

La enseñanza del cálculo diferencial e integral mediante la resolución de problemas, una propuesta motivadora

LIC. Nancy Abarca
DOCENTE CARRERA
CONTROL DE PROCESOS

RESUMEN

En el quehacer diario de la docencia, nos encontramos con diferentes problemas, una de ellas es la falta de motivación en nuestros estudiantes, para resolver problemas matemáticos, porque les parece tal vez difícil o porque no saben como hacerlo.

Este trabajo de investigación tiene el propósito de brindar algunas estrategias y métodos de un híbrido de Polya y Shöenfeld, investigadores que aportaron mucho en el campo de la resolución de problemas. Estos métodos ayudan al estudiante a organizar sus conocimientos, mediante un dialogo alumno-problema. Esta forma de resolver problemas, lo hace al estudiante mas critico, más observador y analítico.

Se pudo comprobar que estudiantes que tradicionalmente sentían renuencia por el aprendizaje del cálculo, hoy en día sienten gusto por la matemática, ya que puede ver la variedad de aplicaciones que tiene esta asignatura en su carrera profesional.

Otra estrategia que ayuda en el proceso enseñanza-aprendizaje y que se empleo en este trabajo de investigación, son los talleres grupales, que después de revisados los fundamentos teóricos, los estudiantes resuelven en pequeños grupos, un conjunto de ejercicios y problemas, teniendo como guía al profesor, en estos talleres los alumnos logran consolidar mejor sus conocimientos, porque preguntan con mayor libertad, discuten entre ellos los resultados, lo analizan y critican, actitud que posteriormente ya es parte de su aprendizaje.

Este trabajo de investigación es un punto de partida, que deja abierta la posibilidad de seguir estudiando los fenómenos educacionales, en cuanto se refiere a formas de enseñanza que ayuden al estudiante a ser cada vez mas independientes, críticos y analíticos.

INTRODUCCION

Durante el aprendizaje de las matemáticas, los alumnos estudian conceptos matemáticos, teoremas algoritmos, definiciones, y varias estrategias que son utilizadas para resolver problemas. Se considera que la resolución de problemas es un componente necesario del proceso de la

enseñanza - aprendizaje de la matemática. Este factor se torna en un componente importante relacionado con el éxito del estudio de las mismas, puesto que el propósito central de la intervención educativa es que los alumnos se conviertan en aprendices exitosos, así como pensadores críticos y planificadores activos de su propio aprendizaje, se asume que la resolución de problemas hará que el estudiante vea la necesidad de fortalecer más sus conocimientos, para poder enfrentar retos cada vez más difíciles, porque modelar una función en cualquier nivel de las matemáticas, o en otras asignaturas requiere de habilidades creadoras que muchas veces no afloran, sino es con la práctica, por eso es muy importante estructurar bien los conocimientos en los planos: conceptual, reflexivo y práctico.

Estudios realizados sobre estudiantes de Cálculo I en la UAGRM, en relación con la solidez de los conocimientos asimilados, se ha podido comprobar que:

- Los estudiantes prefieren sólo resolver ejercicios, sin emplear axiomas, teoremas, definiciones, conceptos, etc.
- La negativa para resolver problemas, permite aseverar que usualmente los estudiantes olvidan lo que en un momento determinado demostraron haber aprendido, porque retuvieron en su memoria los conceptos y procedimientos objetos de aprendizaje como hechos aislados y no inmersos en una organización o estructura lógica.
- Generalmente lo aprendido en su momento al lapso del tiempo se reproduce tal cual sin conexiones con otros conocimientos y esto es debido a la falta de solidez.
- En la resolución de problemas hay bloqueo y es porque no hay una organización efectiva del conocimiento por los estudiantes.

Esta perspectiva plantea que una organización correcta del proceso de aprendizaje debe garantizar los componentes funcionales de toda actividad: la parte motivadora, la orientadora, la ejecutora y la de control, en la misma, docentes y estudiantes como sujetos activos del proceso enseñanza aprendizaje deben interaccionar efectivamente.

Este trabajo de investigación se dirige principalmente a la parte motivadora en la enseñanza del Cálculo Diferencial e Integral en una sola variable (Cálculo I), mediante la resolución de problemas de tal manera que el estudiante solidifique sus conocimientos, sienta gusto por las matemáticas, al resolver problemas de aplicación inherentes a su carrera, se sienta identificado y elimine esa creencia de que la matemática es difícil, de manera que solo se concentre en la resolución de ejercicios, los que a veces desarrolla mecánicamente sin un análisis previo, y sin una interpretación final de sus resultados.

El hecho de enfrentarse a resolver problemas desde sus inicios, garantiza una sólida formación profesional, porque para resolver un problema necesita poner en práctica los conocimientos adquiridos, no solo en matemáticas, sino también en otras asignaturas.

Por otro lado, se coincide en reconocer la deficiencia en la preparación de los estudiantes para “resolver problemas”. Se atribuyen distintas causas, a crear ésta situación, y una de ellas se debe a la enseñanza tradicional que aun se practica, es decir, el “Modelo Transmisión-recepción”, puesto que el profesor de matemáticas está estigmatizado como una persona implacable y que los conocimientos que vierte son indiscutibles, eso hace que los estudiantes sean muchas veces sujetos pasivos de su aprendizaje, porque no se propician discusiones, diálogos y muchas veces no se sabe como motivarlos.

