

# Análisis espacial del precio de oferta de la vivienda en el área metropolitana de Cochabamba

*Elda Collazos Reyes  
Wilma Gamboa Pérez  
Pablo Prado Velasco  
Vincenzo Verardi\**

## Resumen

La idea principal del presente artículo es identificar cuáles son las características que determinan la fijación del precio de oferta en la estructura del mercado inmobiliario (viviendas de propiedad individual), considerando la heterogeneidad espacial. El estudio fue realizado en la zona metropolitana de la ciudad de Cochabamba, donde la oferta de mercancía inmobiliaria responde a múltiples factores, entre ellos la localización, por lo que en el análisis se utiliza un modelo de precios hedónicos, asociado a técnicas de econometría espacial (*I* de Moran, modelo de autocorrelación espacial y GWR). Los resultados del trabajo son presentados en mapas temáticos generados en el entorno del Sistema de Información Geográfica ArcGis, los mismos que tienen la propiedad de mostrar de acuerdo a la ubicación el nivel de influencia individual de las variables explicativas (características o atributos) sobre el precio.

- \* Elda Collazos Reyes: Investigadora CEPLAG-UMSS.
- Wilma Gamboa Pérez: Investigadora CEPLAG-UMSS.
- Pablo Prado Velasco: Investigador UMSS.
- Vincenzo Verardi: Investigador ECARES, CEE, Université Libre de Bruxelles.

## **Abstract**

The purpose of this paper is to identify which structural characteristics of the real estate market determine the sale price of privately owned housing, taking into account spatial heterogeneity. The study was conducted in the Cochabamba metropolitan area. The sale price of real estate, which reflects multiple factors, including location, is used in a model of hedonic pricing associated with spatial econometric techniques (Moran index, spatial autocorrelation model, GWR). The results of the study, presented in thematic maps generated by the Geographic Information System (ArcGis), show the influence of the percentage variation of the individual explanatory variables over real estate sale prices by location.

## **1. Introducción**

Los precios establecidos en los mercados inmobiliarios, donde los bienes transados son considerados capital estático y se encuentran arraigados espacialmente, están muy relacionados tanto con la estructura espacial del paisaje urbano (infraestructura, servicios, localización, etc.) como con los atributos particulares que caracterizan el bien (superficie, funcionalidad, estética, etc.). Todos estos atributos son transados en el mercado como una totalidad donde el precio varía según las características del producto, es decir, según la posesión en mayor o menor grado de estos atributos.

En el área metropolitana de Cochabamba, la fijación de los precios de oferta de bienes inmobiliarios guarda en general una estrecha relación con la experiencia y la referencia: si el precio ha sido fijado por un agente inmobiliario o si por el propietario que oferta su vivienda. Pese a la diversidad de medios de oferta de bienes inmobiliarios, el factor común presente es la manera en la que los vendedores (dueños o intermediarios) ponen en consideración del comprador los atributos particulares del bien.

Al mismo tiempo, un comprador pagará por una vivienda considerando esencialmente sus preferencias, dando importancia a las características funcionales y de ubicación (atributos) que a él le convengan. No obstante de ser ésta una elección totalmente subjetiva, es posible que existan ciertos atributos implícitos que permitan establecer algún patrón al momento de fijar el precio del bien.

Tomando en cuenta que la vivienda es un bien determinante para el desarrollo social y económico de un país, en la medida en que posibilita la disminución de la pobreza, la reactivación de la economía y la generación de empleo, resulta de gran importancia analizar aquellos factores que determinan su costo. Por esto, muchos análisis abordan el tema del valor de las viviendas a partir de múltiples enfoques, entre los cuales está el enfoque hedónico, cuya metodología permite estimar el valor marginal de cada atributo de la propiedad y sus factores externos, es decir, las características del barrio.

En la mayoría de los modelos hedónicos de cada atributo observado resulta un coeficiente que puede variar de acuerdo a un patrón sistemático, es decir, de acuerdo a la ubicación; al respecto, varios métodos se han desarrollado para tratar estas variaciones, como, por ejemplo, Anselin (1988), Brunson *et al.* (1996), Casetti (1972); Fotheringham *et al.* (2002) y Griffith (1988), etc., de manera que, al integrar la heterogeneidad espacial en el modelo, éste estaría mejor calibrado y permitiría una mayor comprensión de la dinámica del mercado inmobiliario.

El propósito del presente artículo es realizar un análisis de las características que determinan el precio de oferta de la vivienda en las diferentes zonas del área metropolitana de la ciudad de Cochabamba, considerando la heterogeneidad espacial<sup>1</sup>. La hipótesis que se maneja es que el precio de la vivienda está influenciado por las características o atributos de ésta, diferenciados de acuerdo a su localización.

Para este fin, la metodología que se aplica es la de precios hedónicos, considerando la heterogeneidad espacial. En una primera parte se identifica la correlación espacial mediante el *Índice de Moran* (medida de asociación basada en una matriz de ponderaciones espaciales), posteriormente se aplica un *Modelo Autorregresivo Espacial*, a manera de identificar el grado de influencia del valor de las casas vecinas en la determinación del precio de la vivienda. En la siguiente etapa del análisis se corre una *Regresión Geográficamente Ponderada* (GWR), la misma que permite identificar a las variables y el nivel de influencia de las mismas sobre la fijación del valor de la vivienda de acuerdo a su localización; los resultados obtenidos con esta re-

1 Tanto la heterogeneidad como la dependencia espaciales han sido inicialmente propuestas por Anselin (1988); la heterogeneidad espacial puede ser definida como "inestabilidad estructural en forma de varianza no constante de los residuos de una regresión (heteroscedasticidad) o en los coeficientes del modelo".

gresión son graficados en mapas temáticos utilizando el entorno del Sistema de Información Geográfica ArcGis.

El documento presenta la siguiente estructura. Después de hacer una revisión de la literatura existente acerca del tema en la primera parte, se procede en la segunda a describir las características de los datos utilizados en el análisis. En la tercera sección se describen las técnicas de análisis espacial utilizadas. En la cuarta parte del documento se presenta el análisis realizado y los resultados obtenidos, para finalmente presentar en la quinta sección las conclusiones del artículo

## **2. Revisión de la bibliografía**

Los estudios realizados sobre precios de vivienda han sido abordados con diferentes metodologías. Una de las primeras fue desarrollada por Bailey, Muth y Nourse (1963) y consistió en estructurar Índices de Precios de Vivienda basados en datos registrados de viviendas que hayan sido vendidas por lo menos dos veces durante el período de estudio. La idea inicial de este método consiste en observar una misma vivienda en dos momentos diferentes, permitiendo de esta manera controlar las variaciones entre los atributos de las propiedades, obviando sin embargo la estimación del aporte marginal de cada uno de éstos al precio de las mismas.

Los estudios sobre precios de vivienda han cobrado vital importancia en la actualidad. La metodología de precios hedónicos ha sido la aproximación utilizada mundialmente para dichos propósitos<sup>2</sup>. Este método fue desarrollado por Lancaster (1966) y extendido al mercado inmobiliario por Rosen (1974) y consiste en estimar económicamente ecuaciones que tienen como variable dependiente el precio y como regresores los atributos o características de la vivienda. La idea central es que estos atributos no se transan explícitamente en los mercados sino que componen un paquete de características que se transfieren junto con los derechos de propiedad del bien o servicio.

2 Esta metodología se ha convertido en una herramienta de gran utilidad, tanto para el análisis de mercados inmobiliarios como para el análisis urbano en general.

Entre los estudios de precios de vivienda que han utilizado el método hedónico se encuentran por ejemplo los realizados por Núñez y Schovelin (2002), quienes estimaron un modelo hedónico para conjuntos de viviendas nuevas, con el objeto de identificar una forma funcional que relacione la variable explicada (precio de la vivienda) con las diferentes variables explicativas utilizadas, determinando la significación de cada una de ellas para finalmente aplicar los modelos a la oferta inmobiliaria local.

