

Autómatas Celulares Difusos

Lic. Aldo R. Valdez Alvarado
 Universidad Mayor de San Andrés
 Carrera de Informática
 Teoría de la Información y codificación
 aldo_valdez@hotmail.com

RESUMEN

En el presente artículo se da una visión general de la quintupla generadora del Autómata Celular Difuso, desde la perspectiva de la Vida Artificial.

Palabras Clave

Autómata Celular, lógica difusa, retícula, estados, vecindad, función de pertenencia, función de transición.

1. INTRODUCCIÓN

El estudio científico de la vida está a cargo de la biología, pero este estudio se basa en la química de las cadenas de carbono, ¿y es que acaso se conoce otra forma de vida que no esté basada en esta? Es en este punto que hace su aparición la vida artificial como una rama de la ciencia que intenta recrear la “vida natural” mediante el uso de medios electrónicos, mecánicos, u otros medios artificiales.

Entre los modelos de vida artificial que se conocen podemos citar los virus informáticos, los sistemas de Lindenmayer, la robótica, los autómatas celulares, etc. Estos últimos definidos formalmente por Jhon Von Newman, cuya característica principal es su capacidad de autorreplicación, y cuyo ejemplo más famoso es el “Juego de la Vida” (“The Game of Life”) de Conway. Los autómatas celulares son modelos matemáticos de tipo discreto capaces de modelar sistemas complejos, su campo de aplicación va desde la genética, la dinámica de fluidos, reacciones químicas, teoría de autómatas, análisis poblacional, procesamiento de imágenes, compresión y criptografía.

En este sentido los Autómatas Celulares Difusos integran las características de los Autómatas Celulares con la potencialidad de la Lógica Difusa para realizar por ejemplo análisis poblacional y otros relacionados con este.

2. AUTÓMATA CELULAR

Los autómatas celulares son modelos matemáticos de tipo discreto capaces de modelar sistemas complejos, los cuales se autorepican mediante la interacción de una simple regla determinística, como cualquier otro sistema dinámico, sus variables cambian como una función de sus propios valores a través del tiempo.

El concepto de Autómata Celular es extremadamente simple, supongamos un retículo y en cada celda del retículo tenemos un valor (por simplificar nos limitaremos al caso en que el estado sólo puede ser 0 ó 1). En cada instante de tiempo cada celda analiza el valor de las celdas de un entorno a su alrededor y según cierta regla local cambia ó no su valor. Además de la actualización síncrona de todas las celdas que constituyen el sistema, las características principales de un autómata celular es que tanto el espacio como el tiempo son cantidades discretas. Un autómata celular es por tanto un sistema dinámico discreto. Los conceptos claves que permiten definir al AC son:

- La retícula o látice.
- La vecindad.
- La regla de evolución.

2.1 Retícula o látice

La retícula o látice es la región espacial donde evoluciona el autómata celular durante todo su ciclo de existencia, de manera general puede tener cualquier forma y su dimensión puede ser finita o infinita, sin embargo normalmente es visto como un arreglo unidimensional, bidimensional o tridimensional (es decir $d=1$, $d=2$ o $d=3$ respectivamente), divididos en un número de subespacios homogéneos conocidos como celdas, estos espacios se encuentran adyacentes unos a otros, de modo que se mantenga abierta la posibilidad de interacción de unos con otros (este último aspecto es indispensable en el proceso de evolución – proceso de autorreplicación del autómata celular), además la dimensión de los espacios considerados en nuestro caso es finita. Cada celda puede estar en uno de un conjunto finito o numerable Σ de estados, este por convención es un espacio coordinable con el conjunto de los n primeros números naturales, en muchos casos suele identificarse cada estado por un color específico o alguna otra característica, para nosotros el conjunto de estados será definido como:

$$\Sigma = \{1, 2, 3, \dots, n\}$$

Se define además $k = |\Sigma|$, esto es, k almacena el número de estados del autómata celular.

2.2 La Vecindad

Una vecindad V definida para cada celda, consiste en un conjunto contiguo de celdas, indicando las posiciones relativas de cada una respecto a la celda en cuestión. Podemos definir distintos tipos de vecindad dependiendo del tipo de autómata celular que se encuentre en consideración, respecto de las cuales va variando el estado de todas y cada una de las celdas de la retícula a través del tiempo. Las vecindades que

se encuentren usando definen el concepto de radio r , que es el alcance de la vecindad dentro de la retícula, es decir el número de celdas que toma la vecindad alrededor de la celda en cuestión.