OBJETIVO GENERAL

Implementar estrategias y métodos heurísticos basados en la teoría de Pólya y Shöenfeld, para motivar al estudiante a desarrollar la capacidad de resolver problemas y tener un mejor aprovechamiento.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

1. Identificar las limitaciones que poseen los estudiantes de Cálculo I en el conocimiento de métodos y estrategias para la resolución de problemas.
2. Implementar estrategias didácticas para la resolución de problemas con ayuda de fichas de trabajo, realizando talleres grupales e individuales, que permitan motivar al estudiante, en el aprendizaje del Cálculo diferencial e Integral, redundante en la mejora de asimilación de sus conocimientos.
3. Evaluar las habilidades cognitivas generales del estudiante y la capacidad de interrelacionar conceptos matemáticos de diferentes materias.

CAMPO DE ACCION.

La investigación se ha basado en un grupo de estudiantes del primer semestre de la Facultad de Ingeniería de la U.A.G.R.M. (Universidad Autónoma Gabriel René Moreno), cursantes de la asignatura de Cálculo I (Cálculo Diferencial e Integral en una variable), durante el proceso se eligieron dos grupos al azar, habiéndose realizado el experimento con el primer semestre lectivo. El estudio fue aplicado a dos

grupos de estudio de 40 estudiantes; con un grupo se emplearon diversas estrategias para la resolución de problemas, mientras que con el segundo de control, se siguió con la enseñanza tradicional. La evaluación del experimento fue parte del desarrollo de la materia, en los temas de: funciones, derivadas e integrales.

PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN:

1. ¿Qué características presentan los estudiantes y docentes en lo referente al tratamiento didáctico utilizado para resolver problemas de Cálculo I en el proceso de enseñanza aprendizaje?
2. ¿Cuáles son los fundamentos teóricos y metodológicos sobre los que es posible elaborar una estrategia didáctica para la resolución de problemas en el Cálculo Diferencial e Integral (Cálculo I).
3. ¿Cómo motivar al estudiante en la enseñanza del cálculo diferencial e integral, mediante la resolución de problemas?
4. ¿Cuáles son las técnicas utilizadas en la resolución de problemas que se pueden aplicar en la asignatura de Cálculo Diferencial e Integral?
5. ¿Cómo instrumentar dicha estrategia en la práctica docente?

TAREAS DE INVESTIGACIÓN:

1. Analizar el comportamiento actual del tratamiento didáctico en la enseñanza del Cálculo Diferencial e Integral durante el proceso enseñanza-aprendizaje.
2. Caracterizar el procedimiento metodológico en el proceso enseñanza aprendizaje tradicional que se da en la asignatura de Cálculo I.
3. Realizar un diagnóstico de la situación existente en nuestras Universidades, acerca de las investigaciones y el tratamiento metodológico del proceso de enseñanza aprendizaje de la resolución de problemas en la asignatura de Cálculo I.
4. Analizar las tendencias actuales acerca de la resolución de problemas matemáticos aplicables al Cálculo Diferencial e Integral, en una variable.
5. Fundamentar teórica y metodológicamente la implementación de una estrategia didáctica para la resolución de problemas en el Cálculo Diferencial e Integral en una variable (Cálculo I).
6. Implementar una estrategia didáctica para la motivación en la resolución de problemas, basada en las estrategias y métodos heurísticos de las teorías de Pólya y Shoenfeld, en la asignatura de Cálculo Diferencial e Integral en una variable (Cálculo I).

MÉTODOS DE INVESTIGACIÓN Y RESULTADOS:

En este trabajo de investigación inicialmente se utilizó el método de observación, puesto que constituye una vía para la exploración del fenómeno que se está estudiando, en los diferentes semestres se analizó cuánto pueden resolver problemas matemáticos los estudiantes, así se pudo observar que por naturaleza los estudiantes de nuestro medio son reticentes a resolver problemas, muchos ni lo intentan porque creen no poder hacerlo.

El objeto de observación fueron diferentes grupos y en diferentes semestres a alumnos que cursan el primer y segundo semestre lectivo de sus carreras, pero para el desarrollo de la investigación se tomó un grupo de estudiantes donde se imparte la materia de Cálculo I (Cálculo Diferencial e Integral en una sola variable).

El tipo de observación es participante, porque como el docente que hace la investigación imparte la materia, es una parte involucrada en el proceso enseñanza-aprendizaje, por lo tanto la observación se hizo en un ambiente natural.

Posteriormente, se hizo una encuesta, con la finalidad de conocer las causas que provocan la reticencia a resolver problemas por parte de los estudiantes, para tal efecto se elaboró un cuestionario, el cual tuvo un porcentaje del 80% de preguntas cerradas y un 20% de preguntas abiertas. El resultado obtenido de dicha encuesta muestra claramente que a la mayoría de los estudiantes no les gusta resolver problemas, porque en colegio sólo resolvían ejercicios intuitivamente, sin justificar cada paso utilizando axiomas, propiedades, teoremas, definiciones, corolarios, etc., hecho que no les permite razonar como es debido.

Para corroborar este resultado, se hicieron entrevistas individuales y grupales, y se llegó a la misma conclusión de que no les gusta resolver problemas porque les parece muy difícil y no saben como empezar.

