

OPTIMIZACIÓN DE PORTAFOLIOS DE MARKOWITZ PARA LOS FONDOS DE PENSIONES EN BOLIVIA

MARKOWITZ PORTFOLIO OPTIMIZATION FOR PENSION FUNDS IN BOLIVIA

Ronal Edwin Condori Huanca¹
Consultor independiente, La Paz - Bolivia
✉ ronal.c.huanca@gmail.com

Artículo recibido: 01/08/2023
Artículo aceptado: 08/04/2024

RESUMEN

El incremento en el rendimiento de los fondos de pensiones en Bolivia es un objetivo neurálgico que se busca para la mejora de las pensiones de vejez para los jubilados, antes tanto para las AFP's hasta 2023 y actualmente está como un objetivo para la Gestora Pública, es en este sentido que se expone y desarrolla el proceso de obtención de un portafolio de inversiones óptimo mediante el uso del modelo de Markowitz utilizando el algoritmo de Goldfarb-Idnani planteando un problema de optimización cuadrática, generando resultados satisfactorios en comparación con los asumidos por los fondos de pensiones incrementando de un 3.36% a un 6%, pero con las debidas limitaciones del mercado de renta fija que impera en Bolivia y corriendo otro tipo de riesgos mas allá de las rentabilidades bajas.

Palabras clave: Pensiones, Cuadrática, Markowitz, algoritmo de Goldfarb-Idnani.

ABSTRACT

The increase in the performance of pension funds in Bolivia is a neuralgic objective that is sought to improve old-age pensions for retirees, previously both for the AFPs until 2023 and currently it is as an objective for the Public Manager; that is In this sense, the process of obtaining an optimal investment portfolio is exposed and developed through the use of the Markowitz model using the Goldfarb-Idnani algorithm, posing a quadratic optimization problem, generating satisfactory results compared to those assumed by the funds. of pensions increasing from 3.36% to 6%, but with the due limitations of the fixed income market that prevails in Bolivia and running other types of risks beyond low returns.

Keywords: Pensions, Quadratic, Markowitz, Goldfarb-Idnani algorithm.

1. INTRODUCCIÓN

Una gran mayoría de diversos actores en la sociedad boliviana, están prestando mucha atención dentro la coyuntura actual, al área de pensiones, debido al inicio de operaciones de la Gestora Pública de Seguridad Social de Largo Plazo (GESTORA) que ya empezó a

prestar servicio al público en general sobre sus aportes y el pago de pensiones en virtud del Decreto Supremo N° 4585, 2021.

Esta entidad pública viene a sustituir a las Administradoras de Fondos de Pensiones (AFP) de Previsión y Futuro que son

¹ Profesional/consultor en Estadística(s), candidato al Doctorado en Políticas Públicas de la UMSA, ha ejercido laboralmente en el área de estadística de entidades públicas y privadas para la elaboración de estadísticas e indicadores.
ORCID: [0000-0003-2557-7079](https://orcid.org/0000-0003-2557-7079)

entidades bajo administración privada, las mismas estuvieron funcionando desde 1997, periodo en el cual la Seguridad Social de Bolivia paso de un Sistema de Reparto (SR) a un Sistema de Capitalización Individual (Ley N° 1732, 1996) y que desde 2010 forman parte del Sistema Integral de Pensiones (SIP) (Ley N° 65, 2010).

En este contexto una de las críticas que los políticos, académicos, jubilados y demás actores de la sociedad boliviana, se centraron fue en la rentabilidad que se obtiene con las inversiones que los fondos del SIP realizan en diversos instrumentos financieros.

Esta preocupación nace debido a que, si los retornos a las inversiones de los fondos del SIP tienen una buena evolución, entonces las pensiones otorgadas a los jubilados también tendrán un mejor ajuste (Alvarez Arnal, 2023).