Soto (2004) también utiliza métodos hedónicos para hacer un análisis espacial de la dinámica del valor del suelo rural en Louisiana, aplicando adicionalmente procedimientos de econometría espacial para evaluar el impacto de las características del suelo en los precios del mercado. Sandberg y Johansson (2004), por su parte, estiman precios hedónicos para pisos cooperativos, identificando las características más importantes en la fijación del valor y abordando además problemas espaciales mediante la estimación de Momentos Autorregresivos Generalizados. El propio Sandberg (2004a) compara e identifica los cambios en los precios de acuerdo a la localización y los atributos de cada vivienda.

Aportando al análisis del valor de la vivienda, Straszheim (1975) resalta que “la variación de los atributos de ésta y los precios relacionados a su localización son características fundamentales del mercado inmobiliario urbano”, mientras que en áreas metropolitanas el mercado puede segmentarse de acuerdo al tipo o la estructura que presenten las propiedades (viviendas unifamiliares aisladas, departamentos o condominios), por lo que se hace importante la especificación de cada tipo en el análisis.

Corroborando la importancia de la localización para fijar el precio de la vivienda, Thibodeau (2002) muestra que el precio de la vivienda no sólo está relacionado con sus atributos sino también que éstos se encuentran correlacionados espacialmente por varias razones: primero, porque las viviendas en un mismo barrio comparten atributos numerosos que influyen en su precio; segundo, porque la mayoría de los barrios se desarrollan conjuntamente y por consiguiente las viviendas tienden a tener características estructurales similares (como la edad de la construcción, la superficie, el área construida, etc.); y finalmente, en términos positivos o negativos, las externalidades de proximidad tienen una influencia similar en los valores comerciales de propiedades cercanas, concluyendo que las consideraciones espaciales son importantes cuando se analizan los precios de viviendas.

En Bolivia, se sabe que, entre los años 1980 y 1986, el Banco Nacional elaboró el INCC (Índice nacional del costo de la construcción), que posteriormente pasó a ser responsabilidad del INE (Instituto Nacional de Estadística), manteniendo como principal propósito la medición de la variación de precios de un periodo a otro y considerando para ello los precios de materiales de construcción, mano de obra y maquinarias que intervienen en el proceso de producción de la vivienda.

Más allá de la elaboración de este índice, en Bolivia no existen estudios empíricos relacionados con la determinación de los precios de la vivienda, siendo el único referente al respecto los mapas catastrales que se utilizan en algunos municipios para el cobro de impuestos.

### **3. Metodo de recoleccion de datos y variables**

De acuerdo a la bibliografía revisada y a la disponibilidad de datos, para la realización del presente artículo se ha visto por conveniente utilizar precios de oferta de viviendas aisladas y unifamiliares ubicadas dentro el área metropolitana de la ciudad de Cochabamba (es decir, ni departamentos ni condominios)<sup>3</sup>. La falta de información sistematizada respecto a los precios de venta de viviendas obligó a considerar en el análisis solamente los precios de oferta obtenidos de las empresas inmobiliarias que operan legalmente en el sector; adicionalmente, conscientes de que la oferta de viviendas no es únicamente manejada por las inmobiliarias, se recurrió a considerar también los anuncios clasificados de los periódicos, así como las viviendas directamente ofertadas por los propietarios en el área de estudio.

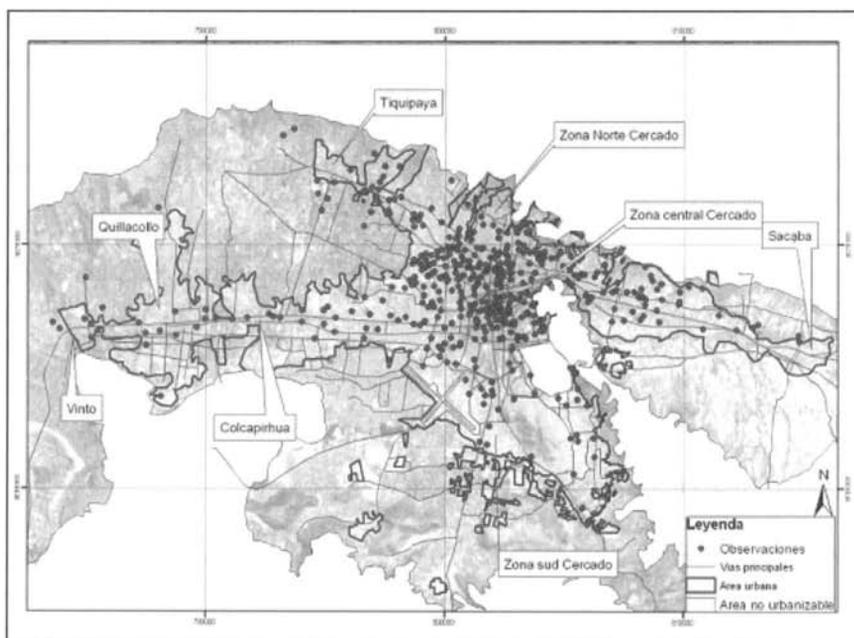
Inicialmente, los datos obtenidos del periódico fueron validados en el terreno, completando de esta manera en la mayoría de los casos la información faltante para el llenado de la base de datos<sup>4</sup>. Es importante mencionar que la consulta a los periódicos se realizó durante el periodo comprendido entre el 22 de agosto y el 5 de septiembre del 2004. En el caso de los datos obtenidos de las empresas inmobiliarias, éstos están comprendidos entre diciembre de 2003 y septiembre de 2004.

3 Los datos que se recolectaron hacen referencia al precio de la vivienda ofertada (variable independiente) y a los atributos de ésta, incluida la localización (variables explicativas).

4 En la mayoría de los casos, las viviendas ofertadas en el periódico no presentan información necesaria relacionada con la ubicación ni los atributos para este tipo de análisis.

Finalmente, se logró recabar información de 570 viviendas en venta, en un periodo comprendido entre diciembre de 2003 y noviembre de 2004. Sin embargo, en el proceso de depuración se eliminaron aquellas observaciones que no contaban con todos los datos referidos a las variables consideradas, quedando 345 observaciones para el análisis. De esta manera se obtuvo la siguiente variabilidad en cuanto a la ubicación de las ofertas de vivienda en el área de estudio (ver Figura 1).

**Figura 1: Ubicación de las observaciones y zonas de estudio**



Área Metropolitana de Cochabamba

A medida que se iban consiguiendo los datos de las viviendas ofertadas en el mercado se fue graficando la ubicación de cada una de ellas en un mapa de puntos en el SIG, teniendo el cuidado de mantener siempre el mismo número de identificación, tanto en el mapa como en la matriz de la base de datos.

Para tener la referencia de calles y sus nombres se utilizaron planos urbanos del área de estudio; una vez ubicados los puntos, se pudo calcular las coordenadas geográficas de cada uno de ellos en base a la proyección *Universal Transversal de Mercator*, la zona 19 y el Dato horizontal WGS 84. Los pares de coordenadas fueron expresados en metros e incorporados a la matriz de la base de datos.

Las variables utilizadas en este análisis tienen que ver con los siguientes aspectos relacionados a las características o atributos de las viviendas: número de dormitorios, superficie de lote, superficie construida, tenencia de piscina, teléfono, tienda, galpón y antigüedad de la construcción. De acuerdo a la bibliografía consultada, éstas son variables que han sido utilizadas por otros autores en estudios relacionados al precio de la vivienda. Pero también se han considerado algunas otras variables relacionadas a servicios e infraestructura urbana, tales como agua potable, alcantarillado, calidad de vías, recojo de basura y acceso a transporte público (ver Cuadro 1).

Asimismo, para el análisis se tomaron en cuenta sólo las ofertas de viviendas legalmente establecidas. Cabe señalar que un análisis que incorporara las zonas de informalidad urbana implicaría levantamientos de datos en campos bastante complejos y exhaustivos, que no son relevantes para este trabajo pero que podrían brindar resultados de gran interés en investigaciones posteriores.