Las entrevistas también fueron hechas a los profesores de experiencia que imparten Matemática en la U.A.G.R.M. a fin de recoger criterios en el estado actual respecto a la resolución de problemas y todos los entrevistados coinciden que sus estudiantes también rechazan resolver problemas, y prefieren sólo resolver ejercicios, esto contribuyó a profundizar en el análisis del tema estudiado.

Después de un análisis de la situación actual de nuestros estudiantes, se prosiguió con el experimento pedagógico, donde se eligieron dos grupos, uno de control y el otro experimental, donde se aplicó la estrategia didáctica para la resolución de problemas.

El experimento realizado es transformador puesto que no solo revela la realidad en la que los estudiantes se encuentran sino que, con la implementación de nuevas estrategias en la resolución de problemas se logra motivar y consecuentemente elevar el nivel de asimilación del Cálculo Diferencial e Integral.

Hoy en día el estudiante de ingeniería, ya no ve el cálculo como una materia que no responde a sus necesidades, ahora puede ver que los conocimientos adquiridos en esta asignatura lo utilizarán frecuentemente en su formación profesional, por lo tanto mejora su nivel de asimilación, mostrándose en las calificaciones finales un mejor rendimiento.

Para estudiar la correspondencia entre los fundamentos teóricos asumidos en cada perfeccionamiento y los resultados obtenidos de su intervención en la práctica, se utilizó el método

de lo abstracto a lo concreto, puesto que se puede mostrar claramente como se pudo aplicar experimentalmente un híbrido de los métodos y estrategias de Pólya y Shoenfeld, coadyuvando ese hecho en el mejoramiento del aprendizaje del Cálculo Diferencial e Integral.

APORTES:

La aplicación de estrategias y métodos heurísticos basados en las teorías de Pólya y Shoenfeld, como un híbrido se emplearon, para la resolución de problemas, mediante una estrategia didáctica para la enseñanza del Cálculo Diferencial e Integral en una variable (Cálculo I), con resolución de problemas inherentes a su área profesional, de modo que el estudiante se sienta motivado a estudiar las matemáticas con profundidad y organice sus conocimientos mediante una estructura lógica, Interrelacionando las asignaturas en forma vertical y horizontal.

La estrategia didáctica que se plantea en este trabajo, consiste en la elaboración de fichas de trabajo como alternativa metodología para el tratamiento de la resolución de problemas, así como un proceder generalizado para llevar a cabo la resolución de problemas en general mediante las técnicas de solución adaptadas para la asignatura de Cálculo I, de modo que el proceso enseñanza aprendizaje garantice las componentes funcionales de toda actividad como: la parte motivadora, la orientadora, la ejecutora y la de control, que sistematiza y generaliza el resultado de la investigación con el objeto de estudio.

SIGNIFICACIÓN PRÁCTICA:

En primer lugar se hizo un análisis de la situación actual de los estudiantes en lo que respecta a la resolución de problemas como motivación para el aprendizaje del Cálculo Diferencial e Integral.

Luego se elabora una estructuración sistémica de los contenidos combinando los enfoques genético y estructural funcional, con el fin de estructurar mejor los conocimientos del Cálculo Diferencial e Integral, en sus diferentes unidades.

Se diseña el sistema de procedimientos algorítmicos para la resolución de problemas, mediante la elaboración de fichas de trabajo.

Mediante encuestas que se realizarán como diagnóstico del problema en sí, se mide cualitativamente la motivación y durante el proceso enseñanza aprendizaje en el semestre lectivo se midió igualmente en forma cualitativa la motivación, para ello se emplearon estrategias didácticas en la resolución de problemas, como son: talleres individuales y grupales, donde se pudo controlar si realmente existe motivación en los estudiantes por querer aprender.

Se verificó, si los estudiantes tuvieron mejor aprovechamiento con estas estrategias aplicadas, al comparar los resultados de las notas finales, del grupo experimental, con las del grupo de control.

La asimilación de conocimientos se define en el momento que se realicen los talleres grupales e individuales en aula,

simultáneamente en los grupos de investigación o experimental y el grupo de control.

Las estrategias, fueron evaluadas comparativamente, de acuerdo con los resultados que se obtuvieron cuantitativamente según el comportamiento que los estudiantes tuvieron en los talleres, en los exámenes parciales y examen final que se tomaron durante el semestre lectivo.

Como aporte práctico, es el resultado que se obtuvo en esta investigación, donde se aplicó un híbrido de los métodos y estrategias de Pólya y Shoenfeld, tal como se muestra en los ejemplos en el trabajo completo. De este modo se logró alcanzar el objetivo planteado en este trabajo de investigación, como es el de implementar estrategias y métodos en la resolución de problemas, para motivar al estudiante en el aprendizaje del Cálculo Diferencial e Integral, logrando además una mejor asimilación de los conocimientos.

Para entender mejor, el procedimiento aplicado es este trabajo de investigación, daremos algunas definiciones importantes referentes al tema:

FUNDAMENTOS TEÓRICOS

a) ESTRATEGIAS DE SHÖENFELD.

