de la vida. En definitiva, que funcionalmente, los autómatas son equiparables a los componentes básicos de la vida en nuestro planeta.

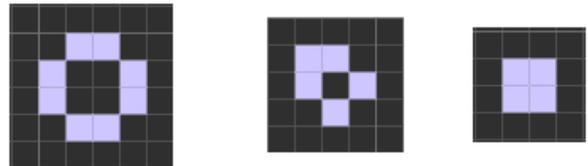


Figura 4: Patrones fijos o estáticos

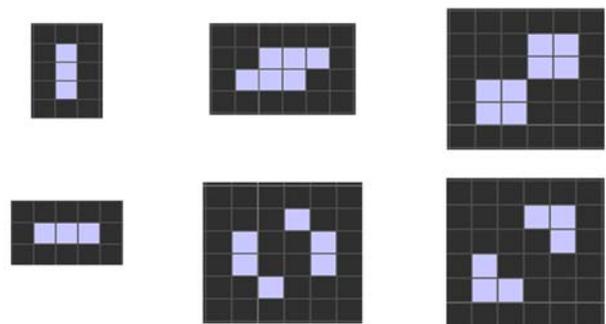


Figura 5: Patrones recurrentes mas usuales

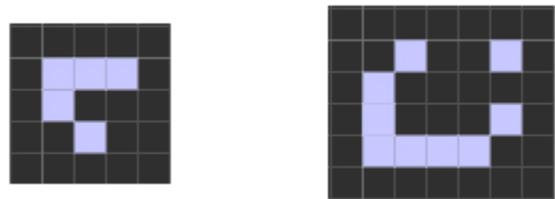


Figura 6: Patrones de movilidad o planeadores.

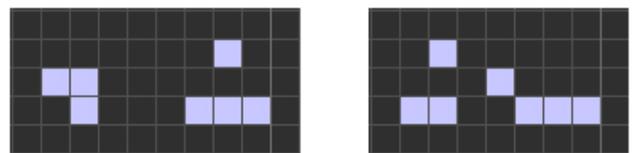


Figura 7: Patrones Matusalen: Diehard y Acorn.

Producto del amplio estudio que han realizado múltiples expertos y estudiantes, se han descubierto y catalogado una serie de patrones característicos. Se diferencian entonces cuatro tipos de patrones: estáticos, patrones que no varían; recurrentes, patrones que varían de una posición a otra indefinidamente; patrones con movilidad, que se reproducen y se mueven por toda la cuadrícula; matusalenes, que son patrones que tardan muchos pasos en estabilizarse.

Especial atención merecen estos últimos, los matusalenes. Son una serie interesante de patrones que evolucionan durante varias generaciones antes de estabilizarse. Diehard es uno de estos patrones, que se estabiliza tras 130 turnos, desapareciendo, mientras que Acorn llega a 5206 transiciones antes de estabilizarse en múltiples formaciones recurrentes y fijas, incluidos algunos planeadores.

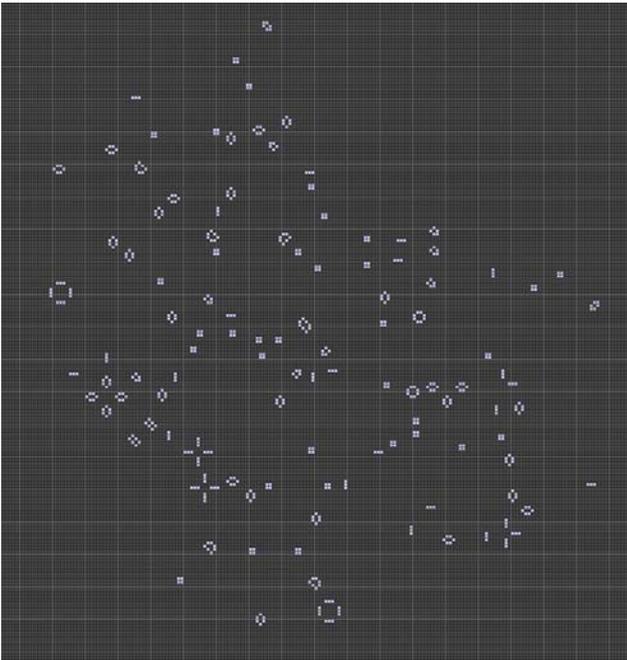


Figura 8: Planeadores

En cuanto a los planeadores o patrones de movilidad, una de las aportaciones originales de Conway fue el descubrimiento de la estructura de cinco células vivas llamada Glider, que resulta encajar en el papel de planeador realizando un viaje en diagonal por la cuadrícula. Las transiciones se ven representadas en la **figura 9:**

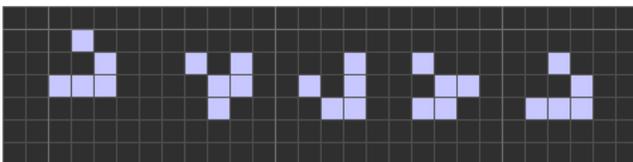


Figura 9: Transiciones comunes de un Glider

3.2 Otras aplicaciones

Dentro de los autómatas bidimensionales y de los autómatas celulares en general se busca simular sistemas en donde el comportamiento de los mismos se rija por la interacción local de sus componentes, de este modo se han podido modelar el crecimiento de cristales, incendios forestales, modelos de reacciones químicas, mecánica de fluidos, patrones de pigmentación de piel, crecimiento de conchas marinas y corales, comportamiento de colonias de microorganismos entre otros.

Se puede observar que estos campos de desarrollo no son excluyentes, ya que un mismo trabajo puede caer en las tres vertientes, un ejemplo puede ser el AC de von Neumann, ya que puede ser visto como una simulación de la autorreproducción de organismos microscópicos, se puede estudiar en éste el funcionamiento de un sistema complejo y es un AC que realiza una tarea en especial, la réplica de él mismo.

4. CONCLUSIONES

Los autómatas celulares son herramientas útiles para modelar cualquier sistema en el universo. Pueden considerarse como una buena alternativa a las ecuaciones diferenciales y han sido utilizados para modelar sistemas físicos, como interacciones entre partículas, formación de galaxias, cinética de sistemas moleculares y crecimiento de cristales, así como diversos sistemas biológicos a nivel celular, multicelular y poblacional.

El estudio futuro aumentará y gracias a la tecnología y a la información de diferentes áreas de estudio aparecerán nuevos sistemas con modelos más sofisticados, innovadores y complejos, usando autómatas celulares de dimensiones más altas que ayuden al estudio de los sistemas naturales, la ciencia, entre otras áreas.

5. BIBLIOGRAFÍA

- Genaro Juárez Martínez, Sección Computación CINVESTAV-IPN, México -Teoría del Campo Promedio en Autómatas Celulares Similares a "The Game of Life"-[online][Octubre 2000]. Disponible en:
<http://delta.cs.cinvestav.mx/~mcintosh/comun/tesismaestria/genaro/node1.html>
- Ricardo Aranguren [online]. Disponible en:
http://www.redcientifica.com/gaia/ac/auto_c.htm#ti
- Jesús R. Peinado, Jesús Manuel García. [online][Abril de 2008]. Disponible en:
<http://www.enelnombredetux.com/project.php?project=autcel>
- Tuoh Mora Juan Carlos, Universidad Nacional Autónoma de México (Campus Acatlán)[online] [Agosto,1997]. Disponible en:
<http://delta.cs.cinvestav.mx/~mcintosh/oldweb/tesis/seck/node13.html#SECTION00032500000000000000>