Artículo Original
Revista Varianza - Año 2022, Nro. 20
ISSN 2789-3510 versión impresa
DOI: https://doi.org/10.53287/evek7580of82j
Páginas: 43-58

CONFIABILIDAD Y TIEMPO ÓPTIMO DE REEMPLAZO DE EQUIPO

RELIABILITY AND OPTIMAL EQUIPMENT REPLACEMENT TIME

Astrid Keitel Ruiz Aviles[1]
Unidad Académica Campesina de Tiahuanacu – UCB, La Paz-Bolivia
astrid.educa@gmail.com
Gustavo Ruiz Aranibar[2]
Ex-Docente Universidad Autónoma Gabriel René Moreno, Santa Cruz-Bolivia
gustavoruiz432@hotmail.com *ruizaranibargustavo@gmail.com*

Artículo recibido: 08-08-2022
Artículo aceptado: 15-09-2022

RESUMEN

El modelo exponencial se utiliza en la prueba del ciclo de vida de un activo, sin embargo, es utilizado por ser eficaz para tratar problemas de confiabilidad, tomando una muestra al azar de n componentes seleccionados de un lote, en el presente trabajo se desarrolla dos aplicaciones mediante ejemplos de las distribuciones Normal y Weibull.

En cuanto al tiempo optimo de reemplazo de equipo, considerando el aspecto teórico mencionado en el trabajo y aplicando los datos como el número de periodos, la tasa de interés, el costo de adquisición del equipo y los costos de mantenimiento se determina aquel punto en el cual el costo del modelo que, en lugar de bajar, sube su costo, éste es el período óptimo para reemplazar el equipo.

Se presentan los ejercicios prácticos, el primero corresponde a una empresa estatal con relación a la fabricación de piezas en el sistema de combustible; el segundo ejemplo identifica la vida media de un componente, el tercero determina el ciclo de vida de un activo; los ejemplos cuarto y quinto, se basan en él precio de adquisición para determinar el tiempo óptimo de renovación. En este sentido, con el objeto de aplicar la teoría expuesta, que permita identificar el momento exacto en el cual se debe reemplazar un equipo, para no generar daño económico, que reflejaría una perdida a la institución. En conclusión, se otorga prioridad a la optimización de los escasos recursos que se disponen, fomentando la eficiencia y eficacia, generando efectividad de un activo fijo.

Palabras clave: Ciclo de vida, confiabilidad, costos, decisión, inferencia, mantenimiento, obsoleto.

ABSTRACT

The exponential model is used in the life cycle test of an asset, however, it is used because it is effective in dealing with reliability problems, taking a random sample of n components selected from a lot, in the present work two applications through examples of the Normal and Weibull distributions.

[1] Lic. Administración de Empresas, Universidad Católica Boliviana, Santa Cruz – Bolivia (Octubre, 1999), M. Sc. en Relaciones Internacionales y Diplomacia, Academia Diplomática Boliviana ¨Rafael Bustillo¨, La Paz – Bolivia (Abril, 2004). Docente de Estadística, Unidad Académica Campesina de Tiahuanacu - Universidad Católica Boliviana, 2022. https://orcid.org/0000-0002-8472-9477

[2] Ing. de Minas, Universidad Técnica de Oruro – Bolivia (septiembre, 1969), Especialista en Estadística e Informática por la Universidad de Chile y de Lovaina – Bélgica. Ex-docente de Estadística por más de 30 años.
Se agradece a la Universidad Autónoma Gabriel René Moreno – Bolivia, por la beca otorgada con fondos del Impuesto Directo a los Hidrocarburos, para cursar y culminar exitosamente el Doctorado en Ciencias en Educación Superior.
Especializado en Estadística. https://orcid.org/0000-0002-6714-6915

Regarding the optimal time for equipment replacement, considering the theoretical aspect mentioned in the work and applying the data such as the number of periods, the interest rate, the cost of acquiring the equipment and the maintenance costs, that point in time is determined. which the cost of the model that, instead of lowering, raises its cost, this is the optimal period to replace the equipment.

The practical exercises are presented, the first corresponds to a state company in relation to the manufacture of parts in the fuel system; the second example identifies the average life of a component, the third determines the life cycle of an asset; the fourth and fifth examples are based on the purchase price to determine the optimal renewal time. In this sense, in order to apply the exposed theory, which allows identifying the exact moment in which an equipment must be replaced, so as not to generate economic damage, which would reflect a loss to the institution. In conclusion, priority is given to optimizing the scarce resources available, promoting efficiency and effectiveness, generating effectiveness of a fixed asset.

Key words: Convergence, Irwin Hall distribution, illustration, Central Limit Theorem.

1. INTRODUCCIÓN

Las organizaciones deben aprovechar el valor potencial de sus activos durante el ciclo de vida útil o tiempo de vida e incluyendo nuevos activos para operarlos, mantenerlos y desincorporarlos en el momento oportuno.

La teoría de reposición se ocupa de la determinación de la política de reposición más económica y de la predicción de los costos de reemplazar un producto. La estimación de los costos para un grupo de elementos cuya duración de vida tiene una determinada probabilidad, implica el cálculo de la distribución de probabilidad de la duración de vida, a partir de esto, el número de fallos como función de la edad del grupo de elementos.

La teoría del remplazo se ocupa de situaciones en las que la eficiencia tiende a deteriorarse con el tiempo, y que puede restablecerse hasta alcanzar un nivel previo mediante algún tipo de acción correctiva. El problema consiste en determinar los tiempos en los cuales dicha acción correctiva debe llevarse a cabo para optimizar cierta medida apropiada de efectividad (Sasieni, M. y otros 1967).

El reemplazo de equipos o sus mantenimientos, es muy delicado, lo cual puede realizarse en base a una gran experiencia para obtener resultados aceptables, pero a veces la intuición conduce a estimaciones incorrectas. Aplicando las matemáticas y en particular las probabilidades, se obtienen estimaciones muy correctas. La teoría del desgaste y de los remplazos permite comprender mejor la vida de los equipos.

Se presentan ejercicios prácticos, con el objeto de aplicar la teoría expuesta, que permita identificar el momento exacto en el cual se debe reemplazar un equipo, para no generar daño económico a la institución. En conclusión, se otorga prioridad a la optimización de los escasos recursos que se disponen, fomentando la eficiencia y eficacia, generando la efectividad de un activo fijo.