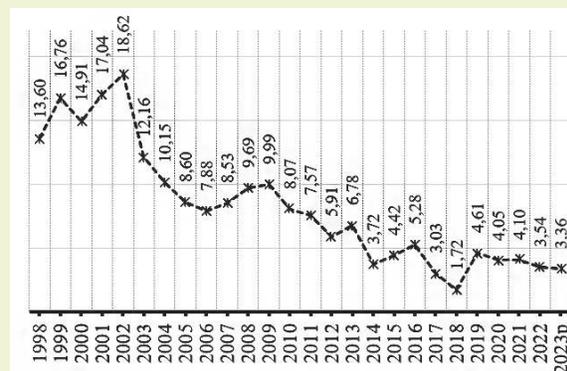
El rendimiento total de estos fondos depende de qué tipos de instrumentos o productos financieros se hayan adquirido, y qué distribución se haya realizado entre los diferentes instrumentos seleccionados que existen en los mercados financieros a los que estos fondos pueden acceder.

En la actualidad el rendimiento de los fondos del SIP está cerca al 3.36% para marzo de 2023 (MEFP, 2023), habiendo alcanzado un máximo en 2002 con un 18.62%, sin embargo, este valor elevado de 2002 se debió a la transferencia de recursos de las reservas de riesgo común y riesgo profesional a las empresas de Seguros (SPVS, 2002).

Desde la caída en 2018, donde la rentabilidad de los fondos del SIP alcanzó un mínimo de 1,72%, esto debido a una contracción del mercado de valores boliviano y las AFP's hizo que tuvieran que invertir en otras alternativas menos rentables (Fundacion Milenio, 2019), pero desde 2019 esta rentabilidad se ha ido recuperando y estabilizándose en el 3.36%

para el primer trimestre de 2023.

Figura 1: Rentabilidad Anual de los Fondos del SIP, 1998-2023p (p): Datos preliminares a marzo de 2023.



Fuente: Autoridad de Fiscalización y Control de Pensiones y Seguros.
Elaboración: Viceministerio de Pensiones y Servicios Financieros.

Es en este sentido que existe una problemática que las AFP's y ahora la GESTORA debe afrontar, con el fin de mejorar los beneficios otorgados a los jubilados actuales y el capital de los aportantes o futuros jubilados.

1.1. Antecedentes

El proceso de selección de cuáles instrumentos financieros se deben adquirir y la distribución de la inversión de recursos entre cada uno de ellos, es un tema muy desarrollado, particularmente la metodología que dió los cimientos de la diversificación de carteras de inversión, es la planteada por Harry Markowitz el 1952 (Romero Moreno, 2010), la cual asume la existencia de k alternativas de inversión, donde para cada una se destinan X_i por ciento de recursos disponibles, y se espera un retorno de r_i de cada uno de ellos (Markowitz, 1952), además de incluir la matriz de varianzas y covarianzas de los k instrumentos $\Sigma = \{\sigma_{ij}\}$, como una cuantificación de riesgo del conjunto de instrumentos, planteando así los siguientes modelos de optimización:

El Modelo Primal, se centra en maximizar la rentabilidad total “ r ” eligiendo la participación X_i de los k instrumentos disponibles, pero esta elección y distribución

está sujeta a un nivel de riesgo dado “ v_0 ”, planteándose como:

$$\text{Max}_r(r) = \sum_{i=1}^k X_i * r_i \quad (1)$$

Sujeto a:

$$\begin{aligned} X_i &\geq 0 \quad \forall i = 1, 2, \dots, k \\ \sum_{i=1}^k X_i &= 1 \\ \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k X_i * X_j * \sigma_{ij} &\leq v_0 \end{aligned}$$

Bajo este enfoque se restringe que las participaciones de cada instrumento son nulas ó positivas, que la suma de las participaciones de los instrumentos da 100% del portafolio, y que el nivel de riesgo medido a través de la varianza de la rentabilidad total “ r ” está sujeta a un nivel de riesgo dado “ v_0 ”.