2.3 La Regla de Evolución

La regla de evolución C , define la manera como las celdas deben cambiar de estado, dependiendo del estado inmediatamente anterior de su vecindad. Esta regla es aplicada conceptualmente a cada una de las celdas de la retícula. La representación de un conjunto de reglas cualquiera difiere en función del tipo particular de autómatas celulares que se esté considerando, pero podemos mencionar tres formas que son particularmente usadas: La primera es expresar cada regla como una *función Booleana*; la segunda, es expresar estas mismas como un texto que describe el comportamiento de la celda como función directa de sus vecinos, y por último es posible elaborar expresiones matemáticas basadas en el número total de vecinos y su estado actual para determinar el siguiente estado de cada una de las celdas pertenecientes a la retícula.

Podemos ahora definir formalmente un autómata celular como una cuádrupla que tiene la siguiente estructura:

R : Retícula, región espacial donde se define al autómata.

Σ : Conjunto finito de estados. $\{1,2,3,\dots,\alpha\}$

V : Vecindad, con un radio $r \in \{1,2,3,\dots\}$

C : Función de transición, que son las reglas de evolución del autómata.

De este modo la cuádrupla $AC = \{R, \Sigma, V, C\}$ es denominada autómata celular

3. LÓGICA DIFUSA

3.1 Introducción

La lógica difusa o borrosa es una rama de la Inteligencia Artificial que se funda en el concepto de “*Todo es cuestión de grado*”, lo cual nos permite manejar información vaga o de difícil especificación, si quisiéramos ver con esta información el funcionamiento o el estado de un sistema específico. Es entonces posible con la lógica difusa gobernar un sistema por medio de reglas de *sentido común* las cuales se refieren a cantidades indefinidas.

Las reglas involucradas en un sistema difuso, pueden ser aprendidas con sistemas adaptativos que aprenden al *observar* como operan las personas los dispositivos reales, o estas reglas pueden ser planteadas por un experto humano. También la lógica difusa puede ser usada para modelar sistemas reales que tienen un alto grado de incertidumbre, o aquellos en los que no es posible definir su comportamiento en función de la verdad o falsedad de la lógica clásica.

La lógica difusa es entonces definida como un sistema matemático que modela funciones no lineales, que convierte unas

entradas en salidas acordes con los planteamientos lógicos que usan el razonamiento aproximado. Se fundamenta en los denominados conjuntos borrosos y un sistema de inferencia borroso basado en reglas de la forma “*Si...Entonces...*”, donde los valores lingüísticos de la premisa y el consecuente están definidos por conjuntos borrosos, es así como las reglas siempre convierten un conjunto borroso en otro.

3.2 Conjuntos Difusos

La mayoría de los **fenómenos** que encontramos cada día son **imprecisos**, es decir, tienen implícito un cierto **grado de difusidad en la descripción de su naturaleza**. Esta imprecisión puede estar asociada con su forma, posición, momento, color, textura o incluso en la semántica que describe lo que son. En muchos casos el mismo concepto puede tener diferentes grados de imprecisión en diferentes contextos o tiempo. Este tipo de imprecisión o difusidad asociado continuamente a los fenómenos es común en todos los campos de estudio: sociología, física, *biología*, finanzas, ingeniería, psicología, etc.

Podemos observar este hecho con un ejemplo. ¿Cuál es la definición de alto? Para hacerlo fácil, asuma que los objetos a clasificar son adultos humanos antes que rascacielos u hojas de afeitar. La respuesta simple a la pregunta formulada es que no existe una definición adecuada. Ningún diccionario dice que alto está definido como que significa mas de 1.65 metros para las mujeres y 1.80 metros para los hombres o algo parecido. Una respuesta más informativa es que la definición de la palabra alto aplicada a una persona es definida de manera difusa, y aunque se tiene una idea buena de lo que es y no es alto, aún pensando que todas las personas sujetas de comparación son completamente diferentes. Alguien con 2 metros de estatura es indudablemente alto, pero ¿qué acerca de sus vecinos cercanos en altura? Para resolver este problema, es necesario definir algunos conjuntos difusos. Es importante entender que no existe una manera rígida para definir un conjunto difuso. Estos son designados con la visión de la meta a alcanzar. Si un conjunto es definido para utilizarlo en algún sistema de control, por ejemplo, y el sistema no presenta un buen rendimiento, entonces es probable que los conjuntos necesiten ser redefinidos. El conjunto “alto” es definido para ser capaz de comunicar dimensiones físicas, y lo que es más importante, comunicar dimensiones imprecisas. Cuando se describe a alguna persona no es necesario especificar su altura en milímetros, sin embargo comunicar una idea aproximada de su estatura es probablemente lo más usual. A continuación se definen tres conjuntos que describen la estatura: “bajo”, “mediano” y “alto”. Los mismos son ilustrados en la figura 2.3, donde la altura h está indicada en el eje x del grafico, y el grado de pertenencia del conjunto a la correspondiente altura es proporcionado por la coordenada del eje y. Así el grado en el cual una altura de 1.74 metros es “mediano” será de 0.50, y el grado en el cual es “bajo” será de 0.25 (ilustrado por las líneas punteadas).