### 3.1. Caracterización de las zonas de estudio

Esta descripción es un insumo necesario para entender adecuadamente la magnitud de los resultados del GWR. Debido a que el análisis geográfico del precio de la vivienda implica bastante complejidad, es necesario que la referencia espacial de éste sea fácilmente comprensible. Para poder explicar los resultados, se caracterizó el área metropolitana de Cochabamba, tomando en cuenta la influencia de los centros urbanos y realizando de esta manera una aproximación a la identificación de grandes zonas homogéneas, las cuales son:

Zona oeste (Quillacollo y Vinto), cuyo límite es la latitud 790000, a partir de donde se inicia la siguiente zona, que es la conurbación Cochabamba-Quillacollo, que llega hasta la latitud 79750; Tiquipaya, que establece un límite de longitud entre 8078000-8083000 y latitud 796120-800000; Zona central, central norte, central sud, conurbación

**Cuadro 1**  
**Variables consideradas en el análisis<sup>5</sup>**

| Nro | Nombre    | Descripción  | Escala     | Tipo     |
|-----|-----------|--|------------|----------|
| 1   | ID        | Código de identificación de la observación   | Nominal    | Discreta |
| 2   | Barrio    | Ubicación de la vivienda   | Nominal    |          |
| 3   | X         | Coordenada en x (Este)   | Razón      | Continua |
| 4   | Y         | Coordenada en y (Norte)  | Razón      | Continua |
| 5   | Precio    | Precio de la vivienda en dólares americanos  | Razón      | Continua |
| 6   | Supm2     | Superficie del lote en metros cuadrados  | Razón      | Continua |
| 7   | Supcons   | Superficie construida de todos los niveles   | Razón      | Continua |
| 8   | Nrodorm   | Número de dormitorios  | Razón      | Discreta |
| 9   | Dep_aux   | Existencia de un departamento auxiliar   | Dicotómica | Discreta |
| 10  | Nueva     | Vivienda de menos de 5 años  | Dicotómica | Discreta |
| 11  | Jardín    | Tenencia de un espacio del lote destinado a área verde o vegetación                    | Dicotómica | Discreta |
| 12  | Garaje    | Tenencia de un espacio para guardar automóvil  | Dicotómica | Discreta |
| 13  | Tienda    | Existencia de un ambiente que tenga relación con la calle                              | Dicotómica | Discreta |
| 14  | Gal_sal   | Existencia de ambiente multifuncional cerrado de mayor proporción, para uso comercial. | Dicotómica | Discreta |
| 15  | Agua*     | Acceso al servicio de agua potable   | Dicotómica | Discreta |
| 16  | Alcanta   | Acceso al servicio de alcantarillado   | Dicotómica | Discreta |
| 17  | Electr*   | Acceso al servicio de energía eléctrica  | Dicotómica | Discreta |
| 18  | Alumb*    | Acceso al servicio de alumbrado público  | Dicotómica | Discreta |
| 19  | Gas       | Acceso al servicio de gas domiciliario   | Dicotómica | Discreta |
| 20  | Basura    | Acceso al servicio de recojo de basura   | Dicotómica | Discreta |
| 21  | Acctrans* | Existencia de transporte público en la zona  | Dicotómica | Discreta |
| 22  | Tipovia   | Calidad de vía según recubrimiento   | Categorica | Discreta |
| 23  | Docum*    | Tenencia de documentación en orden   | Dicotómica | Discreta |
| 24  | Pisc*     | Tenencia de piscina  | Dicotómica | Discreta |
| 25  | Agencia   | Vivienda vendida por agencia   | Dicotómica | Discreta |

Fuente: elaboración propia.

- 5 Las variables identificadas con asterisco son aquellas para las cuales no se tienen suficientes variaciones, razón por la cual han sido eliminadas de los modelos de regresión, ya que no sería posible calcular errores estándar de manera adecuada.

Cochabamba-Sacaba, entre la latitud 825000-810000 y Sacaba, delimitada por la latitud 810000°.

Como referencia se caracterizan brevemente las zonas comprendidas en el análisis, es decir, aquellas que están dentro del área metropolitana de la ciudad de Cochabamba.

a) Municipio de Cercado:

- Casco viejo. Es el centro de la ciudad de Cochabamba, con sus actividades administrativas, núcleo comercial y de negocios.
  - Zona central norte. Es la zona con mayor concentración de riqueza y de carácter residencial. Expansión urbana en la parte norte (parque nacional Tunari).
  - Zona central sud. Es la zona con grandes equipamientos urbanos, altas densidades demográficas y al mismo tiempo barrios de muy baja calidad de vida. Bastante expansión urbana en zonas agrícolas y en laderas.
  - Zona central oeste. Es una zona residencial y con presencia de actividades comerciales. Expansión urbana en áreas agrícolas.
  - Zona central este. Es una zona muy influenciada por la Universidad y los servicios relacionados a esta actividad.
- b) Eje de conurbación Cercado-Quillacollo (Colcapirhua). Zona industrial y de servicios comerciales para el transporte y la construcción. También tiene actividades administrativas (Colcapirhua)
- c) Eje de conurbación Cercado-Sacaba. Zona de carácter más residencial, pero con presencia de servicios comerciales e industria. Con bastante expansión urbana en ambos sentidos.
- d) Municipio de Tiquipaya. Centro urbano administrativo, con características parecidas al centro de Cochabamba, pero en menor escala.
- e) Municipio de Quillacollo. Centro urbano administrativo con características parecidas, pero en menor escala, al centro de la ciudad de Cochabamba. Se caracteriza por ser un mercado para los productos de la región.
- f) Municipio de Vinto. Centro urbano administrativo con características parecidas, pero en menor escala, al centro de la ciudad de Cochabamba.

6 Estos límites, por ser aproximaciones, son válidos únicamente para efectos de interpretaciones gráficas del presente documento.

- g) Municipio de Sacaba. Centro urbano administrativo con características parecidas, pero en menor escala, al centro de la ciudad de Cochabamba. Se caracteriza por ser un mercado para los productos de la región.

De acuerdo a los resultados obtenidos con el análisis de regresión utilizando ponderaciones geográficas, podemos decir en qué medida el precio de la vivienda en las diferentes zonas es influenciado o no de manera independiente por cada variable.

#### 4. Método de análisis

Inicialmente se aplicó la metodología de precios hedónicos, realizando previamente un análisis descriptivo de asociación espacial (I de Moran) para identificar la dependencia entre precios vecinos. Posteriormente se estimó un modelo de tipo autoregresivo espacial para cuantificar, por una parte, la influencia de los precios vecinos sobre el precio de una vivienda, y, por otra, la influencia global de las variables consideradas en el modelo. Finalmente, se utilizó la metodología GWR con Kernels adaptativos para estimar la influencia local de las características sobre el precio de las viviendas, mostrándose los resultados en mapas graficados mediante la interpolación de distancias inversas en un entorno SIG (ArcGis 8.3).

Los precios hedónicos se encuentran basados en la teoría del consumidor, desarrollada por Lancaster (1966). Este autor manifiesta que la utilidad de un bien está en función de sus características o atributos, asumiendo que las preferencias de los usuarios del bien están solamente determinadas por el vector correspondiente a éstas.

Sin embargo, la teoría de precios hedónicos para bienes inmobiliarios ha sido desarrollada por Rosen (1974), quien dio los fundamentos de la hipótesis hedónica de que los bienes son valuados por la utilidad que brindan sus atributos o características, asumiendo que para cualquier bien existe una relación funcional  $f$  entre su precio  $p$  y sus características vectoriales  $x$ .

$$P = f(x)$$

Los coeficientes estimados a partir de regresiones hedónicas se refieren en general a precios marginales implícitos de los atributos. Lo que la regresión hedónica estima es

el conjunto de los puntos de intersección de las curvas de demanda de diferentes consumidores con distintos gustos. Este método se basa en realidad en el análisis de regresión múltiple que permite identificar el aporte individual de cada atributo al precio de la vivienda, independientemente de los otros. Ejemplo: el precio que representa para una vivienda dada el poseer un cuarto adicional, independientemente de las otras variables o atributos.