El Modelo Dual, se trata de minimizar el riesgo “ v ” pero bajo la condición de mantener una rentabilidad fija de “ r_0 ”, es decir:

$$\text{Min}_v(v) = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k X_i * X_j * \sigma_{ij} \quad (2)$$

Sujeto a:

$$\begin{aligned} X_i &\geq 0 \quad \forall i = 1, 2, \dots, k \\ \sum_{i=1}^k X_i &= 1 \\ \sum_{i=1}^k X_i * r_i &\geq r_0 \end{aligned}$$

Bajo cualquiera de los dos enfoques, el modelo de Markowitz, dá muchas luces desde un enfoque estadístico del manejo de carteras de inversión.

En el contexto nacional esta estrategia no se ha desarrollado del todo, a pesar de la parsimonia en su planteamiento y manejo, sin embargo, se tienen experiencias relacionadas en áreas como la bolsa de valores.

Tal es el caso aplicado a las Sociedades Administradoras de Fondos de Inversión (SAFI), además de la aplicación de *Análisis Cluster* para agrupar los diversos productos financieros, logrando resultados satisfactorios al hallar portafolios de mínima varianza (Coira, 2015).

Otra experiencia en el contexto nacional, presenta alternativas de portafolio y los límites de frontera eficientes de las estrategias óptimas de los fondos del SIP enfocados en 3 grupos de instrumentos financieros (Tarquino Aduviri, 2022).

1.2. Problemática

Si bien se han desarrollado varias aplicaciones, no se pormenoriza sobre los algoritmos utilizados en la obtención de dichos portafolios óptimos.

1.3. Objetivo

Se busca desarrollar desde un enfoque estadístico la determinación del portafolio óptimo mediante el planteamiento del Modelo de Markowitz usando para esto la Programación Cuadrática y el algoritmo de Goldfarb-Idani.

2. MATERIALES Y MÉTODOS

2.1. Programación Cuadrática

En el área de investigación operativa, cuando se busca establecer los puntos óptimos de funciones bajo diferentes restricciones, se hace dos grandes diferencias para su desarrollo, la programación lineal aplicando variantes del método simplex y la programación no lineal, dentro de esta segunda, una particular forma es la Programación Cuadrática.

Sea x un vector variable n dimensional, sean además a un vector fijo n dimensional, sea G una matriz cuadrada simétrica positiva definida de $n \times n$, sea b un vector m dimensional y C una matriz $n \times m$, se define el problema de programación cuadrática como:

$$\text{Min}_x f(x) = a' * x + \frac{1}{2} * x' * G * x \quad (3)$$

Sujeto a:

$$C' * x - b \geq 0$$

Para nuestro caso este enfoque planteado

por Goldfarb (Goldfarb & Idnani, 1983), se asemeja al Modelo Dual, ya que G representa la matriz de varianzas y covarianzas, a sería el vector de costo nulo, C y b contienen las diferentes restricciones lineales de suma unitaria, así como la de restringir valores positivos y presentar un rendimiento mínimo.

Si bien existen alternativas como la de inclusión de multiplicadores de *Lagrange* y proceder mediante el método Simplex, para la resolución de (3) se optó por el uso del algoritmo más ampliamente usado denominado algoritmo de Goldfarb-Idani, el cual parte de la existencia de condiciones activas determinadas por la matriz N_1 de dimensión $n \times m'$ con $m' < m$, y acotada por el vector reducido b_A , definiéndose ahora como:

$$\text{Min}_x f(x) = a' * x + \frac{1}{2} * x' * G * x \quad (4)$$

Sujeto a:

$$N_1 * x - b_A \geq 0$$

Previamente se aplicó la descomposición de Cholesky a la matriz G , mediante $G=K * K'$, en donde a su vez K se define como $K=L*\sqrt{D}$ estando compuesto por los autovectores de G en L y los eigenvalores de G en la matriz diagonal D .