Durante su investigación Shöenfeld encontró que existen cuatro dimensiones que influyen en el proceso de resolver problemas:

1.- Dominio del conocimiento:

Incluye definiciones, hechos y procedimientos utilizados en el dominio matemático. Para fundamentar teóricamente, es necesario que el estudiante deba poseer conocimientos de todos los temas anteriores como actuales.

2.- Estrategias cognoscitivas:

Incluyen métodos heurísticos tales como la descomposición de un problema en simples casos, establecer metas relacionadas, invertir el problema y dibujar diagramas. Este tipo de estrategias tienen como función principal ayudar a alcanzar la meta de cualquier empresa cognitiva en la que se esté ocupado.

3.- Estrategias meta cognoscitivas:

La meta cognición consiste en ese "saber" que desarrollamos sobre nuestros propios procesos y productos del conocimiento, se relacionan con el monitoreo empleado al resolver el problema, por ejemplo, el proceso de selección de una estrategia y la necesidad de cambiar de dirección como una evaluación permanente del proceso.

4.- Sistemas de creencias:

Incluye las ideas que tienen los estudiantes acerca de las matemáticas y como resolver problemas. Sus miedos, sus

temores, sus creencias de no poder resolver solos los problemas o que solo las personas inteligentes pueden resolver problemas. Sin embargo: de acuerdo a la Teoría de Modificabilidad Cognitiva Estructural, Feurestein (1996) sostiene que: "La inteligencia es la capacidad de capacidad de cambiar, capacidad del individuo de beneficiarse de la experiencia para su adaptación a nuevas situaciones, adecuando su comportamiento o actuando sobre su medio..". es decir se pone de manifiesto que la inteligencia no es simple, ni fija, ni autónoma, sino compleja, modificable y dependiente.¹

Además Shöenfeld planteó que la principal meta en el aprendizaje de las matemáticas es identificar las conexiones y entender el significado de las estructuras matemáticas. Para lograr estas metas los estudiantes tienen que discutir sus ideas, negociar, especular acerca de los posibles ejemplos y contraejemplos que ayuden a confirmar o a desaprobado sus ideas. Además, el estudiante debe recordar que: encontrar una solución de un problema matemático no es el final, es apenas el principio, puesto que con ayuda de la resolución de un problema, podrá resolver otros problemas y buscar extensiones y generalizaciones.

El profesor debe ayudar al estudiante a explotar todo lo que sabe y usar sus conocimientos en forma efectiva, también debemos recordar que el principal objetivo en la instrucción matemática es ayudar a los estudiantes a ser autónomos, y se deben incorporar estrategias para aprender a leer, conceptualizar y escribir argumentos matemáticos.

El hecho de aprender a escribir los argumentos, Shöenfeld descubre la quinta dimensión "actividades de aprendizaje" donde los estudiantes son expuestos a estrategias que los pueden ayudar a leer argumentos matemáticos. Por ejemplo los estudiantes son motivados a organizar sus argumentos en una secuencia de tres fases: Convéncete a ti mismo, convence a un amigo y entonces convence a un enemigo.

b) EL MODELO DE PÓLYA.

El modelo de G. Pólya, generalmente aceptado desde hace 15 años, considera cuatro etapas en la resolución de problemas:

1. Comprensión del problema.

Es muy importante que el alumno comprenda el problema, pero además debe desear resolverlo. El maestro debe cerciorarse de ello pidiéndole al alumno que repita el enunciado sin titubeos. Rara vez el docente puede evitar hacer las siguientes preguntas: Cuál es la incógnita?, ¿cuáles son los datos?; ¿cuál es la condición?

El alumno debe familiarizarse con el problema, tratando de visualizar el problema como un todo, tan claramente como pueda. En un principio los detalles no son importantes. La atención dedicada al problema puede también estimular su memoria y prepararla para recoger los puntos importantes.

¹ Fuente: Msc. Félix Siles 2003

El docente puede ayudar al estudiante en la comprensión del problema recurriendo a preguntas que le ayuden a aislar las partes principales del problema.

2. Concepción de un plan

Esta etapa consiste en poner en pie un plan, concebir la idea de la solución, siendo ésta una de las etapas más cruciales en el proceso de resolución de problemas, y también la más importante, porque de ella depende el éxito o fracaso en la resolución de un problema. Para lograrlo hace falta toda una serie de condiciones como por ejemplo: conocimientos ya adquiridos para fundamentar claramente cada paso que se dé. La concepción del plan puede ser estructurada poco a poco, y después de algunos ensayos como ayuda, tener una idea brillante.

Es importante que el docente conduzca al alumno a esa idea brillante ayudándole, sin por ello imponérselas. Las preguntas, usualmente son:

- ¿Conoce algún problema relacionado?
- Mire bien la incógnita; trate de pensar en algún problema que le sea familiar y que tenga la misma incógnita o una similar.
- ¿He aquí un problema relacionado con el suyo y ya resuelto. Puede usted hacer uso de él?
- ¿Puede enunciarse el problema de manera diferente?
- Si no puede resolver el problema propuesto, trate de resolver primero algún problema relacionado con él.
- ¿Ha empleado todos los datos? ¿ha hecho uso de toda la condición?

El docente debe ayudar al alumno a encontrar una idea que le sea útil, tal vez una idea decisiva, haciéndole ver el conjunto del razonamiento o una parte de él.