La especificación utilizada aquí es del tipo:

$$(1) \quad \ln p_i = \alpha + \underbrace{\sum_{j=1}^k \beta_j \bar{X}_{ij} + \sum_{j=k+1}^n \beta_j \ln X_{ij}}_{\sum_{j=1}^n \beta_j x_{ij}} + \varepsilon_i$$

Donde las  $\bar{X}_{ij}$  son las variables dicotómicas que no pueden ser tomadas en logaritmo y las  $X_{ij}$ , las variables continuas tomadas en logaritmo. Para simplificar la notación llamaremos genéricamente a todas las variables  $x$ , a manera de representar las características de la vivienda. Naturalmente, para leer el coeficiente de las variables dicotómicas se aplica la transformación necesaria, tomando el exponencial del coeficiente estimado y restando el valor uno. La variable  $p$  representa el precio de oferta de las viviendas.

Como se especificó anteriormente, la primera parte del estudio consiste en un análisis de correlación espacial de los precios basada sobre el Índice de Moran. El  $I$  de Moran se representa de la siguiente manera:

$$(2) \quad I = \frac{Cov(p_i, m(p_i))}{Var(p_i)}$$

Donde  $m$  es el valor medio de los vecinos —definidos por cercanía— en el punto  $i$ . Al respecto, se puede especificar que, si el valor promedio de los vecinos (para una variable  $p_i$ ) es similar a la variable  $p_i$  en una localidad determinada, la autocorrelación espacial es positiva, lo que indica que los precios en una localidad y en su entorno están asociados positivamente; lo contrario ocurre si la autocorrelación espacial es negativa. Y si no existe relación entre la variable y el valor de sus vecinos, no existe autocorrelación, el coeficiente será cero.

Este índice es similar pero no equivalente al coeficiente de correlación, y no está centrado alrededor de cero. De hecho, la media teórica del  $I$  de Moran es  $-1/(N-1)$ . Así, el valor esperado es negativo y la media va a tender a cero cuando el tamaño de la muestra crezca. Un coeficiente  $I$  de Moran mayor a su valor esperado indica autocorrelación espacial positiva, y un  $I$  de Moran menor que el valor esperado indica autocorrelación espacial negativa (Anselin, 1993).

Debido a que el  $I$  de Moran sólo es una medida de asociación, nos puede decir si existe o no correlación pero no nos dice el grado de dependencia espacial que hay. Para determinar esto ha sido necesario correr un modelo autoregresivo espacial que nos permita saber cuánta es la relación existente entre los precios  $p$  de vivienda de un lugar y el promedio de los precios vecinos  $m(p)$ , como se expresa en la fórmula siguiente:

$$(3) \quad \ln p_i = \rho m(\ln p_i) + \sum_{j=1}^n \beta_j x_{ij} + \varepsilon_i$$

Donde el coeficiente  $\rho$  indica cuánto varía el precio de una vivienda, en un lugar específico, si el precio promedio de los vecinos aumenta en un 100 por ciento, dándonos una idea de cómo los precios se propagan en el espacio. Sin embargo, aún no tenemos ninguna información sobre las diferentes influencias en el precio que las variables explicativas van a tener en función de su ubicación geográfica; para hallar este resultado es necesario correr una Regresión Geográficamente Ponderada, que nos dio una estimación de cada parámetro en cada punto del espacio de análisis.

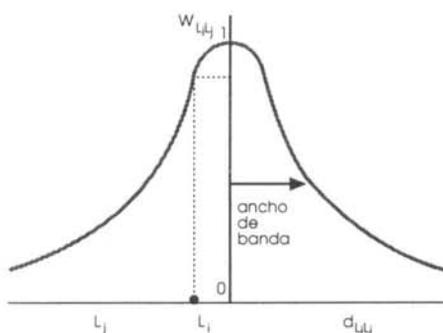
Técnicamente, esta regresión utiliza la información proveniente de todos los puntos que están alrededor de un punto de análisis, atribuyendo más peso a los datos próximos al punto de análisis y menos a los alejados, en función de una curva de peso de tipo gaussiano llamada Kernel. Esta estimación se hace en todos los puntos para los cuales hay observaciones en la muestra.

En la regresión geográficamente ponderada, el Kernel adaptativo espacial se usa para estimar un ancho de banda en la medida de las variaciones de densidad de los datos, asignándoles medidas más grandes en lugares donde los datos están esparcidos y medidas menores donde los datos están más juntos o son abundantes. La fórmula del Kernel adaptativo espacial utilizado aquí es:

$$(4) \quad W_{L_i L_j} = \begin{cases} \left[ 1 - \frac{d_{L_i L_j}}{b} \right]^2 & \text{si } d_{L_i L_j} \leq b \\ 0 & \text{si } d_{L_i L_j} > b \end{cases}$$

Donde  $d_{L_i L_j}$  es la distancia euclidiana entre el punto  $L_i$  de la regresión y el punto observado  $L_j$ , y  $b$  es el ancho de banda. La ponderación de datos en ese punto será unitaria y la ponderación de otros datos va a decrecer de acuerdo a la curva gaussiana, en tanto la distancia ente  $L_i$  y  $L_j$  se incremente.

Figura 2: Kernel gaussiano



En la figura 2, la regresión es en el punto  $L_i$ ;  $W_{L_i L_j}$  es la ponderación asociada (al dato) en el punto situado en  $L_j$ ;  $d_{ij}$  es la distancia entre el punto (de regresión)  $L_i$  y el punto  $L_j$ .

La regresión ponderada geográficamente (GWR) está basada en un marco tradicional de regresiones que incorpora relaciones espaciales locales de una manera intuitiva y explícita. La ecuación a estimar es la siguiente:

$$(5) \quad \ln p_{iL_i} = \alpha_{L_i}(L_{iN}, L_{iE}) + \sum_{j=1}^n \beta_{jL_i}(L_{iN}, L_{iE}) x_{ijL_i} + \varepsilon_{iL_i}$$

Donde  $(L_{iN}, L_{iE})$  son las coordenadas del punto  $L_i$  en el espacio,  $\beta_{jL_i}(L_{iN}, L_{iE})$  es el coeficiente de regresión asociado a la variable  $j$  en la regresión estimada en el punto  $L_i$ , y  $\varepsilon_{iL_i}$  es el error en este punto. Esto significa que se permite la existencia de una

superficie de valores parámetro y medidas de esta superficie tomadas en cada punto, a manera de denotar la variabilidad espacial de la superficie. Los resultados de los parámetros estimados pueden ser observados graficándolos en un mapa.

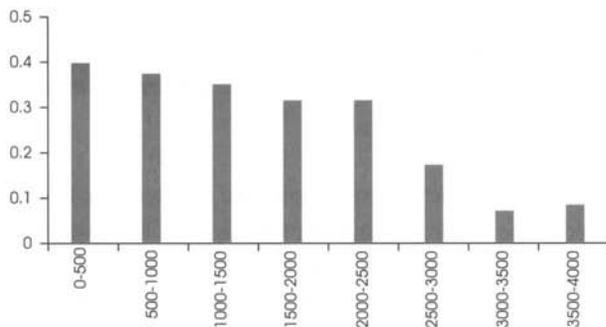
En la práctica, los resultados de las regresiones geográficamente ponderadas (GWR) son relativamente no sensibles a la elección del Kernel, pero sí lo son al ancho de banda. Por lo tanto, la determinación del ancho de banda óptimo es necesaria como parte de la regresión geográficamente ponderada (Fotheringham *et al.*, 2002). Para calibrar la función de ponderación espacial e identificar el  $b$  óptimo, se utiliza la validación cruzada (VC), es decir, se escoge el ancho de banda que minimiza las diferencias existentes entre los valores observados y los valores estimados de los precios de las viviendas.

$$(6) \quad VC = \sum_{i=1}^n [p_i - \hat{p}_i(b)]^2$$

## 5. Análisis espacial

Para calcular la asociación espacial, varios índices de Moran fueron calculados, considerando como vecinas las viviendas en rangos de distancia de 500 metros, desde 0 hasta 4000 metros (valor cercano a la mediana de la distancia máxima entre dos observaciones). Los resultados son graficados en la Figura 3.