2. MATERIAL Y MÉTODOS

En el siguiente acápite se otorga los conceptos teóricos generales que se aplican en el desarrollo de esta investigación, junto con la teoría de la confiabilidad, costos operacionales y reemplazo, vida económica de un activo, reposición de elementos que se hacen obsoletos, tiempo optimo de remplazo del equipo, con la colaboración del trabajo computacional desarrollado por el autor.

Por otro lado, se desarrollan ejercicios de aplicación de la teoría descrita.

2.1. Conceptos Generales

El objetivo de cualquier departamento de mantenimiento de una organización es prevenir o mitigar el deterioro del desempeño de los activos en servicio, y gestionar el riesgo de una falla cuando se pierde la función deseada del activo (Criollo, A. & Quito, M. 2020). Es una buena práctica de gestión de activos tener una lista de estrategias de mantenimiento para asegurar un nivel aceptable y predecible del desempeño a través de la vida útil del activo, lo cual incluye inspecciones, monitoreo o pruebas en línea, y política de mantenimiento preventivo (basado en el tiempo, en la condición y en el uso). En el caso de elementos cuyo rendimiento disminuye con los años (máquinas, herramientas, vehículos), la estimación de los costos implica la determinación de aquellos factores que contribuyen al aumento de los costos de operación, tiempo ocioso obligado, materiales de desperdicio, aumento de las reparaciones, etcétera (Chavez, J. 2021).

El mantenimiento se define como el aseguramiento de que un activo físico continúe realizando las funciones para los que fueron creados, el mantenimiento preventivo es una serie de tareas planeadas previamente que se llevan a cabo para contrarrestar las causas conocidas de fallas potenciales de dichas funciones, este mantenimiento preventivo se lleva a cabo para asegurar la disponibilidad y confiabilidad del equipo, (Diaz, L. 2019), es decir que la disponibilidad se define como la probabilidad de que un equipo sea capaz de funcionar siempre que se lo necesite, en cambio un mantenimiento correctivo o de reparación de los componentes de un equipo, se efectúa para que sea capaz de realizar su función adecuadamente.

2.3. Teoría de la Confiabilidad

La confiabilidad se define como la probabilidad de que un sistema, equipo o dispositivo cumpla su función, para lo cual fue adquirido durante un periodo de tiempo establecido bajo condiciones operacionales preestablecidas tales como temperatura, presión del caudal, ph entre otras variables de proceso en el contexto operacional definido (Alegria, R. 2018). El análisis del comportamiento de fallas de una gran cantidad de poblaciones de componentes o equipos observados durante largos períodos de estudio, han mostrado una función tasa de fallas decreciente en el primer periodo (Valenzuela, M. 2020), la primera etapa del periodo de observación (fenómeno conocido como arranque o mortalidad infantil), seguido por una función tasa de fallas aproximadamente constante (operación normal o aleatoria), y finalmente una función tasa de fallas creciente durante la última etapa del periodo de observación (envejecimiento o desgaste).

En el análisis de confiabilidad, existen varias distribuciones de probabilidad que se usan frecuentemente, como ser:

a) La distribución binomial, que se usa en varios problemas de confiabilidad de tipo combinatorio, esta distribución es útil cuando se relaciona con la probabilidad de salida tal como el número total de fallas en secuencia de k ensayos, donde cada ensayo tiene dos posibles resultados (falla o no falla) y la probabilidad de falla es la misma para cada ensayo (Johnson, R. 1997), siendo esta distribución discreta de probabilidad la siguiente:

$$b(x,n,p)=\binom{n}{x}p^x(1-p)^{n-x}$$

b) La distribución de Poisson, que es utilizada cuando se está interesado en la ocurrencia de un número de eventos que son del mismo tipo (Newbold, P. 1998), esta distribución discreta de probabilidad esta expresada por:

$$f(x,\lambda)=\frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$$

c) La distribución exponencial, que es muy utilizada en forma amplia y eficazmente para tratar problemas de confiabilidad en ingeniería, especialmente en la prueba del ciclo de vida, debido a que muchos procesos en ingeniería muestran una razón constante de riesgo durante su vida útil (Johnson, R. 1997) (Gmurman, V. 1976); la función de densidad de probabilidad es:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{\beta}e^{-\frac{x}{\beta}} & para\ x>0,\ \beta>0\\ 0 & de\ otra\ parte\end{cases}$$

La distribución de tiempos de falla de cada componente:

$$f(t)=\alpha e^{-\alpha t} \quad t>0,\ \alpha>0$$

Vida acumulada hasta r fallas, prueba sin reemplazo:

$$T_r=\sum_{i=1}^{r}t_i+(n-r)t_r$$

Estimación de la vida media:

$$\hat{\mu}=\frac{T_r}{r}$$

Vida acumulada hasta r fallas, prueba con reemplazo:

$T_r=nt_r$

Razón de falla:

$$\hat{R}_f=\frac{1}{\hat{\mu}}$$

Intervalo de confianza para la vida media:

$$\frac{2T_r}{\chi^2_{\alpha/2}}<\mu<\frac{2T_r}{\chi^2_{1-\alpha/2}}$$

Región crítica (Dagnelie, P., 1973) para probar su aceptación o rechazo:

$$H_0:\ \mu=\mu_0$$
$$H_1:\ \mu>\mu_0$$

$$T_r>\frac{1}{2}\mu_0\chi^2_\alpha$$

Donde:

n = número de componentes que se ponen a prueba

r = número de componentes que han fallado ($r\leq n$)

$2r$ = grados de libertad para el valor crítico de χ^2

$t_1\leq t_2\leq \ldots \leq t_r$ = tiempos observados de falla

d) La distribución de Rayleigh, que es utilizada en trabajos de confiabilidad asociados a problemas en teoría del sonido (Merovci, F. 2014), su función de densidad esta dado por:

$$f(t)=\frac{2}{\theta^2}te^{-\left(\frac{t}{\theta}\right)^2} \quad t>0,\ \theta>0$$

e) La distribución normal, la cual en estudios de confiabilidad es frecuente encontrar tiempos de vida útil que admiten una distribución normal (Berenson, L.; Levine, M. 1997), cuya función de densidad continua es:

$$f(x,\mu,\sigma^2)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad -\infty<\mathrm{x}<\infty$$

Cuando la variable X esta expresada en unidades de desviación: z, se tiene la distribución normal estandarizada:

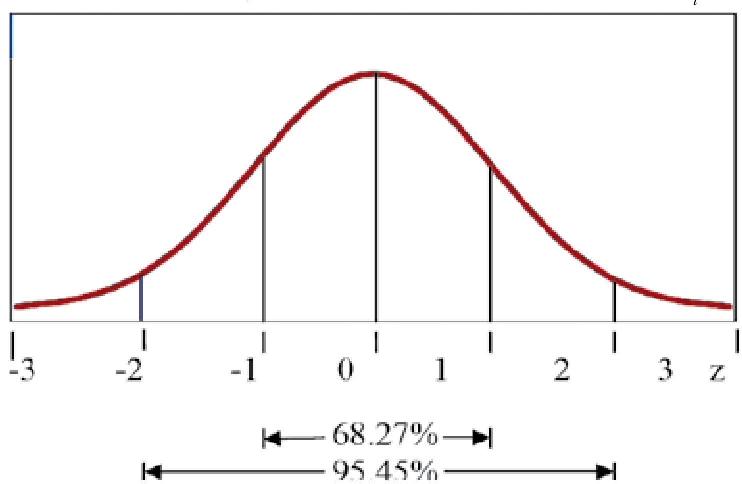
$$f(z)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}z^2} \quad \text{si} \quad z=\frac{x-\mu}{\sigma} \quad -\infty < z < \infty$$

Esta distribución permite determinar la probabilidad deseada haciendo referencia a las tablas de valores del área bajo la curva de densidad normal estandarizada (ACHESON, D. 1974).

Interpretación en %, de las áreas de acuerdo a los valores de z_i, el gráfico de la distribución descrita se presenta en la Figura 1.

Figura 1

Distribución en %, de las áreas de acuerdo a los valores de z_i



Fuente: Elaboración propia (2022), en base a la Figura 7.1. del libro de Murray, R. & Spiegel, Larry (2001), p. 159.

El área total limitada por la curva y el eje de la abscisa entre $-\infty < z < \infty$ es la unidad.

f) La distribución de Weibull, es una de las distribuciones más utilizadas en teoría de la confiabilidad debido a su gran versatilidad, se usa habitualmente en la teoría de fiabilidad, a fin de describir el tiempo de funcionamiento sin fallo de los instrumentos (Palacio, S. 1998), se caracteriza porque los diferentes valores de sus parámetros pueden generar una familia de distribuciones cuyos casos específicos coinciden con otras distribuciones, como la Exponencial, Normal y Raleigh entre otras.

Estrechamente relacionada con la distribución exponencial esta la distribución de Weibull (Johnson, R. 1997) (Ostle, B. 1979), cuya densidad de probabilidad está dada por:

$$f(x) = \alpha\, \beta\, x^{\beta-1} e^{-\alpha x^{\beta}} \quad x > 0, \alpha > 0, \beta > 0$$

Evaluando la probabilidad de que una variable aleatoria con la distribución de Weibull adopte un valor menor que , se tendrá la integral:

$$\int_0^a f(x) = \int_0^a \alpha\beta x^{\beta-1} e^{-\alpha x^{\beta}}\, dx$$

Función de confiabilidad

$$R(x) = e^{-\alpha x^{\beta}}$$

Función de razón de falla

$$Z(x) = \alpha\, \beta\, x^{\beta-1}$$

Media

$$\mu = \int_0^{\infty} x\alpha\beta x^{\beta-1} e^{-\alpha x^{\beta}} dx$$

$$\mu = \alpha^{-\frac{1}{\beta}}\Gamma\left(1+\frac{1}{\beta}\right)$$

Varianza

$$\sigma^2 = \alpha^{-\frac{2}{\beta}} \left\{ \Gamma\left(1+\frac{2}{\beta}\right) - \left[\Gamma\left(1+\frac{1}{\beta}\right)\right]^2 \right\}$$

$$\Gamma n = (n-1)\,!$$

Para mayor comprensión de estas distribuciones como ser: sus funciones acumulativas, propiedades, determinación de parámetros, etcétera, se recomienda recurrir a la bibliografía u otros textos de estadística.

2.4. Costos Operacionales y Reemplazamiento

Si las fallas persisten en uno o más equipos, los costos irán incrementándose, llegando un momento en el que no será económico seguir efectuando los mantenimientos preventivos lo que significa que sería mejor reemplazar los equipos, para lo cual se debe tomar en cuenta las razones básicas para considerar el reemplazo de un activo, los cuales son:

a) El deterioro físico se refiere a cambios en las condiciones físicas del activo mismo, puede conducir a una declinación en el valor del servicio prestado, a unos costos operarios mayores, al aumento en los costos de mantenimiento, demanda mayores gastos y eleva el consumo de combustible aumentando sus costos de operación. Estos costos tienden a incrementarse con el tiempo, cuando no se llega a efectuar la tarea planeada, éstos pueden ser consumo de energía, consumo de materia prima, materiales consumibles, tiempo consumido por los operadores, reparaciones menores, entre otros.

b) La obsolescencia que describe los efectos que producen sobre un activo los cambios que se generan en el medio externo, los cambios rápidos de la tecnología de automatización, computadoras y las comunicaciones hacen que los sistemas utilizados y el desempeño de los activos aceptables, sean menos seguros y productivos que los equipos que ofrecen en el mercado.

c) El desempeño reducido se debe al deterioro físico, a la capacidad de funcionamiento para un nivel de confiabilidad esperado.

d) Alteración de necesidad son las nuevas necesidades de precisión, velocidad y otras especificaciones exigidas.

e) Reemplazo por insuficiencia de un activo físico que tiene una capacidad inadecuada para prestar los servicios deseados.

f) Depreciación, se refiere a una disminución en el valor del activo físico.

La economía de desechar una unidad funcionalmente productiva radica en la conservación del esfuerzo, energía, materiales y tiempo que resulta de su reemplazo; en virtud al aumento del costo al seguir utilizando el equipo obsoleto. Existe la alternativa del reemplazamiento del equipo por el nuevo, la experiencia aconseja que es más económico reemplazar el equipo obsoleto que continuar con un costo creciente de mantenimiento y entonces el ahorro derivado del uso del nuevo equipo compensa de sobra su costo inicial, de ahí que se debe emplear una política de reemplazamiento, lo cual exige el estudio de ciertas relaciones entre los costos relativos a la minimización de éstos, y la elaboración de algún método para estimar dichos costos basándose en las distribuciones de frecuencia de vida. Por lo tanto, el reemplazo debe basarse en factores económicos.