3. Ejecución del plan:

Es la puesta en marcha del plan concebido en la etapa anterior, en esta etapa ya se obtiene en sí el modelo matemático y se sabe con mayor claridad que es lo que se está buscando y qué es lo que se quiere.

El plan proporciona una línea general. Nos debemos asegurar que los detalles encajen bien en esa línea. Debemos examinar los detalles uno tras otro, hasta que todo esté bien claro, porque en algún rincón podría disimularse un error.

4. Visión retrospectiva.

Esta etapa consiste en la verificación de los resultados, cosa que hasta el mejor alumno casi siempre omite., siendo ésta fase la más instructiva del trabajo, porque gracias a ella se puede no solo hacer una visión retrospectiva, sino también dar una mirada al futuro y analizar que aplicaciones puede tener la resolución del problema.

Al reconsiderar la solución, reexaminar el resultado y el camino que les condujo a ella, puede el alumno consolidar más aún

sus conocimientos y desarrollar sus aptitudes, y buscar otras vías de solución más rápidas y así mejorar la solución. En la resolución de problemas no se puede nunca afirmar que uno solo es el camino, siempre hay todavía algo que hacer.

A continuación se muestran dos esquemas que sintetizan la organización e implementación de las estrategias empleadas en la resolución de problemas.

En la figura 1, se resume la estructura sistémica de las habilidades matemáticas y las etapas de su formación en una unidad temática:²

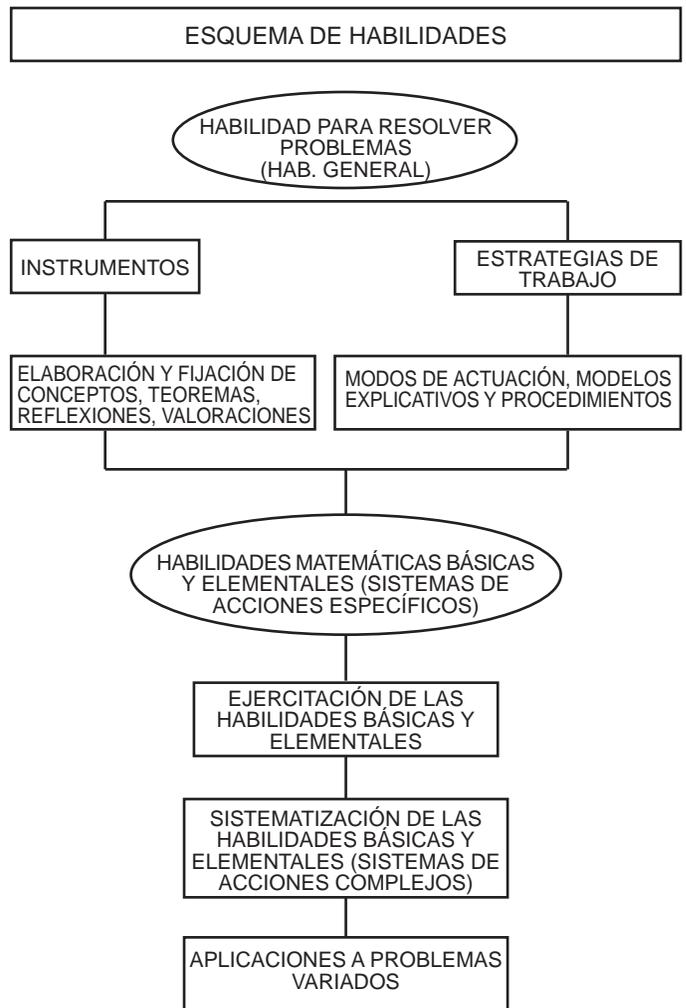


Fig. 1 Estructura sistémica de habilidades

Estrategias empleadas en el trabajo de investigación:

1. Estrategia de justificación teórica en el desarrollo de los ejercicios operacionales.
2. Método comparativo.

² Lic. Maribel Ferrer Vicente, Lic. Alfredo Rebolgar, 1998

3. Analogía reflexiva.
4. Hábito de estudio.
5. Talleres grupales.

La solución de problemas es una escuela de la voluntad. Resolviendo problemas que parecen difíciles el alumno aprende a perseverar pese a los fracasos, apreciar el menor de los progresos, a lograr la idea esencial, hacer un llamado a toda su concentración. Si el alumno no encuentra en la escuela la oportunidad de familiarizarse con las diferentes emociones que ofrece el esfuerzo con vista a la solución, su educación matemática ha fallado en su objeto más esencial. Como podemos apreciar, nuestra labor docente es muy importante en la formación de nuestros estudiantes, “labrar el diamante que cada alumno tiene guardado muy dentro de sí”, eso se logra con mucho tesón y paciencia.

Estrategia Didáctica: Híbrido de las estrategias de Pólya y Shöenfeld:

Para mejorar las habilidades en la resolución de problemas, se ha logrado un híbrido de las estrategias de Pólya y Shöenfeld, mediante un conjunto de preguntas y acciones que se deben hacer durante la resolución de problemas, que con la práctica el estudiante podrá apropiarse de ella en un diálogo estudiante- problema.

Como aporte del trabajo de investigación que se está discutiendo, las estrategias de Pólya y Shöenfeld, fueron fortalecidas por las estrategias anteriormente mencionadas: justificación por pasos, el método comparativo, analogía, hábito de estudio y los talleres grupales; y los mapas conceptuales que ayudan a organizar sus conocimientos.