El paso inicial es tomar el punto inicial $x_0 = K^{-1} * K' * a$, el segundo paso es verificar si cumple las condiciones establecidas $N_1 * x_0 - b_A \geq 0$, y la condición original $C' * x - b \geq 0$ si se cumplen todas, se detiene el algoritmo y se establece el óptimo, caso contrario se pasa a una nueva iteración.

El tercer paso es elegir la condición que no se cumple en incorporarla a N_1 , conformando la nueva matriz N_2 , a la par se calcula la nueva dirección z_1 del punto inicial x_1 en base a x_0 , mediante $x_1 = x_0 + t * z_1$, donde z_1 es una matriz resultado de la descomposición de G , y t es un valor escalar obtenido en base a los valores de b_A y N_1 . (Horowitz & Afonso, 2002), con este nuevo vector se verificará

las condiciones previas en caso contrario se procederá a nuevas interacciones.

2.2. Información disponible

La información sobre los retornos a las inversiones del SIP, se dispone de manera periódica a través del Boletín Semestral del Sistema Integral de Pensiones que el Ministerio de Economía y Finanzas Públicas difunde en su portal web (MEFP, 2022), la misma se basa en información oficial que la Autoridad de Fiscalización y Control de Pensiones y Seguros – APS para los periodos 2006-2021.

2.3. Procesamiento de la información

Tabla 1: Estadísticas Descriptivas por instrumento seleccionados

Instrumentos*	Promedio* (%)	Desv. (%)
B. Largo Plazo (BOB)	4,86	0,88
B. Largo Plazo (UFV)	7,07	8,56
B. Largo Plazo (USD)	4,97	2,64
B. Bancarios Bursátiles (BOB)	4,17	0,54
B. Bancarios Bursátiles (USD)	3,10	2,07
B. Deuda Soberana Emitido en el Extranjero (USD)	4,99	1,78
B. del TGN No Obligatorio (BOB)	4,59	2,94
B. del TGN No Obligatorio sin Cupones (BOB)	3,40	1,62
B. del TGN Obligatorio (UFV)	5,93	8,81
Cupones del TGN (BOB)	3,03	1,26
DPF Ent. Bancarias con Cupones (BOB)	3,54	0,54
DPF Ent. Bancarias con Cupones (USD)	3,08	2,36
DPF Ent. Bancarias sin Cupones (BOB)	4,13	2,35
DPF Ent. Bancarias sin Cupones (USD)	3,27	1,87
Pagares Bursátiles (BOB)	3,91	1,57
Pagares Bursátiles (USD)	3,26	2,13
Valores Titulanzados de Deuda (BOB)	5,42	2,76

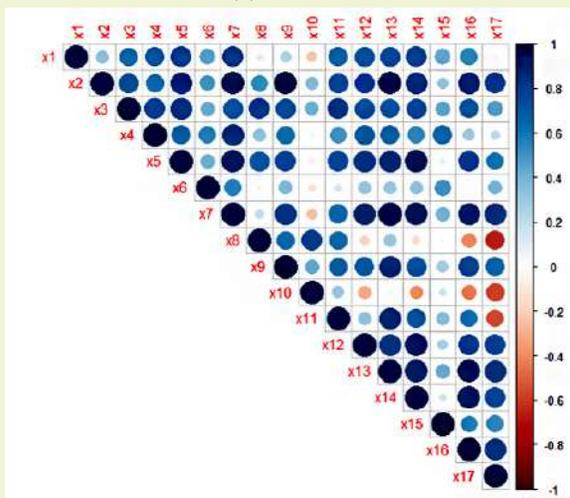
(*) Promedios simples para el periodo 2006-2021.

Fuente: Ministerio de Economía y Finanzas Públicas con información de la Autoridad de Fiscalización y Control de Pensiones y Seguros, Elaboración: Propia.

Previo a la implementación del algoritmo se delimitó el análisis de los diferentes instrumentos financieros a un conjunto más reducido.