2.5. Vida Económica de un Activo

Es el intervalo que minimiza los costos totales anuales equivalentes del activo o que maximiza su ingreso anual equivalente neto. La vida económica se la conoce como la vida de costo mínimo o el intervalo óptimo de reemplazo, siendo uno de los determinantes de la vida económica de un activo el patrón de costos en que incurre por las actividades de operación y mantenimiento.

Frecuentemente un analista desea conocer cuánto tiempo debe permanecer un activo o proyecto en servicio para minimizar su costo total, considerando el valor del dinero en el tiempo y los requerimientos de retorno, este tiempo en años es un valor n y se denomina de varias maneras incluyendo el costo de vida útil, vida útil económica, tiempo de retiro o reemplazo; el valor n es el número de años que rinde a un mínimo costo anual.

El valor comercial de un activo es la cantidad anual que se recibe en unidades monetarias (u. m.) si es vendido en el mercado abierto, siendo este precio del mercado utilizado en los estudios económicos para el reemplazo de activos.

2.6. Reposición de Elementos que se Hacen Obsoletos

La posible política de reposición es comparada utilizando la medida del rendimiento, que es el valor actual o descontado de todos los costos futuros correspondientes a cada política. En el momento en que se adopta la decisión política, el costo descontado es la cantidad que sería necesaria para formar a interés compuesto una cantidad lo suficientemente grande para pagar el costo de reposición cuando llega el momento (Churchman y otros, 1973).

Al considerar las decisiones de reposición deben incluirse todos los costos que dependen de la elección o duración de la máquina. Por lo general, solo se considera los costos realizados, pero cuando los costos nominales afectan al movimiento de aquellos deben también tomarse en cuenta. Los costos de mantenimiento constituyen un factor complicado, éstos tienen lugar sobre un periodo de tiempo y el dinero tiene un valor en el tiempo.

El costo descontado es el valor actual del costo, y se obtiene mediante la expresión:

$$Cd = \frac{Cn}{(1+r)^{n-1}}$$

En la que C_n es el costo inicial del enésimo año, r el tipo de descuento anual (costo del dinero), n es el número de años.

2.7. Tiempo Óptimo de Reemplazo del Equipo

Esta determinación se la efectúa considerando una serie de periodos cronológicos 1,2,3,4,… de igual longitud, que están numerados $\forall\, i = 1,n$, para cada uno de ellos le corresponde un costo de mantenimiento C_i, en esos periodos.

Estos costos aumentan en forma monótona o sea $C_1 \geq C_2 \geq \ldots \geq C_n$, donde los gastos se pagan al principio del período correspondiente. Si el gasto inicial de compra es A, el costo cuando el equipo se reemplaza después de n períodos, considerando que r es la tasa de interés (Churchman y otros 1973), será:

$$K_n = \left(A + C_1 + \frac{C_2}{1+r} + \frac{C_3}{(i+r)^2} + \ . \ + \frac{C_n}{(1+r)^{n-1}} \right) + \left(\frac{A}{(1+r)^n} + \frac{C_1}{(1+r)^n} + \frac{C_2}{(1+r)^{n+1}} + . + \frac{C_{n1}}{(1+r)^{2n+1}} \right) + \ldots$$

Lo que puede escribirse como:

$$K_n = \left(A + \sum_{i=1}^{n} \frac{C_i}{(1+r)^{i-1}} \right) + \frac{1}{(1+r)^n}\left(A + \sum_{i=1}^{n} \frac{C_i}{(1+r)^{i-1}} \right) + \frac{1}{(1+r)^{2n}}\left(A + \sum_{i=1}^{n} \frac{C_i}{(1+r)^{i-1}} \right) + \ ..$$

Teniéndose posteriormente:

$$K_n = \frac{A + \sum_{i=1}^{n} \frac{C_i}{(1+r)^{i-1}}}{1 - \frac{1}{(1+r)^n}} = \frac{A + \sum_{i=1}^{n} \alpha^{i-1} C_i}{1 - \alpha^n}$$

donde: $\alpha = \frac{1}{1+r}$

K_n es la cantidad de dinero necesario para pagar todos los costos futuros de adquisición y explotación del equipo que es renovado cada n años o sea que representa el monto que habrá que disponer en el origen del tiempo para reemplazar el material todos los n periodos, durante un tiempo infinito. Si K_n es menor que K_{n+1}, es preferible reemplazar el equipo cada *n* años en lugar de *n* + 1 años, si la mejor política es la de hacer la reposición cada *n* deben cumplirse las dos desigualdades:

$K_{n+1} - K_n > 0$ y $K_{n-1} - K_n > 0$

El mínimo de K_n se obtiene mediante la regla:

“No reemplazar el equipo sino hasta que el costo del período que sigue sea mayor que la suma ponderada de los gastos ya efectuados¨: Es decir reemplazar cuando:

$$C_{n+1} \geq \frac{A + C_1 + C_2\alpha + \ .. + C_n\alpha^{n-1}}{1 + \alpha + \alpha^2 + \ .. + \alpha^{n-1}}$$

Conociendo el número de periodos n (años), la tasa de interés r, el costo del equipo A (u. m.) y los costos de mantenimiento ( ), se deben determinar cada uno de los conceptos siguientes designados en la tabla de resultados:

n	= Número de periodos
C_i	= Costo de mantenimiento (u. m)
r	= Tasa de interés
r^{i-1}	= Factor de descuento
$C_i * r^{i-1}$	= Costo total del equipo
$A + \sum_{i=2}^{n} C_i * r^{i-1}$	= Costo variable del equipo
$\sum_{i=2}^{n} r^{i-1}$	= Interés de descuento
$\frac{A + \sum_{i=2}^{n} C_i * r^{i-1}}{\sum_{i=2}^{n} r^{i-1}}$	= Costo del modelo

Para finalizar, una vez calculadas estas expresiones para los n periodos (Kaufmann, A. 1967), se comparará con:

$$C_{i-1} \geq \frac{A + \sum_{i=2}^{n} C_i * r^{i-1}}{\sum_{i=2}^{n} r^{i-1}}$$

Como resultado de esta desigualdad, se establecen las siguientes reglas para la minimización de los costos:

a) No hacer la reposición si el costo del período siguiente es menor que el costo obtenido por el modelo de los costos anteriores.

b) Hacer la reposición si el costo obtenido por el modelo del período siguiente es mayor de los costos anteriores.