**Figura 3: I de Moran por intervalos de distancia**



Los resultados obtenidos con el Índice de Moran muestran la existencia de correlación espacial del precio hasta los 4000 metros de distancia. Sin embargo, se ve cómo esta correlación baja a partir de los 2500 metros de distancia, donde se tiene 31 por ciento de correlación, llegando en los 3500 metros hasta un 7 por ciento.

Para tener una idea precisa de cuánto afectan al precio de una vivienda los de las viviendas vecinas en un lugar específico se estima una regresión de tipo autoregresivo espacial; para ello, en la matriz de ponderación espacial se considera como vecinas a todas las viviendas que están en un radio de 2183 metros, la distancia mínima-máxima encontrada entre las viviendas en nuestra muestra. Los resultados de la aplicación de este modelo, el coeficiente y su estadístico *t* asociado, se presentan en el Cuadro 2, donde se puede observar que todos los coeficientes significativamente diferentes de cero han sido resaltados para facilitar su lectura. En el caso de las variables dicotómicas, se presenta en la segunda columna el exponencial del coeficiente estimado, una vez restado el valor uno.

Antes que nada, es interesante notar que el  $R^2$  es de 81 por ciento, lo que significa que el modelo permite explicar 81 por ciento de las variaciones del precio global de la vivienda en el área de estudio. Se observa también que la influencia de los vecinos es importante, ya que el valor estimado del coeficiente de autocorrelación espacial es de 0.38, lo que significa que, proporcional a un aumento del 100 por ciento en el precio promedio de los vecinos, los precios de una vivienda aumentará en un 38 por ciento, independientemente de las otras características. Si se analizan las características de las viviendas, se observa que nueve de aquéllas tienen un efecto estadísticamente significativo sobre el precio, las cuales son: la superficie del lote, la superficie construida, el número de dormitorios, la edad de la vivienda, el hecho de tener jardín, de tener alcantarillado, de tener teléfono, de estar sobre una calle asfaltada y de ser vendida por alguna agencia.

En el caso de la superficie del lote, se observa que si ésta se duplica, el precio de la vivienda aumenta en 49 por ciento. De manera similar, si dobla la superficie construida, el precio aumenta un 56 por ciento. Cada dormitorio adicional aumenta el precio en un 5 por ciento. El hecho de que la vivienda sea nueva aumenta el precio en un 41 por ciento, tener jardín lo hace en 18 por ciento, tener alcantarillado en 28 por ciento, tener teléfono en 14 por ciento y estar ubicada sobre una calle asfaltada en un 23 por ciento. Ade-

**Cuadro 2**  
**Regresión autoregresiva espacial**

| Ln(precio)=f(características) | Coefficiente | Exp(coef)-1 | t-stat       |
|-------------------------------|--------------|-------------|--------------|
| Ln (Superficie lote)          | <b>0.49</b>  | -           | <b>12.28</b> |
| Ln (Superficie construida)    | <b>0.56</b>  | -           | <b>8.56</b>  |
| Nº dormitorios                | <b>0.05</b>  | -           | <b>2.21</b>  |
| Departamento auxiliar         | -0.01        | -0.01       | -0.19        |
| Vivienda nueva                | <b>0.35</b>  | <b>0.41</b> | <b>2.96</b>  |
| Jardín                        | <b>0.17</b>  | <b>0.18</b> | <b>2.51</b>  |
| Garaje                        | 0.01         | 0.01        | 0.08         |
| Tienda                        | 0.02         | 0.02        | 0.39         |
| Galpón                        | 0.04         | 0.04        | 0.50         |
| Alcantarillado                | <b>0.25</b>  | <b>0.28</b> | <b>3.26</b>  |
| Teléfono                      | <b>0.14</b>  | <b>0.14</b> | <b>2.97</b>  |
| Gas                           | 0.01         | 0.01        | 0.15         |
| Recojo de basura              | 0.10         | 0.10        | 1.24         |
| Asfaltado                     | <b>0.21</b>  | <b>0.23</b> | <b>2.50</b>  |
| Empedrado                     | 0.11         | 0.12        | 1.50         |
| Vendido por agencia           | <b>0.18</b>  | <b>0.20</b> | <b>4.25</b>  |
| Constante                     | -0.11        | -           | -0.23        |
| Coefficiente _                | <b>0.38</b>  | -           | <b>8.39</b>  |
| R <sup>2</sup>                |              | 0.81        |              |
| Nº observaciones              |              | 345         |              |

más, se puede observar que las agencias, en promedio, venden sus casas en 20 por ciento más que los propietarios que ofertan sus viviendas de manera directa.

Con este análisis se ha podido identificar cuáles son las variables que determinan el precio de una vivienda, pero aún no se conoce si éstas afectan el precio de la misma manera en todo el territorio. Por esta razón, es necesario hacer un análisis más local que permita determinar cómo los precios son afectados de manera diferente por las características de la vivienda, en función de la ubicación geográfica, para lo cual se aplica una estimación geográficamente ponderada a la especificación planteada en la ecuación (5)<sup>7</sup>.

7 Naturalmente, sin considerar la dimensión autoregresiva espacial.

De acuerdo al análisis local, emergen ocho variables que explican muy bien el precio de la vivienda y que tienen un efecto que cambia en función de la ubicación geográfica (no estacionariedad espacial). Éstas son la superficie de lote, la superficie construida, el número de dormitorios, el alcantarillado, el recojo de basura, el teléfono y el tipo de calle.

Los resultados de la regresión geográficamente ponderada de estas variables son presentados en mapas graficados en un entorno SIG (Arc Gis 8.3), utilizando tonos más oscuros en los lugares donde el efecto es más importante y disminuyendo la intensidad del tono a medida que el efecto es menor. En los lugares donde la *t-statistic* es inferior al valor crítico de 1.96, se diferencia la superficie con una textura de líneas, para mostrar que en esta zona la variable es simplemente no significativa.

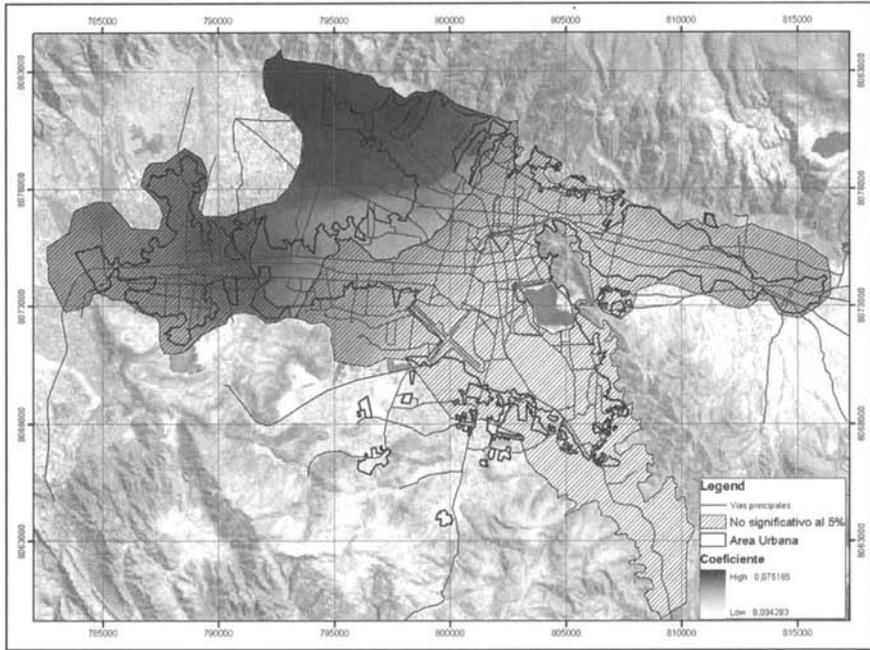
Para poder hacer una mejor interpretación de los resultados obtenidos, antes de presentar los mapas es necesario expresar la necesidad de apoyarse en la sección 3.1, a fin de ubicarse geográficamente en las explicaciones presentadas.