La Dra. Liliانا Morenza, en su trabajo: Psicología Cognitiva Contemporánea y Representaciones Mentales, textualmente, sostiene: “ En términos del enfoque del procesamiento de la información las redes, los esquemas y los mapas conceptuales son las formas en las cuales se organizan los conocimientos en la memoria semántica de larga duración y es una buena hipótesis suponer que la eficiencia que se observa en la utilización de éstos mediadores está determinada, por la razón que éstos mediadores anticipan y modelan en el plano externo la esencia de las funciones psíquicas psicológicas superiores, que se traducen al plano intra-psicológico como producto de un mecanismo activo de interiorización”, es decir que mediante éstas técnicas el estudiante es capaz de asimilar y estructurar mejor sus conocimientos, hecho que favorece para la resolución de problemas”.

A continuación mostramos en la figura 2, el resumen de la estrategia didáctica basada en el híbrido de los métodos y estrategias de Pólya y Shöenfeld, que se emplearon en la resolución de problemas.

ESTRUCTURA GENERAL DE LA ESTRATEGIA DIDÁCTICA

INTERROGANTE	MÉTODO	ACCIÓN	
¿Quiero resolver el problema?	Comprensión	Motivar Eliminar Creencias	O R I E N T A C I Ó N
¿Con qué datos cuento?		Leer y releer Identificar datos Leer analíticamente Esbozar un gráfico Verificar los datos Asignar variables	
¿Puedo expresarlo de otra manera?	Releo	Leer nuevamente Aplicar estrategias cognoscitivas y meta cognoscitivas Modelar la función y /o Remodelar	E J E C U C I Ó N
¿Qué estrategias utilizo?	Concebir un plan	Identificar el tipo de problema Fundamento teóricamente Reducir en casos más simples Secundaria o auxiliares Eliminar alternativas no adecuadas Comparar con otros problemas	
Orientación	Modelar la función	Justificar con propiedades y definiciones	
	Ejecutar	Hago cálculos necesarios	
¿Es correcto lo que hice?	Visión Retrospectiva	Verificar si está bien el resultado Comparar con modelo ideal. Analizar la solución	C O N T R O L

Fig. N 2: fuente: Rizo, C. Y Campistrous, L. (1999)

El esquema de la fig. N 2, nos muestra una correcta organización del proceso de aprendizaje, que garantiza los componentes funcionales de toda actividad: la motivación, la Orientación, Ejecución y Control, y está basada fuertemente en el híbrido de los métodos y estrategias de Pólya y Shöenfeld y otras variantes.

La autora de este trabajo le da una gran importancia a la función que realizan las acciones que se desarrollan durante el proceso de solución, considerando que, el predominio de la fase de orientación debe extenderse aun hasta la búsqueda de las vías de solución, pues a pesar de ejecutarse las acciones descritas en las técnicas o mediante el uso de estrategias

propias, la función principal de esas acciones es la de orientar en esa búsqueda.

El control no solo se debe realizar sobre el resultado final, sino en el proceso mismo de la solución del problema, para evitar fracasos.

Para tener éxito en la resolución de problemas es necesario trabajar sobre la habilidad matemática que en algunos casos es innata, pero en muchos otros se puede ir limando con estrategias y métodos que ayuden al estudiante a ser analítico.

¿CÓMO RESOLVER PROBLEMAS, SI NO SE TIENE LA HABILIDAD INNATA DE HACERLO?

La estrategia didáctica general de estrategias para la resolución de problemas también se puede plasmar de la siguiente manera:

AYUDA PEDAGÓGICA PARA EL ESTUDIANTE:

- a. Leer el problema por lo menos dos veces.
- b. Analizar y tratar de entender el problema.
 - i. Verificar cuales son los datos
 - ii. ¿Cuál es la condición? (En base a qué se resolverá el problema).
 - iii. ¿Cuál es la incógnita (lo que nos piden resolver)
 - iv. Esbozar en una gráfica el problema
 - v. Colocar los datos en el diagrama utilizando variables adecuadas
- c. Plantear la estrategia de resolución del problema:
 - i. Identificar el tipo de problema.
 - ii. Escribir las ecuaciones principal y secundaria (dividir el problema en sub-problemas más sencillos).
 - iii. Eliminar las alternativas que no sean adecuadas.
- d. Ejecutar la estrategia:
 - i. Modelar la función (Significa escribir la función principal en función de la secundaria), es una composición de funciones.
 - ii. Aplicar la propiedad o teorema necesaria si nos piden maximizar o minimizar (Ej. Criterio de la primera derivada)
- e. Obtener y verificar la respuesta:
 - i. Es necesario preguntarse si tiene las magnitudes correctas.
 - ii. Probar un camino alternativo a la respuesta.
 - iii. Interpretar los resultados.
- f. Visión retrospectiva
 - i. Verificar los resultados.
 - ii. Preguntarse si el problema resuelto puede servir para resolver otros problemas (esta etapa es necesaria porque así podrá conectar el tema con otros temas de la materia y después con otras materias).