3. APLICACIONES

3.1. Trabajo Computacional

Los diferentes cálculos se lo efectúan mediante un programa computacional (Ruiz, G. 1970 - 2022), de acuerdo a las expresiones señaladas en los modelos de confiabilidad y de renovación de equipo, el cual facilita la determinación de resultados, siendo la información señalada, la que se utiliza para su procesamiento computacional (Desbazeille, G. 1972).

3.2. Ejercicios de ejemplo

Ejemplo 1. La Empresa Nacional de Fundiciones Vinto – Oruro (ENAF) fabrica uniones para determinados equipos de la Corporación Minera de Bolivia (COMIBOL), las cuales se han diseñado para sellar conexiones y piezas en el sistema de combustible a fin de impedir fugas. Un tipo de unión ha de tener 5 cm. de diámetro para que encaje como es debido; no puede variar arriba o abajo en más de 0.25 cm. sin provocar una fuga peligrosa. ENAF afirma que esta unión tiene 5 cm. de media con una desviación estándar de 0.17 cm. Si estas cifras son correctas y se supone una distribución normal de los diámetros, los funcionarios de COMIBOL desean determinar:

a) La proporción de uniones que se adaptarán correctamente.

b) La proporción de uniones que son defectuosas.

c) La probabilidad de que cualquier unión tenga un diámetro superior a 5.29 cm.

d) La media de una muestra de 100 uniones producidas por ENAF resulta ser 4.92 cm., con una desviación estándar de 0.35 cm. Si es la duración media de todas las uniones producidas por ENAF, comprobar la hipótesis de contra la hipótesis alternativa , a los niveles de confianza del 95 % y 99 %.

Solución.
Como las uniones pueden alejarse en 0.25 cm, de 5 cm. sin provocar una situación peligrosa, COMIBOL desea que se determine:

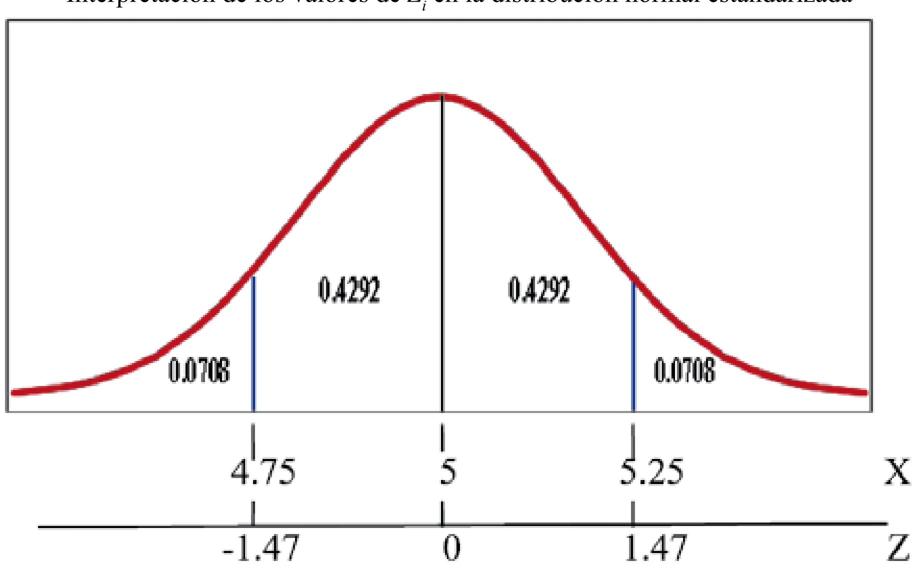
$P(4.75 \leq X \leq 5.25)$

$z_1 = \frac{X-\mu}{\sigma} = \frac{4.75-5}{0.17} = -1.47$ o un área de 0.4292 y 0.5 – 0.4292 =0.0708

$z_2 = \frac{X-\mu}{\sigma} = \frac{5.25-5}{0.17} = 1.47$ o un área de 0.4292

Interpretación de los valores de Z_i en la distribución normal estandarizada de la Figura 2, representa lo indicado.

Figura 2
Interpretación de los valores de Z_i en la distribución normal estandarizada



Fuente: Elaboración propia (2022)

$P(4.75 \leq X \leq 5.25) =$

$P(-1.47 \leq Z \leq 1.47) = 0.8584$

a) Lo que significa que el 85.84 % de las uniones fabricadas por la empresa encajan a la perfección, o sea que hay una probabilidad de 85.84% de que cualquier unión elegida aleatoriamente sea correcta, llegando a tener este porcentaje de confiabilidad.

b) La proporción de uniones defectuosas es:

$P(X \leq 4.75) + P(X \geq 5.25) =$

$z_1 = \frac{X-\mu}{\sigma} = \frac{4.75-5}{0.17} = -1.47$ o un área de 0.4292

$P(X \leq 4.75) = P(Z \leq -1.47) =$

$0.5 - 0.4292 = 0.0708$

$z_2 = \frac{X-\mu}{\sigma} = \frac{5.25-5}{0.17} = 1.47$ o un área de 0.4292

$P(X \geq 5.25) = P(Z \geq 1.47) =$

$1 - 0.9292 = 0.0708$

$P(X \leq 4.75) + P(X \geq 5.25) = 0.1416$

c) Determinar:

$P(X \geq 5.29) =$

$z = \frac{X-\mu}{\sigma} = \frac{5.29-5}{0.17} = 1.7059$ o un área de 0.9564

$P(X \geq 5.29) = P(Z \geq 1.7059) = 1 - 0.9564 = 0.0436$

d) Se tiene que decidir entre las dos hipótesis:

$H_0 : \mu = 5$ cm

$H_0 : \mu \neq 5$ cm

El problema es un ensayo bilateral puesto que $\mu \neq 5$ incluye valores menores y mayores a 5. Al nivel de significación de 0.05 se tiene la siguiente regla de decisión:

Rechazar H_0 si la z de la media muestral esta fuera del rango de -1.96 a 1.96.

Se acepta H_0 en caso contrario o no se toma decisión alguna.

Como $\alpha = 0.05$ entonces se determina:

$\frac{\alpha}{2} = \frac{0.05}{2} = 0.025$ y $1 - 0.025 = 0.975$

encontrando en tablas $z = \pm 1.96$.