Se delimitó a este conjunto de instrumentos, debido a la continuidad de las inversiones que las AFP optaron en el periodo 2006-2021 (instrumentos con series de datos continuadas).

Figura 2: Correlograma de los 17 productos financieros (*) Período 2006-2021.



Fuente: MEFP con información de la Autoridad de Fiscalización y Control de Pensiones y Seguros – APS, Elaboración: Propia.

Para la estimación de matriz de varianzas y covarianzas, se calcularon las mismas usando emparejamientos uno a uno, excluyendo según parejas de datos que contengan valores perdidos.

3. RESULTADOS

Con la matriz de varianzas y covarianzas de los 17 instrumentos financieros $\Sigma_{17 \times 17}$ y el vector de retornos esperados R_{17} , se planteó el Modelo Dual, y aplicó el algoritmo de Goldfarb-Idani, manteniendo fijos los rendimientos en un término promedio como se muestra en la Tabla 1.

Tras realizar diferentes escenarios para niveles de rentabilidad asumidos de entre $3.8 \leq r_0 \leq 6.0$ en el modelo dual, este proceso permitió conseguir las siguientes distribuciones de portafolios.

El Modelo Dual, para minimizar el riesgo “ v ” sujeto a un nivel de rentabilidad dado “ $r_0 = 3,8$ ”, planteándose como:

$$\text{Min}_v(v) = \sum_{i=1}^{17} \sum_{j=1}^{17} X_i * X_j * \sigma_{ij} \quad (5)$$

Sujeto a:

$$\begin{aligned} X_i &\geq 0 \quad \forall i = 1, 2, \dots, 17 \\ \sum_{i=1}^{17} X_i &= 1 \\ \sum_{i=1}^{17} X_i * r_i &\geq r_0 = 3,8 \end{aligned}$$

Para iniciar el algoritmo se usó una solución de asignación uniforme o constante entre los 17 instrumentos, es decir que $\vec{x}_0 = (\frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{17})$ ya que sus componentes suman la unidad (1) y todos son valores positivos, con estos insumos se aplicaron reiteradamente 9 niveles de rentabilidad y se establecieron portafolios de mínimo riesgo.

Tabla 2: Rentabilidad, riesgo y distribución de portafolios obtenidos de mínimo riesgo, por escenario.

ESCENARIO	1ro	2do	3ro	4to	5to	6to	7mo	8vo	9no
Rentabilidad total	3,8	4,0	4,2	4,5	4,8	5,0	5,2	5,5	6,0
Riesgo total	0,2	0,2	0,3	0,4	0,6	0,9	2,3	6,3	18,6
Distribución									
BLP -bob	-	2,4	18,6	44,9	71,8	65,0	48,6	24,9	-
BLP -ufv	-	-	-	-	-	-	10,2	25,9	48,5
BLP -usd	-	-	-	-	-	-	-	-	-
BBB -bob	40,8	56,8	56,2	36,1	4,4	-	-	-	-
BBB -usd	-	-	-	-	-	-	-	-	-
BDS Em Extr. -usd	-	-	-	2,4	7,9	13,1	27,2	48,5	51,5
BTGN NOb -bob	-	-	-	-	-	-	-	-	-
BTGN NOb s. Cup-bob	-	-	-	-	-	-	-	-	-
BTGN Ob -ufv	-	-	-	-	-	-	-	-	-
CTGN -bob	8,3	6,4	9,8	8,6	5,4	-	-	-	-
DPF EB Cup. -bob	46,2	28,9	9,5	-	-	-	-	-	-
DPF EB Cup. -usd	-	-	-	-	-	-	-	-	-
DPF EB s. Cup. -bob	-	-	-	-	-	-	-	-	-
DPF EB s. Cup. -usd	-	-	-	-	-	-	-	-	-
PBursátiles -bob	-	-	-	-	-	-	-	-	-
PB -usd	-	-	-	-	-	-	-	-	-
VTit Deuda -bob	4,7	5,4	5,9	8,0	10,5	21,9	13,9	0,8	-

Elaboración: Propia.