### **5.1 Mapeo de coeficientes de la regresión geográficamente ponderada local (beta y *t- statistic*) para cada variable**

A continuación se analiza la significatividad de los resultados, considerando los rangos de significación o influencia de las diferentes variables sobre el precio de la vivienda. Analizando todas las variables, se puede concluir que las de mayor influencia, extendidas y diferenciadas a lo largo de todas las zonas, son: "superficie construida" y "superficie de lote".

Sin embargo, es mejor proceder a realizar interpretaciones individuales para cada una de las variables consideradas significativas en el modelo. Por ello los resultados han sido graficados mediante el procedimiento de interpolación de distancias inversas calculada en el SIG, pero tomando en cuenta una comparación con un mapa de polígonos Thiessen o Voronoi, generado a partir de los puntos, para así tener superficies continuas que permitan explicar cada variable. El análisis comienza con la variable "número de dormitorios" y los resultados se muestran en la Figura 4.

Figura 4: Efecto del número de dormitorios en la estructura del precio de la vivienda



Área metropolitana de Cochabamba

El “número de dormitorios”, como puede verse en el mapa, es una variable cuyo efecto sobre el precio de la vivienda influye en las zonas de Tiquipaya y parte de la conurbación Cochabamba-Quillacollo, donde se ha podido probar, mediante los resultados obtenidos, que por el incremento de un dormitorio el valor de la vivienda podría aumentar entre un 3 y un 7 por ciento.

Es en el municipio de Tiquipaya donde el aporte marginal al precio de oferta de esta variable presenta su valor máximo: el 7 por ciento. Como se mencionó anteriormente, este lugar se caracteriza por ser un centro urbano de menor escala que el municipio de Cercado. Sin embargo, tiene una particularidad en su proceso de conformación: se trata de un área de transición rural-urbano donde los bajos costos de la tierra han promovido la compra de grandes extensiones por parte de gente que, aprovechando la coyuntura, construyó casas de campo de gran ostentación y confort que alojan no sólo a

los propietarios sino a familiares y amigos que se reúnen para disfrutar los fines de semana. Esta situación, aunque no es general, podría justificar de cierta manera el incremento del valor por la adición de dormitorios.

Por otro lado, en el municipio de Tiquipaya se encuentra la Universidad Privada del Valle, la misma que recibe estudiantes extranjeros que han promovido en los últimos años una nueva percepción de la gente respecto al valor de su vivienda. Los alquileres han revolucionado el sector, convirtiéndose en un negocio de buena rentabilidad para los propietarios que arriendan dormitorios a estudiantes extranjeros. Ésta podría ser otra de las razones por las cuales el número de dormitorios en Tiquipaya es altamente proporcional al valor de la vivienda.

En la conurbación Cochabamba-Quillacollo esta variable tiene un efecto diferenciado sobre el precio. En la parte más cercana a Cercado, el número de dormitorios representa un incremento al valor del 4 por ciento. Sin embargo, hacia Quillacollo el porcentaje vuelve a elevarse al 7 por ciento. La zona mencionada alberga actividades comerciales, por lo que la oferta de viviendas no es exclusivamente de uso residencial, más bien es común que ésta se combine con algún tipo de comercio. Por lo tanto, el número de dormitorios de acuerdo al uso que a éstos se les dé significará mayor demanda en viviendas ubicadas en este sector.

De acuerdo al análisis, la variable "alcantarillado" influye en el precio de la vivienda en las zonas definidas como central norte, conurbación Quillacollo-Cochabamba, Tiquipaya y central sud, donde, de acuerdo a los resultados, tener alcantarillado aumenta el precio de la vivienda entre 7 y 45 por ciento. El mayor porcentaje de incremento en el precio relacionado con el alcantarillado corresponde a la zona central norte, Tiquipaya, Quillacollo-Vinto, donde se puede observar que el valor de las viviendas podría aumentar hasta en un 37 por ciento si éstas tuvieran conexión de alcantarillado.

En el caso de la zona central norte, este resultado está relacionado con zonas residenciales consideradas en proceso de conformación, lo que significa que corresponden a la expansión urbana no planificada y por lo tanto, aunque no se niega su carácter de asentamiento urbano, los procesos de dotación de servicios aún no se han consolidado. Tiquipaya Quillacollo-Vinto tienen el mismo 45 por ciento de incremento en el precio vinculado a la variable alcantarillado, resultado que se puede relacionar con su ca-

rácter de zonas en transición rural-urbano, con recientes procesos de dotación de servicios en general, por lo que en términos de oferta lógicamente resulta importante esta variable.

En el caso de la zona central, el incremento en el precio al ofertar una vivienda con alcantarillado es del 23 por ciento; este hecho se debe a que antiguamente no existían conexiones de servicios básicos y, pese a que en la actualidad se han instalado redes de alcantarillado, aun en el centro de la ciudad de Cochabamba se ofertan viviendas que no cuentan con este servicio.

La siguiente variable es "teléfono", que tiene influencia sobre el precio de la vivienda en las zonas oeste (Quillacollo, Vinto) y la parte oeste de la conurbación Cochabamba-Quillacollo. En el primer caso los resultados muestran que si la vivienda es ofertada con teléfono su costo podría aumentar hasta en un 20 por ciento y en el segundo, de la conurbación Cochabamba-Quillacollo, el precio de oferta podría incrementarse hasta en un 3 por ciento por la inclusión de este servicio en la oferta. De acuerdo a la disponibilidad de datos observados se pudo distinguir que las viviendas ofertadas en estos sectores no incluye el servicio telefónico en general, siendo que, debido a la intensa relación de actividades existente entre Cochabamba y Quillacollo, este servicio cobra mucha importancia. La no significatividad en Cercado se puede entender si se considera que en el centro prácticamente todas las casas tienen teléfono, o en todo caso existen varias alternativas que podrían cubrir la necesidad de este bien (cabinas telefónicas, celulares móviles, etc.).

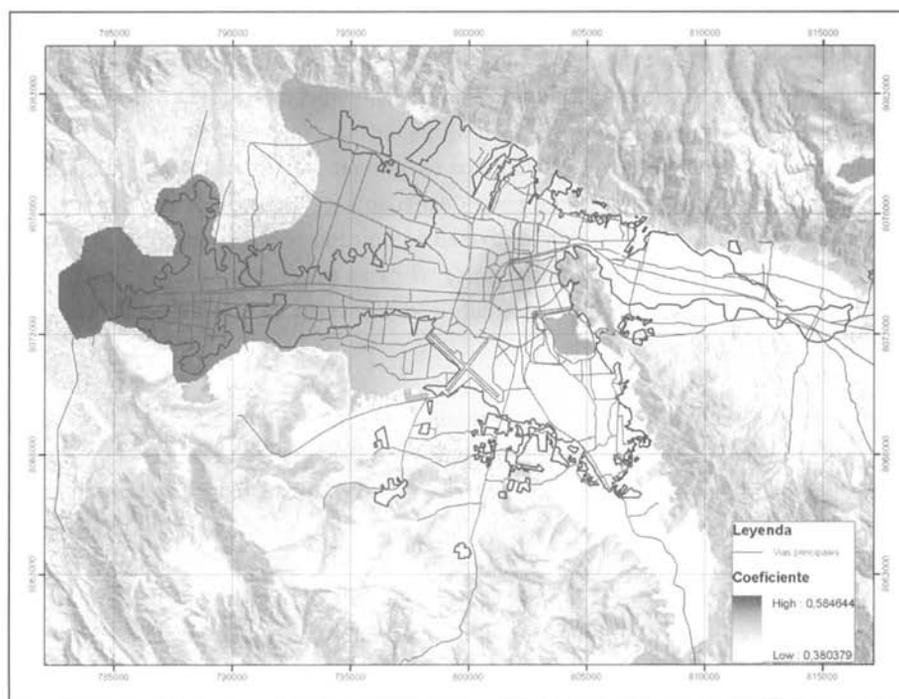
Contar con "recojo de basura" incrementa entre un 7 y un 42 por ciento el valor de oferta de las viviendas. La significación dentro de este rango se presenta en las zonas central sud, Quillacollo, conurbación este, Cochabamba-Quillacollo, central, central norte y Tiquipaya.