El estadístico considerado es la media muestral $\bar{X}$. La distribución muestral de $\bar{X}$ tiene una media $\mu_{\bar{x}} = \mu$ y una desviación estándar $\sigma_{\bar{x}} = \sigma / \sqrt{N}$, donde μ y σ, son la media y la desviación estándar de la población de todas las uniones producidas por ENAF.

$$\sigma_{\bar{x}} = 0.35/\sqrt{100} = 0.035$$

$$z = \frac{\bar{X}-5}{0.035} = \frac{4.92-5}{0.035} = -2.2857$$

Este valor esta fuera del rango de -1.96 a 1.96 por lo que se rechaza H_0 al nivel de significación del 0.05.

Al nivel de significación $\alpha = 0.01$ se determina el rango $z = \pm 2.58$; y como $z = -2.2857$ muestra que está dentro el rango, por consiguiente se acepta la hipótesis H_0 o no se toma ninguna decisión al nivel de confianza del 99 %.

Nota. Solo se representó gráficamente el inciso a) las áreas determinadas de acuerdo a lo calculado, para mejor interpretación de los incisos b), c) y d) se recomienda graficar e identificar en ellas cada área de acuerdo a los valores determinados de z.

Interpretación. Por consiguiente, al nivel de significación de α, se acepta la hipótesis H_0. Por tanto, no se toma ninguna decisión, porque el valor que se ha determinado se encuentra dentro del rango, que indica la inexistencia de fuga de combustible.

Ejemplo 2. Si se tiene n unidades que se someten a una prueba de ciclo de vida (sin reemplazo) y la prueba será truncada después de que r unidades hayan fallado, dados los tiempos (horas) de estas r primeras fallas como se muestra en los datos, se desea determinar:

a) Estimar la vida media del componente.

b) Su razón de falla.

c) Calcular un intervalo de confianza de 90% para μ

d) Probar para la razón de falla dada para un número determinado de horas.

Datos:

n = 80, r = 15

t_i = 70, 101, 157, 202, 299, 320, 364, 455, 563, 638, 724, 771, 835, 861, 882

Solución.

Aplicando las formulas dadas de la distribución exponencial para los incisos a), b) c), se tiene los siguientes cálculos:

T_r = 71172 Vida acumulada hasta r fallas, prueba sin reemplazo, en horas.

$\hat{\mu}$= 4774.8 Estimación de la vida media del componente en horas.

$\hat{R}_f$= 2.107571E-04 Estimación de la razón de falla, fallas por hora o 0.2107571 fallas por millar de horas.

7697.183 < μ <3251.868 Intervalo de confianza de 90%

μ = 3333.334 Razón de falla es 0.45 por 1500 horas

1. Hipótesis nula: μ = 3333.334 horas

   Hipótesis alternativa μ > 3333.334 horas

2. Nivel de significación: α = 5%

3. Criterio: Rechazar la hipótesis nula si

$$T_r > \frac{1}{2}\mu_0\chi^2_{0.05} \text{ donde } \chi^2_{0.05} = 43.773 \text{ con 30 g.l.}$$

4. Cálculos: Sustituyendo r = 15 y μ_0 = 3333.334, se encuentra el valor crítico para esta prueba.

$$\frac{1}{2}\mu_0\chi^2_{0.05} = \frac{1}{2}*3333.334*43.773 = 30821.67$$

Decisión: Como T_0 = 4744.8 excede el valor crítico, se debe rechazar la hipótesis nula, concluyendo que el tiempo de vida media excede a 3333.334 horas o de manera equivalente, que la razón de falla es menor que 0.45 fallas por millar de horas.

Interpretación. Por consiguiente, al nivel de significación de α, no se acepta la hipótesis nula μ. Por tanto, el tiempo de vida media excede al número de horas objeto de estudio y se acepta la hipótesis alternativa.

Ejemplo 3. El ciclo de vida de una batería de respaldo de emergencia (en horas) es una variable aleatoria X con la distribución de *Weibull* con α = 0.1, β = 0.5 determinar:

a) El ciclo de vida medio de estas baterías.

b) La probabilidad de que la batería de este tipo dure más de 300 horas.

Solución.

a). El ciclo de vida medio de estas baterías. Sustituyendo en:

$$\mu = \alpha^{-\frac{1}{\beta}}\Gamma\left(1+\frac{1}{\beta}\right) = (0.1)^{-2}\Gamma(3) = 200 \ horas$$

b) La probabilidad de que la batería de este tipo dure más de 300 horas. Sustituyendo en:

$$\int_0^a \alpha\beta x^{\beta-1}e^{-\alpha x^{\beta}}dx$$

Realizando la integración, se obtiene:

$$\int_{300}^{\infty} 0.05x^{-0.5} e^{-0.1x^{0.5}}dx = e^{-0.1(300)^{0.5}} = 0.177$$

Interpretación. De acuerdo a las fórmulas indicadas, se obtiene el ciclo de vida medio de las baterías y la probabilidad de que duren más de un determinado número de horas. Por tanto, estos dispositivos de almacenaje de energía eléctrica pueden seguir funcionando como mínimo 200 horas o más, siendo posible ser utilizadas hasta 300 horas, con la probabilidad de 17,7% de que no fallará.

Ejemplo 4. Teniéndose un equipo con el precio de adquisición de 20200 u. m., donde los costos de mantenimiento están dados en la segunda columna de la tabla de resultados, en la que se considera una tasa anual del 8 % para un periodo de 15 años. Con dicha información se desea determinar el tiempo óptimo de renovación.

Solución.

Número de periodos	15
Tasa de interés	8 %
Costo del equipo	20200 u. m.