Cada uno de estos portafolios resultan en niveles de riesgo total que oscila entre $0.2 \leq \sigma_{\min} \leq 18.6$, tal como se muestra a continuación.

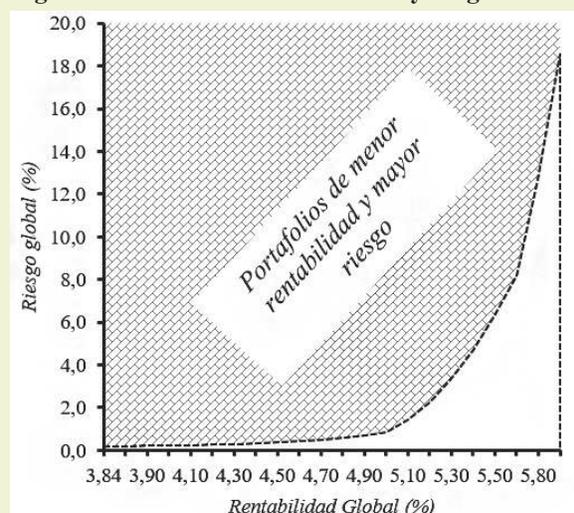
Con el fin de verificar la principal denominación de portafolio de “mínimo riesgo”, se procedió a simular un total de cinco mil tuplas de estos instrumentos financieros, para los cuales se calculó la rentabilidad total “ r ” y el riesgo observado “ σ ”.

En la Figura 4, se puede evidenciar la que la frontera eficiente del portafolio obtenido al minimizar la función de riesgo cuadrática es la óptima.

El portafolio de menor riesgo (0,2) expuesto en el 1er escenario concentrado en Bonos Bancarios Bursátiles emitidos en Bolivianos,

el cual coloca un 40,8% de los fondos, en Depósitos a Plazo Fijo de Entidades Bancarias con cupones emitidos en Bolivianos con un 46.2%.

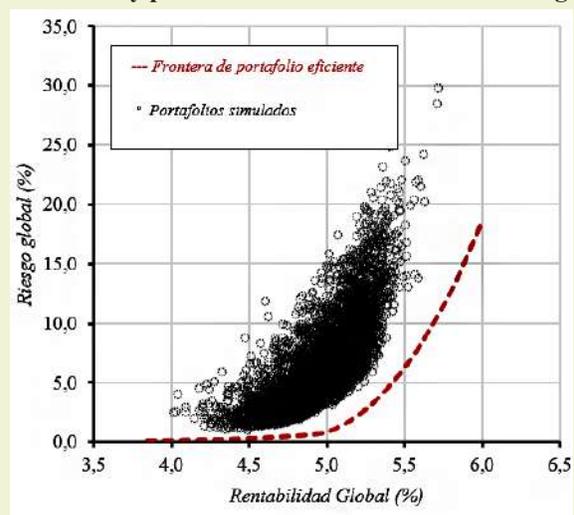
Figura3: Relación entre rentabilidad y riesgo mínimo



Elaboración: Propia.

El 4to escenario que presenta una rentabilidad del 4,5% y un riesgo de 0,4, siendo el que mayor diversificación presenta, con inversiones distribuidas en cinco instrumentos, el mayor en Bonos de Largo Plazo (en Bs) con un 44,9%, seguido de 36,1% en Bonos Bancarios Bursátiles, Cupones del TGN con un 8,6% entre otros más.

Figura 4: Dispersograma entre portafolios simulados y portafolios eficientes de mínimo riesgo



Elaboración: Propia.

En el otro extremo se tiene el portafolio de mayor riesgo con un 18,6, el mismo tiene inversiones de Bonos de Largo Plazo con 48.5%, Bonos de Deuda Soberana emitidos en el extranjero con un 51.5%. Sin embargo, cabe recalcar que este portafolio está demasiado concentrado en solo dos instrumentos, lo cual va en contra de la diversificación de riesgos que siempre se desea.