Coincidentemente con los resultados, las zonas en las que menor incremento de precio (11 por ciento) se presenta con el recojo de basura, es decir las zonas central, central norte y Tiquipaya, son aquéllas donde existe frecuente atención por parte de los municipios correspondientes a este aspecto. El centro y centro norte cuentan con contenedores de basura distribuidos a distancias muy accesibles, donde no existe restricción de horario para depositar la basura. Esto contrariamente a los lugares donde la va-

loración del precio de oferta se incrementa con esta variable hasta en un 35 por ciento (las zonas central sud, Quillacollo y conurbación este Cochabamba-Quillacollo), zonas donde eventualmente existen problemas de acumulación de basura debido a las actividades comerciales con las que convive la actividad residencial.

La "superficie de lote" es una de las variables de mayor influencia en el precio de la vivienda en toda el área de estudio. Su significación presenta un rango de entre 38 y 58 por ciento, lo que significa que el precio de las viviendas en el área metropolitana de Cochabamba está estrechamente relacionado con las dimensiones del terreno donde aquéllas se asientan. Esto demuestra el valor que tiene el suelo urbano de uso residencial en el mercado inmobiliario.

**Figura 5: Efecto de la superficie del lote en la estructura del precio de la vivienda**



Área metropolitana de Cochabamba

El precio de la vivienda en Quillacollo, Vinto y la conurbación Este Cochabamba-Quillacollo está influenciado por esta variable en un 58 por ciento, lo cual se debe a que estas zonas tienen una evidente vocación agrícola del suelo y posiblemente la oferta está dirigida a usuarios que le den más importancia a la superficie del lote que a la vivienda misma.

En la zona central la variable influye en el precio en un 43 por ciento, incremento que podría justificarse por su localización en el corazón de las actividades comerciales y de servicios, donde el uso residencial podría combinarse con cualquiera de estas actividades, asignando un plusvalor a la vivienda al ofrecer mayores posibilidades de ganancia para el propietario si el lote tiene mayores dimensiones.

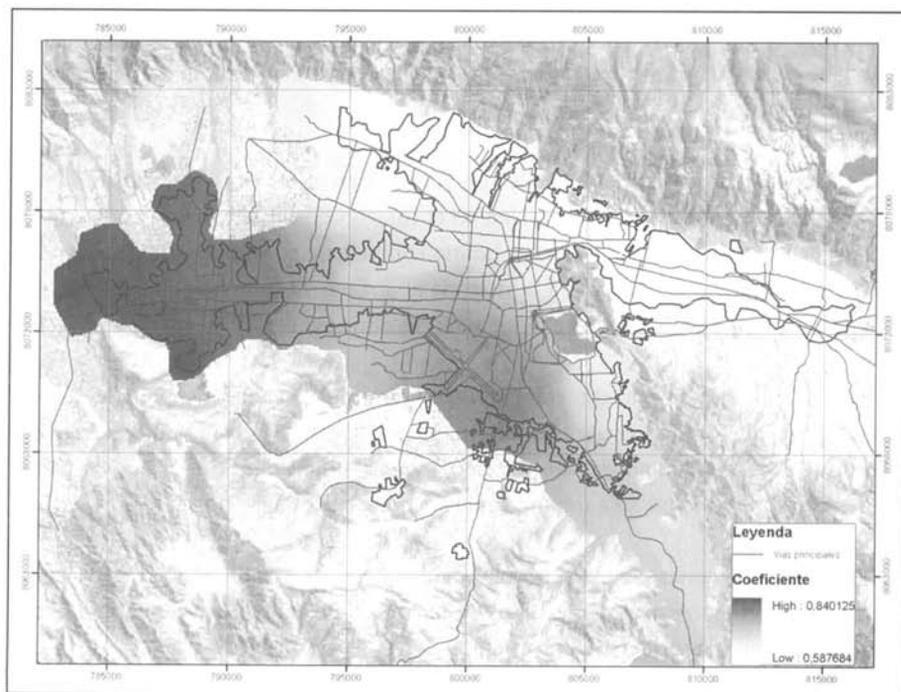
En el caso de Tiquipaya, el incremento del precio por la variable superficie de lote es de 40 por ciento. Como se dijo anteriormente, éste es un municipio donde, debido a la transición rural-urbano, se han vendido grandes extensiones de terrenos a gente que demanda vivir en un área urbana con características rurales.

Finalmente, las zonas central sud, conurbación Cochabamba-Sacaba y Sacaba, donde coincidentemente existen similitudes en la calidad del suelo, existe una influencia de la variable en el precio del 38 por ciento.

La "superficie construida" es la variable con mayor porcentaje de influencia en la explicación del precio de la vivienda en toda el área de estudio, y presenta un rango de elasticidad que va del 84 al 58 por ciento de incremento al precio por unidad de cambio.

La inversión que se realiza en la construcción de viviendas en cualquier zona del área de estudio es similar en relación a los costos de construcción y materiales. Por esta razón el efecto de esta variable en el precio tendría que ser similar en cualquier ubicación geográfica, ya que el mercado de construcción en el departamento es homogéneo y las variaciones se dan sólo por el efecto de los costos de transporte de materiales y mano de obra. Sin embargo, las superficies construidas tienen grandes variaciones de una zona a otra y los resultados han permitido identificar variaciones en el área metropolitana de Cochabamba, resultando que la variable tiene una mayor influencia en Vinto, Quillacollo y Colcapirhua, donde influye en un 84 por ciento en el precio de la vivienda (al duplicar la superficie).

Figura 6: Efecto de la superficie construida en la estructura del precio de la vivienda



Área metropolitana de Cochabamba

En la conurbación Cochabamba-Quillacollo y Central sur se tiene que, en tanto duplica la superficie construida, el valor de la vivienda se incrementa en un 68 por ciento, mientras que en Sacaba, la conurbación Cochabamba-Sacaba, central, central norte y Tiquipaya la influencia de la variable es menor, pues alcanza a un 58 por ciento.

La infraestructura vial en zonas urbanizadas tiene gran influencia en la determinación de la calidad del barrio, en el acceso a servicios de transporte y en la accesibilidad a la vivienda. Por esta razón esta variable es de gran importancia en la oferta de este bien. La variable "vías pavimentadas" presenta un coeficiente de incremento al precio que oscila entre el 63 y el 25 por ciento en el eje noreste del área metropolitana, con gran influencia en las zonas de Sacaba, central sur, central norte y parte de Tiquipaya.

Existe una fuerte demanda de mejoramiento de la infraestructura vial en las zonas de Sacaba y central sur, donde la mayoría de las calles son de tierra y producen contaminación y problemas de accesibilidad, sobre todo en época de lluvias. Es precisamente en estos sectores donde el valor de la oferta se incrementa en un 63 por ciento si las vías están pavimentadas. La situación se replica en algunas áreas de crecimiento de la zona central norte, sobre todo en aquellas cercanas al pie de monte de las serranías. En la medida en que exista mayor cantidad de calles y avenidas con pavimento, el precio de oferta de las viviendas en esa zona podrá verse incrementado hasta en un 50 por ciento.

Por otro lado, las zonas de Quillacollo, Vinto, Colcapirhua y parte de Tiquipaya, si bien son zonas de expansión con índices bajos en cuanto a dotación de servicios, forman parte de la conexión interdepartamental de abastecimiento y comercialización de Cochabamba, y por ello cuentan con mayor cantidad de vías pavimentadas, lo que permite entender que el porcentaje sea más bajo (25 por ciento) en estas zonas.

La variable "vías empedradas", como muestra el mapa, influye en el precio de la vivienda únicamente en las zonas de la conurbación Cochabamba-Sacaba, con un 32 por ciento, lo que demuestra por una parte cuál es la zona con más baja calidad de vías, y el empedrado incrementa en un 32 por ciento el precio de oferta de la vivienda, pero si se tiene una vía pavimentada su precio aumenta hasta un 63 por ciento.

## 6. Conclusiones

El método de recolección de datos permitió generar una muestra representativa tanto en número de variables como en distribución geográfica, aunque el proceso de completar los datos para todas las observaciones fue complicado, en el sentido de acceder a éstos, ya sea de parte de los propietarios, de las empresas inmobiliarias o de los corredores de bienes raíces.

