MODELO PARA SERIES DE TIEMPO

Juan Carlos Flores L.

En este trabajo se presenta los *modelos estructurales* para el análisis de series cronológicas con observaciones provenientes de la distribución Normal, para conocer el desarrollo de los *modelos estructurales* debemos conocer previamente los modelos en la forma de espacio del estado. Los modelos en la forma de espacio del estado son aplicables en un vector de estado, este vector de estado cambia con el tiempo, entonces el *modelo de la forma de espacio* del estado esta dado de la siguiente forma:

$y_t = z_t' \alpha_t + q_t \varepsilon_t$; $t=1,2,\ldots,T$ (Ecuación de observación)

$\alpha_t = T_t \alpha_{t-1} + R_t \eta_t$; $t=1,2,\ldots T$ (Ecuación de transición o evolución)

donde
- y_t : Es la observación de la serie cronológica.
- α_t : Vector de estado, en general no observable de $(p\times 1)$
- z_t : vector conocido de $(p\times 1)$.
- q_t : Escalar varianza del error
- T_t : Matriz de $(p\times p)$
- R_t : Matriz de $(p\times u)$
- ε_t : Ruido Blanco (escalar)
- η_t : Ruido blanco de $(u\times 1)$

Donde ε_t, η_t son no correlacionados entre ellos. Además z_t, T_t, R_t se suponen conocidos, deterministicos que posiblemente depende de parámetros, los cuales también se suponen conocidos.

Una vez que se conoce los modelos en la forma de espacio del estado, también se debe conocer y comprender *los filtros de kalman*, que se utiliza como herramienta, en el proceso de estimación de los hiperparametros, del *modelo estructural*. El algoritmo iterativo *(filtro de kalman)* se obtiene un vector de estado α_1 bajo un conjunto de información H_1 distribuido normalmente con media m_1 y varianza p_1. De aquí se desprende que m_1 es el estimador α_1 condicional en H_1, p_1 es la varianza asociada a este estimador. Se observa además que esta varianza no depende de las observaciones. Para el algoritmo iterativo se considera la información de α_0 condicional en H_0 (información inicial), dada por $\alpha_0 / H_0 \sim N(m_0 ; p_0)$ no correlacionados con ε_t, η_t para todo t.

Entonces el *FILTRO DE KALMAN* podemos mostrar esquemáticamente como

$$\alpha_0 / H_0 \sim N(m_0 ; p_0) \text{----> } \boxed{\text{F.K.}} \text{ ----> } \alpha_1 / H_1 \sim N(m_1 ; p_1)$$

la predicción es

$$y_t(k) = Z_{t+k}\, m_t(k)$$

y el error de predicción sera

$$e_t(k) = y_{t+k} - y_t(k)$$

$v_t(k)$, con $k=1$ es el error de predicción a un paso, entonces

$$\alpha_{t+k} / H_t \sim N(m_t(k) ; P_t(k))$$

El modelo estructural esta constituido por el modelo local constante, modelo local lineal, el modelo local constante con estacionalidad, y agregando un efecto estacional al *modelo local lineal* se obtiene el *modelo estructural básico*. Si la estacionalidad tiene periodo s, este modelo está definido por

$$y_t = \mu_t + \gamma_t + \varepsilon_t ; \quad t=1,2,\ldots,T.$$
$$\mu_t = \mu_{t-1} + \beta_{t-1} + \eta_t$$
$$\beta_t = \beta_{t-1} + \delta_t$$
$$\Sigma \gamma_{t-i} = \omega_t$$

La tendencia es igual al nivel mas la pendiente.

Donde y_t es la observación al tiempo t, μ_t es el nivel al tiempo t, β_t es la pendiente de esta tendencia, y γ_t es el efecto estacional al tiempo t. Los procesos ε_t, η_t, δ_t y ω_t son ruidos blancos no correlacionados, normales y con varianzas σ^2_ε, σ^2_η, σ^2_δ, σ^2_ω