AYUDA PEDAGÓGICA PARA EL PROFESOR:

Muchas veces es importante romper el hielo en el aula, sobre todo cuando se tiene un grupo de estudiantes que difícilmente participa, en esos casos se recomienda al profesor seguir los siguientes pasos:

1. Caracterizar el grupo de estudiantes, mediante un examen diagnóstico, este examen podrá servir para verificar la solidez de conocimientos que tiene el estudiante, y su nivel de independencia en su actuación.
2. Motivar al estudiante, con anécdotas o chistes matemáticos, para que así pueda el estudiante sentirse en confianza y participe activamente en la interpretación, análisis y solución de los problemas.
3. Atender, a los estudiantes en forma diferenciada según sus necesidades en su aprendizaje.
4. Sistematizar la enseñanza, con ayuda de mapas conceptuales, y otros instrumentos pedagógicos, que faciliten la fijación de cada modo de actuar.
5. Formular preguntas que constituyan medios heurísticos para la búsqueda y el razonamiento matemático.
6. Utilizar la ejemplificación para que el estudiante tenga un punto de partida en la resolución de problemas.
7. Estimular el método reflexivo, métodos metacognitivos y cognitivos, para que de ese modo los estudiantes analicen, comparen, hagan analogías, generalicen, y discutan sus resultados.

COMPARACIÓN DE LAS ENCUESTAS DIAGNÓSTICO Y POST-EXPERIMENTAL

1. Cuando le dan un problema a resolver, Ud.

Lee el problema una vez e intenta resolver	28%	30%
Vuelve a leer el problema y lo intenta otra vez	62%	70%
No le gusta resolver problemas	-	-

2. Para resolver un problema

Primero lee la teoría referente al problema	30%	60%
Directamente resuelve el problema	16%	6.7 %
Resuelve por comparación con otro problema ya resuelto	54%	33.3%

3. Le gusta resolver problemas

Solo	61%	46.7%
En grupo	39%	53.3%
No me gusta resolver problemas	-	-

4. Tiene dificultades en resolver un problema, porque

En colegio solo resolvía ejercicios	41%	
No me gusta razonar	5%	3.3%
No tengo dificultad	18%	40%
Otros	36%	56.7%

5. La resolución de problemas ayuda a:

Razonar	22%	40%
Aplicar la teoría	78%	30%
Ambos	-	30%
Otros	-	-

6. Se deben resolver problemas de aplicación en materias de:

Matemáticas	37%	36.7%
Materias del perfil profesional	26%	26.7%
Otros	37%	36.6%

7. Su actitud frente a las matemáticas es:

Excelente	5%	10%
Bueno	28%	43.3%
Regular	67%	46.7%
Mala	-	-

8. Cuando estudia matemáticas y otras materias:

Solo estudio teoría	-	-
Estudio la teoría y la vinculo con otras materias	9%	30.0%
Elijo solo los ejercicios	53%	33.3%
Prefiero resolver problemas	28%	36.7%
Otros	9%	-

9. Cuando resuelve ejercicios

Las resuelvo guiándome en lo que hizo otra persona	45%	13.3%
Leo primero la teoría y la hago fundamentando	40%	46.7%
Creo que la teoría no es importante	15%	40.0%
Otros	-	-

10. Para resolver un problema:

Necesito de conocimientos anteriores	100%	83.3%
No necesito de conocimientos anteriores	-	-
Requiero de otras materias	-	16.7%

11. D. Recomiende los pasos a seguir en la resolución de problemas

Leer, analizar, graficar, desarrollar, razonar, intentar resolver, escribir datos, hacer esquemas, analizar soluciones, buscar diferentes soluciones.

12. P. Recomiende los pasos a seguir en la resolución de problemas

Leer, comprender el problema, graficar, recordar la teoría, concebir el plan, resolver, analizar los resultados, interpretar los resultados, hacer esquemas, analizar soluciones, buscar diferentes soluciones.

13. ¿Qué tipo de apoyo material y personal requiere para resolver problemas?

Profesor	13%	16.7%
Ayudantes	29%	26.7%
Amigos	23%	46.7%
Libros	35%	9.9%

14. D. ¿En que colegio(s) realizó sus estudios primarios y secundario?

Diversos colegios

15. P. ¿La resolución de problemas lo motivó en su aprendizaje del cálculo?

SI	83.3%
No	16.7%

16. D. La materia esta cursando por:

Primera vez	70%
Segunda vez	30%
Otros	

17. P. ¿Cómo influyó el aprendizaje de resolver problemas en su formación profesional?

Me ayudó positivamente	83.3%
No me ayudó nada	16.7%

18. ¿Aún recuerdo los conocimientos adquiridos en Cálculo?

Mucho	66.7%
Poco	20.0%
Nada	13.3%

Conclusiones

- Se muestra que hay preferencia por los talleres grupales, hecho que les permite discutir sus ideas así mejoran su aprendizaje; también realizan esa práctica en casa, así se preparan para realizar trabajo en equipo, que ya como profesionales en muchas ocasiones tendrán que hacerlo.
- Ha mejorado la preferencia por la resolución de problemas con respecto al principio, ya no existe mucha reticencia.
- Si inicialmente coincidían en que necesitan de conocimientos anteriores, ahora además ven la necesidad de interrelacionar con las materias previas y posteriores, eso es muy importante porque así el estudiante está consciente de estudiar una materia con más responsabilidad.
- Si inicialmente no conocían estrategias para resolver problemas, ahora ya las conocen y les ayuda bastante al ponerlas en práctica, porque así estructuran mejor su planteamiento y la resolución de problemas.