Esto origina otro punto importante; a saber un elemento, en este caso un ejemplo de altura, puede ser miembro de más de un conjunto aún si los dos conjuntos aparenten ser mutuamente exclusivos en términos de la teoría clásica de los conjuntos. Tales conjuntos difusos pueden ser definidos a lo largo de

algún eje o ejes numéricos, discretos o continuos, o puede ser definido utilizando ejemplos de los miembros del conjunto, en alguna forma deseada.

3.3 Funciones de Pertenencia

Cualquier función μ_A es válida. Su definición exacta depende del concepto a definir, del contexto al que se refiera, de la aplicación que se este modelando. En general es preferible usar funciones simples, debido a que simplifican muchos cálculos y no pierden exactitud, debido a que precisamente se está definiendo un concepto difuso. A continuación podemos mencionar algunas funciones de pertenencia típicas.

Función de Pertenencia Triangular. Definida por sus límites inferior **a** y superior **b**, y el valor modal **m**, tal que $a < m < b$.

$$\mu(x) = \begin{cases} 1 & x \leq a \\ (x-a)/(m-a) & x \in (a, m] \\ (b-x)/(b-m) & x \in (a, m) \\ 0 & x \geq b \end{cases}$$

Función de Pertenencia Trapezoidal. Definida por sus límites inferior **a** y superior **d**, y los límites de su soporte, **b** y **c**, inferior y superior respectivamente.

$$\mu(x) = \begin{cases} 0 & (x \leq a) \vee (x \geq d) \\ (x-a)/(b-a) & x \in (a, b] \\ 1 & x \in (b, c) \\ (d-x)/(d-c) & x \in (b, d) \end{cases}$$

Función de Pertenencia Gausiana. Definida por su valor medio **m** y el valor $k > 0$, que es la típica campana de Gauss. Cuya función es:

$$\mu(x) = e^{-k(x-m)^2}$$

4. AUTÓMATAS CELULARES DIFUSOS

El Autómata Celular Difuso, se define como una quintupla cuya estructura es similar a la de un autómata celular ordinario, este autómata celular difuso se define sobre una matriz rectangular, con un número de filas y columnas finitos, que será la región espacial en la que el autómata evolucionará durante su ciclo de existencia, donde cada celda será identificada por un estado definido y una vecindad determinada, además de una función de pertenencia difusa para las reglas de evolución de la función de transición del autómata.

Un **Autómata Celular Difuso**, al igual que un autómata celular ordinario, se puede definir también como un modelo matemático de tipo discreto, por lo que a continuación para la comprensión del mismo se define su estructura. Definimos un **Autómata Celular Difuso** como una quintupla que tiene la siguiente estructura:

R : Retícula, región espacial donde se define al autómata.

Σ : Conjunto finito de estados. $\{1,2,3,...,n\}$

V : Vecindad, con un radio $r \in \{1,2,3,...\}$

U : Función de pertenencia difusa, que utiliza la función de transición para la evolución del autómata.

C : Función de transición, que son las reglas de evolución del autómata.

De este modo la quintupla $ACD = \{R, \Sigma, V, U, C\}$ es denominada autómata celular difuso.

5. CONCLUSIONES

Como se observa la función de pertenencia difusa determina la evolución del autómata de modo que esta se tiene que utilizar en la función de transición del mismo. Entonces es lógico pensar que podemos utilizar otro tipo de funciones u operadores en lugar de la función de pertenencia difusa, esto con el fin de encontrar diferentes tipos de autómatas celulares, por ejemplo, autómatas celulares probabilísticos, autómatas celulares evolutivos, autómatas celulares markovianos, y seguramente combinaciones de los anteriores.

6. BIBLIOGRAFÍA

5. Ascarrumz J. ¿Podrá el hombre crear vida?. 1998. Revista Yatichawi Vol. 1. No. 2. La Paz, Bolivia.
6. Choque G. Inteligencia Artificial Perspectivas y Realizaciones. 1997. UMSA. La Paz, Bolivia.
7. Coello C. Curso de Computación Evolutiva. 1998. Laboratorio Superior de Informática Avanzada. Veracruz, México.
8. Herran M. Autómatas como Analogías de nuestro Universo. 2003. [Disponible en:] <http://www.manuherran.com>. [Fecha de búsqueda:] 12/02/04
9. Jimenez F. Autómatas Celulares y Vida Artificial. 2002. [Disponible en:] <http://complex.us.es/~jimenez/CA/ac/index.htm>. [Fecha de búsqueda:] 21/02/02.
10. Reynaga R. Programación Bio – Lógica y Vida Artificial. 1998. UATF. Potosi, Bolivia
11. Rodriguez M. Autómatas Celulares. 1999. [Disponible en:] <http://personal.redestb.es/riotorto>. [Fecha de búsqueda:] 05/05/03.