A lo largo del proceso de análisis se validó exitosamente el modelo adoptado en todas sus etapas, desde la verificación de la correlación espacial hasta la visualización gráfica de los mapas, pasando por la generación de la matriz de ponderaciones y los resultados de las regresiones geográficamente ponderadas tanto globales como locales.

Los resultados del Índice de Moran muestran que los precios de la vivienda en el área de estudio están correlacionados espacialmente dentro un radio comprendido entre 500 y 4000 metros. El análisis autoregresivo espacial, de acuerdo al  $R^2$ , permite explicar un 81 por ciento del precio de la vivienda en el área de estudio. Globalmente, las variables "superficie del lote", "superficie construida", "número de dormitorios", "departamento auxiliar", "alcantarillado", "teléfono", "tipo de vía" y "agencia" son las que explican el precio de la vivienda, siendo la superficie construida y la superficie de lote las más significativas y con influencia en toda el área de estudio. También se puede concluir que el precio de los vecinos afecta en un 38 por ciento el precio de una vivienda, independientemente de sus características.

Localmente, como se pudo evidenciar en los resultados del análisis geográficamente ponderado expresado en los mapas generados en un entorno SIG, cada zona presenta características particulares relacionadas con cada variable, de acuerdo a una determinada ubicación. El resultado demuestra claramente que en Cochabamba no hay estacionareidad espacial para los determinantes de los precios de las viviendas.

## REFERENCIAS

- Anselin, Luc. 1988. "Lagrange multiplier test diagnostics for spatial dependence and spatial heterogeneity". *Geographical Analysis*, 20, pp. 1-17.
- Anselin, Luc. and S. Rey. 1991. "Properties of tests for spatial dependence in linear regression models". *Geographical Analysis*, 23, pp. 112-131.
- Anselin, Luc. and S. Hudak. 1992. "Spatial econometrics in practice: A review of software options". *Regional Science and Urban Economics*, 2, pp. 509-536.
- Anselin, Luc y Acs. Varga. 1997. "Local Geographic Spillovers between University Research and High Technology Innovations". *Journal of Urban Economics*, 42.
- Anselin, Luc. 1998. "Exploratory spatial data analysis in a geocomputational environment". In: Longley, P. A. Brooks, S. M. McDonnell y B. Macmillan (eds.). *Geocomputation: a primer*. Chichester, Wiley.
- Anselin, Luc. (ed.) 1988. *Econometría espacial: Métodos y modelos. Estudios en la ciencia regional operacional*. Editores académicos de Kluwer; ISBN: 9024737354.
- Arango, Gilberto. 2001. "La vivienda en Colombia en el cambio de siglo". En: Brand, Peter (ed.) *Trayectorias urbanas en la modernización del Estado en Colombia*. 227-263.
- Bailey, Martin J., Richard F. Muth and Hugh O. Nourse. 1963. "A Regression Method for Real Estate Price Index Construction". *Journal of the American Statistical Association*. 58, 933-942
- Bover, O. y P. Belilla. 2002. "Hedonic house prices without characteristics: The case of multiunit housing". European Central Bank. Working Paper Series. Germany.
- Brañas, G. Pablo, R. Dios Palomares y F. Escribano, Paz (s.f.) "*Casco histórico de Córdoba. Análisis del precio de las características de la vivienda: Un enfoque hedónico*". Universidad de Córdoba, España.

- Brunsdon, C., A. Stewart Fotheringham and M.E. Charlton.1996. "Geographically Weighted Regression A Method for Exploring Spatial Nonstationary". *Geographical Analysis*. 28 (4), 281-298.
- Cancelo, J. y A. Espasa. 1999. "*Análisis cuantitativo de los precios de la vivienda: principales resultados e implicaciones sobre el funcionamiento de l mercado de la vivienda en España*". Ministerio de Fomento /Universidad de Coruña/ Universidad de Madrid.
- Casetti, E. 1972. "Generating models by the expansion meted: Applications to geographic research". *Geographic analysis*. 4, 81-91
- Chasco, Y. Coro. (s.f.). *Modelo de heterogeneidad espacial*. Universidad Autónoma de Madrid.
- Cressie, Noel. (ed.) 1993 *Estadística para los datos espaciales* (serie de Wiley en probabilidad y estadística matemática de Statistics/applied), Juan Wiley y hijos de inc. ISBN: 0471002550.
- Cowling, K. y J. Cubbin. 1972. "Hedonic price indexes for United Kingdom cars". *Economic Journal*, N° 82, 963 -978.
- Diewert, W. Erwin. 2001. "*Hedonic regressions: A consumer theory approach, discussion*". Paper 01-12, Department of economics, University of British, Colombia, Vancouver, Canada.
- Dubin, R. A. 1988. "Estimation of regression coefficients in the presence of spatially autocorrelated error terms". *Review of Economics and Statistics*, 70, 466-474.
- Dubin, R. A. 1992. "Spatial autocorrelation and neighbourhood quality". *Regional Science and Urban Economics*, 22, 433-452.
- Dubin, R. A. 1998. "Predicting house prices using multiple listings data". *Journal of Real Estate Finance and Economics*, 17(1), 35-59.

- Escobar, J. y J. Romero. 2003. "Métodos de construcción de índices de precios de la vivienda. Teoría y experiencia internacional". Centro regional de estudios económicos. Banco de la República de Colombia.
- Fotheringham, A., C. Brunsdon y M. Charlton. 2002. "*Geographically Weighted Regression, the analysis of spatially varying relationships*". San Francisco, USA: Ed. Wiley y Sons. Ltd.
- Griffith, Daniel A. 1988. *Advanced Spatial Statistic*. Dordrecht, Kluwer Academic.
- Lancaster, Kelvin J. 1966. "A new approach to consumer theory" *Journal of Political Economy*. 74 (2), April, 132-157.
- Núñez, C., Francisco y Roberto Schovelín S. 2002. "Estimación de un modelo hedónico para conjuntos de viviendas nuevas". *Revista de Ingeniería Industrial* N°1 Universidad del Bío Bío. Concepción, Chile.
- Ocerin, J.M., Caridad y Pablo Brañas G. (s.f.) "*El precio de la vivienda urbana. La disyuntiva superficie /ubicación: una ampliación*". Universidad de Córdoba, España.
- Ocerin J.M., Caridad y Pablo Brañas G. (s.f) "*New applications in urban economic through hedonic price models*". 37 European Congress of the regional Science association University of Cordoba, Spain.
- Rosen, S. 1974. "Hedonic prices and implicit Markets products differentiation in pure competition". *Journal of Plitical Economy*. 82, 34-55. enero-febrero.
- Sandberg, Krister y Jorgen Johansson. 2004. "*Spatial Autoregressive Generalized Moment. Estimation of Hedonic Prices for Co-operative Flats*". Department of Economics and CERUM. Umea University.
- Sandberg, Krister. 2004a. "*On Space-Time Changes of Hedonic Price for Single- Family Homes*". Department of Economics and CERUM. Umea University.

- Sandberg, Krister. 2004b. "Growth of GRP in Chinese Provinces: A test for Spatial Spillovers". Departament of Economics and CERUM. Umea University.
- Soto, Patricia. 2004. "Spatial Econometric Analysis of Louisiana. Rural Real State Value". The Department of Agricultural Economics and Agribusiness. Louisiana State University. Mayo.
- Strazheim, M. 1975. "Hedonic Estimation of the Housing Market Prices A Further Comment". *Review of Economics and Statistics*. 56, 404-406.
- Strazheim, M. 1975. "An Econometric Analysis of the Urban Housing Market". National Bureau of Economic Research. Columbia University Press, New York.
- Thibodeau, Thomas. 2002. "The determinants of house prediction accuracy" E.L. Cox School of Business. Southern Methodist University. Dallas.
- Wolfgang, B., Hans (s.f.). "True Hedonic Price Indices: Concepts and Estimation Problems". Seminar of Statistics, University of Fribourg.