5. Por las dos últimas preguntas que se hizo en la encuesta post-experimental se puede inferir que, la resolución de problemas les ayudó positivamente en su formación profesional.
6. La actitud de los estudiantes frente a la resolución de los problemas ha cambiado, puesto que ahora ya no solo resuelven por comparación y no se dan por vencidos fácilmente, lo intentan hasta dar solución al problema.
7. La motivación en la enseñanza del Cálculo mediante resolución de problemas inherentes a su profesión, ayudó positivamente en el aprendizaje del Cálculo.
8. Los conocimientos adquiridos en Cálculo aún perduran después de varios Semestres, de acuerdo a la encuesta.
9. FERRER VICENTE MARIBEL. REBOLLAR ALFREDO. Como dirigir el proceso de formación de Habilidades Matemáticas. Instituto Superior Pedagógico "Frank País García". Santiago de Cuba. 1995.
10. GALPERIN, P. La. Introducción a la Psicología Editorial Pueblo y Educación. 1 Habana. 1982.
11. GIL PÉREZ D. Y OTROS. La Resolución de Problemas de lápiz y Papel como actividad de Investigación, investigación en la Escuela. 1988, N 6
12. HERNÁNDEZ FERNÁNDEZ, J. HERMINIA. Vigotsky y la estructuración del conocimiento Matemático. Experiencia cubana J Herminia Hernández. En conferencia Magistral RELMEI 1. México. 1997.
13. Maldonado Osorio Gonzalo. Paradigmas del aprendizaje. Curso de evaluación del aprendizaje. Universidad de la Salle.
14. MANOLI PIFARRÉ TURMO. Estrategias de Resolución de Problemas Matemáticos: Incidencia de una Hoja de Cálculo en la Enseñanza y Aprendizaje de la Proporcionalidad. (Tercer Premio de Tesis Doctoral).
15. MARQUES GRAELLS PERE. Los procesos de enseñanza y aprendizaje. Departamento de Pedagogía Aplicada, facultad de educación, UAB
16. MEZA SUSANA.-CONCARI SONIA. La Evaluación Formativa y el Aprendizaje Significativo. 2000
17. MORENZA LILIANA. Psicología Cognitiva Contemporánea y Representaciones Mentales. [http://www. Geocities.com/sin_barreras2/04 / DOC 1 .DOC](http://www.Geocities.com/sin_barreras2/04_DOC_1_.DOC).
18. MURIA VILA IRENE. La enseñanza de las estrategias de aprendizaje y las habilidades metacognitivas.[http://www.ces.UNAM. mx/iriesie/revistas/perfiles/perfiles-antJ6S-8 .htm](http://www.ces.UNAM.mx/iriesie/revistas/perfiles/perfiles-antJ6S-8.htm).
19. PÉREZ, MARIA CRISTINA. Estrategia didáctica para la resolución de problemas de geometría Descriptiva en la Carrera de Ingeniería Mecánica en Cuba. Tesis para optar el grado de Doctor en Ciencias Pedagógicas. 2001
20. PIAGET. Teoría del desarrollo Cognitivo. [http://www.uv.es/marcor/PiagetIntro. htm](http://www.uv.es/marcor/PiagetIntro.htm)
21. POLYA, G. ¿Cómo plantear problemas? México D.F. Editorial Trillas, S.A. de CV., 1987.
22. REBOLLAR, ALFREDO. Una alternativa en la preparación de los alumnos para resolver Problemas matemáticos en la enseñanza media cubana. En Memorias de pedagogía 95. Ciudad de la Habana. IPLAC, 1995.

BIBLIOGRAFIA

1. CALDERÓN, REGLA M. La enseñanza del cálculo Integral. Una alternativa basada en el Enfoque Histórico Cultural y de la Actividad. Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. Habana 1995.
2. CAMPISTROUS PÉREZ, LUIS. La Resolución de Problemas en la Escuela. Pedagogía .1997.
3. CAMPISTROUS, L. y C. RIZO. Aprender a Resolver Problemas Aritméticos. En memorias de la 8 Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa. Costa rica. 1994.
4. COLECTIVO DE AUTORES, MINED, Pedagogía. Cuba.
5. COLECTIVO DE AUTORES. Un recurso meta cognitivo para la resolución de problemas en Matemática. En Memorias Pedagogía 97.
6. CHAD WICK CLIFTON. La Psicología de aprendizaje del Enfoque constructivista. [http:// www.tochtli .fisica.uson.mx/educación/la psicología de aprendizaje del htm](http://www.tochtli.fisica.uson.mx/educación/la_psicología_de_aprendizaje_del.htm)
7. DÉLGADO RAÚL .La enseñanza de la resolución de problemas matemáticos. Dos elementos fundamentales para lograr su eficacia: la estructuración sistémica del contenido de estudio y el desarrollo de las habilidades generales matemáticas. Tesis en opción al grado Científico de Doctor en ciencias Pedagógicas. ISPJAE, 1999.
8. ESCUDERO, C. Resolución de problemas en nivel medio: un cambio cognoscitivo y social. Universidad Nacional de San Juan (Argentina) 1996.