Nomenclatura del cuadro de resultados:

1 = Periodo

2 = Costo de mantenimiento en u. m. (unidades monetarias)

3 = Factor de descuento

4 = Costo total del equipo

5 = Costo variable del equipo

6 = Interés de descuento

7 = Costo determinado por el modelo (periodo a determinarse)

Tabla 1

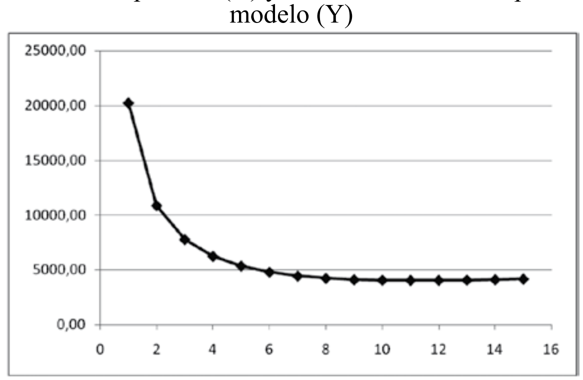
Cálculo del tiempo óptimo de renovación

1	2	3	4	5	6	7
1	600,00	1,00	600,00	20200,00	1,00	20200,00
2	730,00	0,93	675,93	20875,93	1,93	10839,42
3	800,00	0,86	685,87	21561,80	2,78	7746,94
4	850,00	0,79	674,76	22236,56	3,58	6216,37
5	1000,00	0,74	735,03	22971,59	4,31	5327,21
6	1250,00	0,68	850,73	23822,31	4,99	4771,42
7	1550,00	0,63	976,76	24799,08	5,62	4410,39
8	2300,00	0,58	1342,03	26141,10	6,21	4211,98
9	2600,00	0,54	1404,70	27545,80	6,75	4082,89
10	3500,00	0,50	1750,87	29296,68	7,25	4042,66
11	3800,00	0,46	1760,13	31056,81	7,71	**4028,08**
12	4200,00	0,43	1801,31	32858,12	8,14	**4037,14**
13	4400,00	0,40	1747,30	34605,42	8,54	4054,02
14	5000,00	0,37	1838,49	36443,91	8,90	4093,00
15	5500,00	0,34	1872,53	38316,44	9,24	4144,90
La renovación del equipo se realizará en el período 11						

Fuente: Elaboración propia (2022)

Figura 3.

Gráfico del periodo (X) y el costo determinado por el modelo (Y)



Fuente: Elaboración propia (2022)

La representación gráfica del periodo y el costo determinado por el modelo muestran una función parabólica, puesto que a medida que aumenta el costo de mantenimiento aumentara el costo determinado por el modelo, y en esta función lo más importante es determinar el punto mínimo que se encuentra entre los valores de 4028.08 y 4037.14, costos encontrados por el modelo para un periodo determinado.

Interpretación. De acuerdo a los resultados obtenidos, tanto numéricos como en forma gráfica, en base al costo determinado por el modelo, se debe renovar el equipo en el periodo donde el costo mencionado que va descendiendo e inicia a ascender. Por tanto, en este ejemplo la renovación será en el periodo 11, que es 4028,08, siendo el costo más bajo al que se obtiene, a partir del periodo 12, que es de 4037,14, teniéndose una diferencia negativa de 8,86, sucesivamente generando la citada diferencia negativa mayor con los periodos continuos.

Ejemplo 5. Un equipo tiene un precio de adquisición de 50 u. m., donde los costos de mantenimiento están dados en la segunda columna de la tabla de resultados, en la que se considera una tasa anual del 5 % para un periodo de 10 años. Con dicha información se desea determinar el tiempo óptimo de renovación.

Solución.

Número de periodos	11
Tasa de interés	5 %
Costo del equipo	80 u. m.

Tabla 2

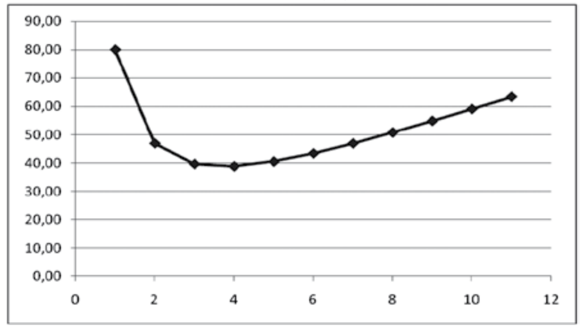
Cálculo del tiempo óptimo de renovación

1	2	3	4	5	6	7
1	0,00	1,00	0,00	80,00	1,00	80,00
2	12,00	0,95	11,43	91,43	1,95	46,83
3	24,00	0,91	21,77	113,20	2,86	39,59
4	36,00	0,86	31,10	144,30	3,72	**38,76**
5	48,00	0,82	39,49	183,79	4,55	**40,43**
6	60,00	0,78	47,01	230,80	5,33	43,31
7	72,00	0,75	53,73	284,52	6,00	46,83
8	84,00	0,71	59,70	344,22	6,79	50,72
9	96,00	0,68	64,98	409,20	7,46	54,83
10	108,00	0,64	69,62	478,82	6,11	59,06
11	120,00	0,61	73,67	552,49	8,72	63,35
La renovación del equipo se realizará en el período 4						

Fuente: Elaboración propia (2022)

Figura 4.

Gráfico del periodo (X) y el costo determinado por el modelo (Y)



Fuente: Elaboración propia (2022)

Al igual que en el ejemplo anterior, la representación gráfica del periodo y el costo determinado por el modelo muestran una función parabólica, puesto que a medida que aumenta el costo de mantenimiento aumentara el costo determinado por el modelo, y en esta función lo más importante es que se determinó el punto mínimo que se encuentra entre los valores de 38.76 y 40.42, costos encontrados por el modelo para un periodo determinado.

Interpretación. De acuerdo a los resultados obtenidos, tanto numéricos como en forma gráfica, en base al costo determinado por el modelo, se debe renovar el equipo en el periodo donde el costo mencionado que va descendiendo e inicia a ascender. Por tanto, en este ejemplo la renovación será en el periodo 4, que es 38,76, siendo el costo más bajo al que se obtiene, a partir del periodo 5, que es de 40,43, teniéndose una diferencia negativa de 1,67, sucesivamente generando la citada diferencia negativa mayor con los periodos continuos.

4. DISCUSIÓN

En las dos primeras aplicaciones, se han llegado a utilizar los valores de la distribución normal estandarizada y aplicar un test estadístico de significación, para aceptar o no su rango a un determinado nivel de confianza. En el tercer ejemplo, se hace referencia a la distribución de *Weibull* para determinar el ciclo medio de vida, haciendo uso de la probabilidad de que un equipo dure más de un tiempo fijado, integrando la función señalada. Se puede observar que en los ejemplos 4 y 5, de acuerdo al costo determinado por el modelo del equipo, este va descendiendo y en el momento en que incrementa este valor, se ha establecido el periodo óptimo de renovación, otorgando prioridad a la eficiencia y eficacia. En forma semejante, los gráficos y tablas presentados, precedentemente concuerdan con lo correspondientemente señalado.

5. CONCLUSIONES

En conclusión, debido a la simplicidad de los procedimientos estadísticos, las distribuciones de probabilidad mencionadas como ser normal, exponencial, etcétera, adoptando estas técnicas a la información que se posea, para la confiabilidad y la finalidad de encontrar el tiempo optimo de reemplazo de equipos.