4. DISCUSIÓN

Si bien los resultados logrados permiten obtener una solución factible a través de la programación cuadrática, y el algoritmo Goldfarb - Idani, las críticas y limitantes al modelo de Markowitz se sostienen principalmente en:

- Se limita al manejo de datos históricos, pero no permite la incorporación cualitativa de expertos como si lo permiten los modelos bayesianos.
- La diversificación de los portafolios es muy limitada, lo cual puede incidir en la concentración de riesgos latentes.
- Se debe tener mucho cuidado en las previsiones futuras de la rentabilidad de cada uno de los instrumentos “ri”, ya que su pronóstico es un tema que escapa al presente trabajo.
- Asume la estabilidad y rigidez de la estructura de la matriz de varianzas y covarianzas, lo cual no siempre se puede asumir completamente.
- Por otro lado, el contexto actual boliviano sobre el mercado de capitales tiene sus características que limitan su aplicación de manera masiva, estas son:
- El mercado de Bolivia es predominantemente de tipo renta fija (depósitos a plazo fijo, bonos, etc.), teniendo la renta variable una evolución

de 0,6% de inversiones en 1995, llegando a máximos de 4,82% en 2016 y de 2,28% en 2020 (Alipaz Portugal, 2023), lo cual no permite medir un riesgo como tal y lo que se expone es el comportamiento de estos retornos anuales. Esto a diferencia de otros casos como los de mercados de capitales que operan en Chile o Colombia donde la bolsa de valores de éstos países tiene una mayor participación en su economía y los productos de renta variable son más importantes.

- Desde los años 90s la normativa sobre el Mercado de Valores ha sido adversa, llegando incluso al cierre y disolución de la poco conocida Bolsa de Valores de Santa Cruz de la Sierra S.A. (Obe & Cuellar, 2022).
- No permite incluir un componente de liquidez que los fondos de pensiones necesitan, ya que los jubilados demandan liquidez para el pago sus pensiones.

5. CONCLUSIONES

Se han desarrollado diversos escenarios con el algoritmo planteado para el modelo de Markowitz, además de verificar gráficamente la frontera eficiente de los portafolios de riesgo mínimo para al menos cinco mil alternativas.

A la par, se ha establecido las limitantes del modelo de Markowitz, y las características del mercado de capitales en Bolivia y su preferencia por los instrumentos por renta fija.

Queda pendiente la inclusión de limitantes de tipo restricción de % mínimos o máximos de inversión, ya que algunas inversiones deben ser analizadas con mayor detalle, por poseer posibles cambios o percances en los mercados financieros, como son inflación, tipos de cambio, u otros.

Se aclara, además, que a pesar de que el portafolio de mayor rentabilidad conseguido por el algoritmo obtenido fue del 6% de rentabilidad, el que supera al reportado por las AFP con un 3.36%, o incluso el 4.4% de la gestora para marzo de 2023, está muy concentrado en dos alternativas de inversión, lo cual incidiría en una baja diversificación del riesgo.

Algunas limitantes en el desarrollo del trabajo fueron la continuidad de los diferentes instrumentos financieros de inversión, con lo cual se optó por el cálculo de correlaciones por pares, así también la baja diversificación resultante en los portafolios obtenidos.

Si bien se reportaron los rendimientos generados por cada instrumento financiero, acceder a los rendimientos e inversiones de cada una las AFP sería más enriquecedor, pues se podría analizar en cuál de ellas se obtienen mejores rendimientos para que los asegurados puedan elegirlos por sí mismos.

Conflicto de intereses

El autor declara que no hay conflicto de intereses con respecto a la publicación de este documento.