En cuanto a la renovación de equipos, cuando la desigualdad mostrada acontece significa que se determinó el período óptimo de renovación del equipo debido a que a medida que pasa el tiempo los costos de mantenimiento de los equipos aumentan, siendo imprescindible determinar cuándo se los debe reemplazar, tal como se muestra en los ejemplos donde en función de sus costos de mantenimiento, es conveniente remplazarlos.

Por medio de la teoría expuesta, se permite identificar el periodo en el cual se debe reemplazar un equipo, o si se lo debe continuar usando, con el objetivo último de no generar daño económico, que reflejaría una pérdida para la institución. En este sentido, se otorga prioridad a la optimización de los escasos recursos que se disponen, fomentando la eficiencia y eficacia, generando efectividad de un activo fijo.

6. COLABORACIÓN

Lic. Osman Miranda Lira. Universidad Mayor, Real y Pontificia de San Francisco Xavier de Chuquisaca, Sucre – Bolivia (2016). Lic. en Bio – Imagenología.

Diplomado en Aplicación de Protocolos en Tomografía, Área: Ciencias de la Salud PACS_NRO_002/2022. Universidad Pública de El Alto. El Alto – Bolivia (Julio, 2022)

Docente de Imagenología Aplicada, Universidad Católica Boliviana. La Paz – Bolivia, 2022.

REFERENCIA BIBLIOGRÁFICA

Acheson, D. (1974), Quality Control and Industrial Statistics, Irwin-Dorsey International, (4ta ed. p. 945). London - England.

Alegria, R. (2018) Aplicación del mantenimiento centrado en la confiabilidad RCM en el sistema de freno neumático de los “Buses Puma Katari” (Doctoral dissertation). (1ª ed., p. 9 - 15). Universidad Mayor de San Andrés. Recuperado el 25 de agosto de 2022, de https://repositorio.umsa.bo/bitstream/handle/123456789/16748/PG-2018-Alegr%c3%ada%20Laura%2c%20Roger.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Berenson, L.; Levine, M. (1997), Estadística Básica en Administración. Editorial: Prentice Hall Hispanoamericana, S.A., (6ta. Ed., p. 943) México D.F. - México.

Chavez, J. (2021). Análisis de los costos unitarios, para incrementar la rentabilidad en CIA minera Century MiningPeruSAC.-UO San Juan operaciones.(1ª ed., p. 13 - 17). Universidad Nacional San Agustín de Arequipa. Recuperado el 25 de agosto de 2022, de http://repositorio.unsa.edu.pe/bitstream/handle/20.500.12773/13250/IMchavja.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Churchman, C.; Ackoff, L.; Arnoff, E., (1973) Introducción a la Investigación Operativa, (1ra ed. p. 467; 474). Editorial Aguilar. Madrid – España.

Criollo, A.&Quito, M. (2020). Desarrollo de una propuesta metodológica para la gestión de activos físicos en la planta de Continental Tire Andina (CTA), Cuenca (Master'sthesis). (1ª ed., p. 10 - 12). Universidad Politécnica Salesiana Ecuador. Recuperado el 25 de agosto de 2022, de https://dspace.ups.edu.ec/bitstream/123456789/19104/1/UPS-CT008812.pdf

Dagnelie, P., (1973) Théorie et Méthodes Statistiques. (Volume 1). Editorial : Les Presses Agronomiques de Gembloux, (2da. ed. p. 327). Gembloux – Bélgica.

Desbazeille, G., (1972). Exercices et Problémes de Recherche Opérationnelle, Editorial: Dunod, (1ra ed. p. 259). Bruxelles-Bélgica.

Diaz, L. (2019). Diseño de un modelo de sistema de gestión de mantenimiento según NB 12017: 2013 como instrumento de control interno para la empresa de transporte por cable Mi Teleférico caso: Cabinas (Doctoral dissertation).(1ª ed., p. 14 - 19). Universidad Mayor de San Andrés. Recuperado el 25 de agosto de 2022, de https://repositorio.umsa.bo/bitstream/handle/123456789/28405/TM-%2069.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Gmurman, V., (1976) Problemas de la Teoría de las Probabilidades y de Estadística Matemática. Editorial MIR, (1ra ed., p. 163). Moscú – Rusia.

Johnson, R. (1997), Probabilidad y Estadística para Ingenieros. Editorial: Prentice Hall Hispanoamericana S.A., (5ta. Ed., p. 548). México D.F. – México.

Kaufmann A., (1967). Metodos y Modelos de Investigación de Operaciones, Compañía Editorial Continental S. A., (1ra ed. p. 250). México D.F – México.

Merovci, F. (2014). Transmuted generalized Rayleigh distribution. Journal of Stadistics Applications & Probability, (1ª ed., p. 1 - 12). University of Prishtina - Kosovo. Recuperado el 25 de agosto de 2022, de https://naturalspublishing.com/files/published/k8w7a636gpd97.pdf

Murray, R. & Spiegel, Larry (2001). Estadística. Editorial: McGraw Hill, (3ra ed., p. 159). México.

Newbold, P. (1998), Estadística para los Negocios y la Economía. Editorial: Prentice Hall, , (3ra. ed. p. 138). Madrid – España.

Ostle, B., (1979). Estadística Aplicada. (1ra ed., p. 57). Editorial: Limusa. México D.F. – México.

Palacios, S. (1998). Estadística Aplicada, Ciencias & Ingeniería. Editorial: Educación y Cultura, (1ª ed., p. 34). Cochabamba – Bolivia.

Ruiz, G . (1970 - 2022). Libreria Científica de Programas Informáticos, Oruro, Santa Cruz, La Paz -Bolivia.

Sasieni, M.; Yaspan, A.; Friedman, L., (1967) Investigación de Operaciones. Editorial Limusa - Wiley S.A., (1ra ed. p. 117). México D.F. – México.

Valenzuela, M. (2020). Planificación de mantenimiento preventivo en máquina papelera en base a confiabilidad. (1ª ed., p. 9 - 15). Universidad de Chile. Recuperado el 25 de agosto de 2022, de https://repositorio.uchile.cl/bitstream/handle/2250/179185/Planificacion-de-mantenimiento-preventivo-en-maquina-papelera-en-base-a-confiabilidad.pdf?sequence=1&isAllowed=y