REFERENCIA BIBLIOGRÁFICA

Alipaz Portugal, D. A. (2023). Las Inversiones Financieras en el Mercado de Valores Boliviano: 1989 – 2021. La Paz: Universidad Mayor de San Andres. Obtenido de <https://repositorio.umsa.bo/bitstream/handle/123456789/31675/T-2769.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Alvarez Arnal, A. (12 de Enero de 2023). Fundacion Milenio. Obtenido de La baja rentabilidad de los fondos de pensiones lastra las jubilaciones: <https://fundacion-milenio.org/coy-492-la-baja-rentabilidad-de-los-fondos-de-pensiones-lastra-las-jubilaciones/>

- Coira, D. (10 de Septiembre de 2015). Modelo de portafolio para fondos de inversión a través del análisis cluster y la teoría de Markowitz. Obtenido de Banco Central de Bolivia: https://www.bcb.gob.bo/eeb/sites/default/files/8eeb/docs/Diego_Coria.pdf
- Decreto Supremo N° 4585. (15 de Septiembre de 2021). Inicio de Actividades de la Gestora Publica de Seguridad Social de Largo Plazo. La Paz, Bolivia.
- Fundacion Milenio. (27 de Febrero de 2019). Fundacion Milenio. Obtenido de Coy 416 – Impactos del crédito al sector productivo: <https://fundacion-milenio.org/coy-416-impactos-del-credito-al-sector-productivo/>
- Goldfarb, D., & Idnani, A. (1983). A numerically stable dual method for solving strictly convex quadratic programs. *Mathematical Programming*, 1–33. Doi: <http://dx.doi.org/10.1007/BF02591962>
- Horowitz, B., & Afonso, S. (2002). Quadratic programming solver for structural optimisation using SQP algorithm. *Advances in Engineering Software* 33, 669–674. Doi: [https://doi.org/10.1016/S0965-9978\(02\)00066-2](https://doi.org/10.1016/S0965-9978(02)00066-2)
- Ley de Pensiones N° 65. (10 de Diciembre de 2010). La Paz, Bolivia.
- Ley N° 1732 de Pensiones. (29 de Noviembre de 1996). La Paz, Bolivia.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, Vol. 7, No. 1, 77–91. doi: <https://doi.org/10.2307/2975974>
- Ministerio de Economía y Finanzas Publicas. (junio de 2022). Viceministerio de Pensiones y Servicios Financieros. Obtenido de Boletín Económico Semestral del Sistema Integral de Pensiones: https://repositorio.economiayfinanzas.gob.bo/documentos/VPSF/DGP/Boletines/Semestral/Bolet%C3%ADn_SIP_Diciembre22.pdf
- Ministerio de Economía y Finanzas Publicas. (Marzo de 2023). Viceministerio de Pensiones y Servicios Financieros. Obtenido de Boletín Mensual de Pensiones: https://repositorio.economiayfinanzas.gob.bo/documentos/VPSF/DGP/Boletines/Mensual/2023/Boletin_2303.pdf
- Obe, J. M., & Cuellar, G. (2022). Historia de la bolsa de valores de Santa Cruz de la Sierra S.A. y causas de su cierre. Universidad Católica Boliviana “San Pablo”, Sede Cochabamba., 95-120.
- Romero Moreno, C. (2010). La teoría moderna de portafolio. Un ensayo sobre sus formulaciones originales y sus repercusiones contemporáneas. *Odeon* núm. 5, 103-118. Obtenido de <http://www.redalyc.org/src/inicio/ArtPdfRed.jsp?iCve=53220677003>
- Superintendencia de Pensiones, Valores y Seguros. (2002). La Autoridad de Supervisión del Sistema Financiero (ASFI). Obtenido de <https://www.asfi.gob.bo/images/ASFI/DOCS/MEMORIAS/SPVS/SPVS2002.pdf>
- Tarquino Aduviri, J. (2022). Rentabilidad del portafolio del inversiones del sistema integral de pensiones. Obtenido de <https://repositorio.umsa.bo/bitstream/handle/123456789/29991/T-2713.pdf?sequence=1&isAllowed=y>